O'REILLY®



图灵程序设计丛书

Python数据科学手册

Python Data Science Handbook

掌握用Scikit-Learn、NumPy等工具高效存储、处理和分析数据

[美] Jake VanderPlas 著

陶俊杰 陈小莉 译

powered by




中国工信出版集团


人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

数字版权声明

图灵社区的电子书没有采用专有客户端，您可以在任意设备上，用自己喜欢的浏览器和PDF阅读器进行阅读。

但您购买的电子书仅供您个人使用，未经授权，不得进行传播。

我们愿意相信读者具有这样的良知和觉悟，与我们共同保护知识产权。

如果购买者有侵权行为，我们可能对该用户实施包括但不限于关闭该帐号等维权措施，并可能追究法律责任。

延展阅读

《Python编程：从入门到实践》

978-7-115-42802-8

Eric Matthes著，袁国忠译

- Amazon编程入门类榜首图书
- 从基本概念到完整项目开发，帮助零基础读者迅速掌握Python编程

《Python基础教程（第3版）》

978-7-115-47488-9

Magnus Lie Hetland著，袁国忠译

- 中文版累计销量20余万册
- 通过项目实践上手开发

《数据科学入门》

978-7-115-41741-1

Joel Grus著，高蓉、韩波译

- Google数据科学家作品
- 以Python语言为例


图灵程序设计丛书

Python数据科学手册

Python Data Science Handbook

[美] Jake VanderPlas 著
陶俊杰 陈小莉 译

Beijing • Boston • Farnham • Sebastopol • Tokyo O'REILLY®

O'Reilly Media, Inc.授权人民邮电出版社出版

人民邮电出版社
北 京

图书在版编目（C I P）数据

Python数据科学手册 / (美) 杰克・万托布拉斯 (Jake VanderPlas) 著 ; 陶俊杰, 陈小莉译. -- 北京 : 人民邮电出版社, 2018.2（2019.4重印）
（图灵程序设计丛书）
ISBN 978-7-115-47589-3

Ⅰ. ①P… Ⅱ. ①杰… ②陶… ③陈… Ⅲ. ①软件工具－程序设计－手册 Ⅳ. ①TP311.561-62

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第324296号

内 容 提 要

本书是对以数据深度需求为中心的科学、研究以及针对计算和统计方法的参考书。本书共五章，每章介绍一到两个 Python 数据科学中的重点工具包。首先从 IPython 和 Jupyter 开始，它们提供了数据科学家需要的计算环境；第 2 章讲解能提供 ndarray 对象的 NumPy，它可以用 Python 高效地存储和操作大型数组；第 3 章主要涉及提供 DataFrame 对象的 Pandas，它可以用 Python 高效地存储和操作带标签的 / 列式数据；第 4 章的主角是 Matplotlib，它为 Python 提供了许多数据可视化功能；第 5 章以 Scikit-Learn 为主，这个程序库为最重要的机器学习算法提供了高效整洁的 Python 版实现。

本书适合有编程背景，并打算将开源 Python 工具用作分析、操作、可视化以及学习数据的数据科学研究人员。

◆ 著　　[美] Jake VanderPlas
译　　陶俊杰　陈小莉
责任编辑　朱　巍
执行编辑　夏静文
责任印制　彭志环

◆ 人民邮电出版社出版发行　　北京市丰台区成寿寺路11号
邮编　100164　　电子邮件　315@ptpress.com.cn
网址　http://www.ptpress.com.cn
北京　　印刷

◆ 开本：800×1000　1/16
印张：29.25
字数：691千字　　2018年 2 月第 1 版
印数：11 501 – 12 000册　　2019年 4 月北京第 7 次印刷

著作权合同登记号　图字：01-2017-9018号

定价：109.00元

读者服务热线：(010)51095186转600　印装质量热线：(010)81055316

反盗版热线：(010)81055315

广告经营许可证：京东工商广登字 20170147 号

版权声明

O’Reilly Media, Inc.介绍

O’Reilly Media 通过图书、杂志、在线服务、调查研究和会议等方式传播创新知识。自 1978 年开始，O’Reilly 一直都是前沿发展的见证者和推动者。超级极客们正在开创着未来，而我们关注真正重要的技术趋势——通过放大那些“细微的信号”来刺激社会对新科技的应用。作为技术社区中活跃的参与者，O’Reilly 的发展充满了对创新的倡导、创造和发扬光大。

O’Reilly 为软件开发人员带来革命性的“动物书”；创建第一个商业网站（GNN）；组织了影响深远的开放源代码峰会，以至于开源软件运动以此命名；创立了 *Make* 杂志，从而成为 DIY 革命的主要先锋；公司一如既往地通过多种形式缔结信息与人的纽带。O’Reilly 的会议和峰会集聚了众多超级极客和高瞻远瞩的商业领袖，共同描绘出开创新产业的革命性思想。作为技术人士获取信息的选择，O’Reilly 现在还将先锋专家的知识传递给普通的计算机用户。无论是通过图书出版、在线服务或者面授课程，每一项 O’Reilly 的产品都反映了公司不可动摇的理念——信息是激发创新的力量。

业界评论

“O’Reilly Radar 博客有口皆碑。”

——*Wired*

“O’Reilly 凭借一系列（真希望当初我也想到了）非凡想法建立了数百万美元的业务。”

——*Business 2.0*

“O’Reilly Conference 是聚集关键思想领袖的绝对典范。”

——*CRN*

“一本 O’Reilly 的书就代表一个有用、有前途、需要学习的主题。”

——*Irish Times*

“Tim 是位特立独行的商人，他不光放眼于最长远、最广阔的视野，并且切实地按照 Yogi Berra 的建议去做了：‘如果你在路上遇到岔路口，走小路（岔路）。’回顾过去，Tim 似乎每一次都选择了小路，而且有几次都是一闪即逝的机会，尽管大路也不错。”

——*Linux Journal*

目录

译者序

本书主要介绍了 Python 在数据科学领域的基础工具，包括 IPython、Jupyter、NumPy、Pandas、Matplotlib 和 Scikit-Learn。当然，数据科学并非 Python 一家之“言”，Scala、Java、R、Julia 等编程语言在此领域都有各自不同的工具。至于要不要学 Python，我们认为没必要纠结，秉承李小龙的武术哲学即可——Absorb what is useful, discard what is not, and add what is uniquely your own（取其精华，去其糟粕，再加点自己的独创）。Python 的语法简洁直观、易学易用，是表现力最强的编程语言，学会它就可以让计算机跟随思想，快速完成许多有趣的事情。同时，它也是备受欢迎的胶水语言，许多由 Java、C/C++ 语言开发的工具都会提供 Python 接口，如 Spark、H2O、TensorFlow 等。2017 年 3 月 6 日，PyPI（https://pypi.python.org/pypi）网站上的程序包数量就已经达到 10 万，新的程序包还在不断地涌现，数据科学目前是 Python 星球最酷炫的风景之一。如果数据科学问题让你心有挂碍，那么 Python 这根数据科学的蛇杖（Asklēpiós，阿斯克勒庇俄斯之杖，医神手杖，医院的徽章）可以为你指点迷津。

本书书稿已经在 GitHub 上开源（https://github.com/jakevdp/PythonDataScienceHandbook）。由于本书的纸质版是黑白印刷的，因此作者在 GitHub 上建立了开源项目，以 Notebook 形式分享了本书的书稿，让读者可以看到彩色的可视化图。此外，作者也在博客（https://jakevdp.github.io/PythonDataScienceHandbook/）上发布了 Notebook 的 HTML 页面。除正文的部分内容外，Notebook 中的代码、注释与纸质版相同。由于 Notebook 是类 JSON 数据格式，因此也适合做版本管理，配合 GitHub 修复 bug 比较方便。配合本书同时开源的，还有作者编写的 Python 入门教程 *Whirlwind Tour of Python*，同样是使用 Notebook 撰写的。Notebook 是 IPython 的 Web 版，目前已经合并到 Jupyter（http://jupyter.org）项目中，是一款适合编程、写作、分享甚至教学（Jupyter/nbgrader）的开源工具，其基本功能将在本书第 1 章中介绍。Notebook 的操作十分简单，在浏览器上即可运行。它不仅可以在浏览器中直接编写代码、生成可视化图，还支持 Markdown 文本格式，能够在网页中快速插入常用的 Web 元素（标题、列表、链接、图像）乃至 Mathjax 数学公式，稍加调整便可以幻灯片形式播放内容，阅读体验一级棒。

看编程书的第一步是搭建开发环境，但这一步往往会吓退不少对编程感兴趣的读者。本书对应的开发环境可以通过三种方式实现。第一种方式是在线版 Notebook 编程环境，免安

装，有浏览器就可以学习编程知识，推荐想快速掌握知识的朋友使用。目前，有许多安装了 Python 编程环境的 Anaconda 发行版的网络平台（PaaS），支持 Jupyter Notebook 编程环境，可以免费使用，如 JupyterHub（https://tmpnb.org）、SageMathCloud（https://cloud.sagemath.com）、微软 Azure（https://notebooks.azure.com）在线编程环境。它们可以在线运行 Notebook 文件，编写调试运行代码，也支持文件的上传、下载、新建、删除，还可以运行 Terminal 工具。另外，基于 GitHub 代码仓库，有 nbviewer（https://nbviewer.jupyter.org）可以查看 GitHub 的 Notebook，还有 binder（http://mybinder.org）支持代码仓库一键部署，都是非常有趣的组合。类似的在线免费 Notebook 编程环境还有很多，特别推荐德国 Yves Hilpisch 博士的 The Python Quants Group 公司开发的 Python Quants Platform（http://tpq.io）。Yves 博士的三本 Python 金融学图书均使用该编程环境，读者可以免费注册使用，其硬件为 CPU Xeon 1231、16GB 内存，能够满足一般的学习与分析需要。Jupyter Notebook 支持许多编程语言（Python、R、Scala、Julia、Haskell、Ruby……），甚至支持 Kotlin（https://github.com/ligee/kotlin-jupyter）、Java 9 的 REPL 新功能 JShell（https://github.com/Bachmann1234/java9_kernel）。第二种方式是在电脑上安装 Anaconda 发行版。作者在本书前言中介绍了具体的安装方法，安装成功后即可创建 Notebook 编写代码。由于网络问题，建议国内的朋友使用清华大学 TUNA 镜像（https://mirror.tuna.tsinghua.edu.cn/help/anaconda/）下载和更新 Anaconda 集成开发环境。第三种方式适合了解 Docker（https://www.docker.com/）的朋友——可以直接使用 Jupyter 在 GitHub 上的 Docker 镜像（https://github.com/jupyter/docker-stacks），一键安装，省时省力。里面除了标准 Anaconda 开发环境，还支持 Spark、TensorFlow 的 Notebook 开发环境。

本书作者 Jake VanderPlus（GitHub 账号为 @jakevdp）目前是华盛顿大学 eScience 学院物理科学研究院院长。他既是一位天文学家，也是一位会议演讲达人，活跃于历年的 PyData 会议，尤其擅长 Python 科学计算与数据可视化。Jake 在数据可视化方面颇有建树，创建了 altair、mpld3、JSAnimation 可视化程序库，同时为 NumPy、Scikit-Learn、Scipy、Matplotlib、IPython 等著名 Python 程序库做了大量贡献。我在学习贝叶斯估计时，从他 2014 年的系列博文"Frequentism vs Bayesianism"（频率主义与贝叶斯主义）中获益颇多。2015 年，听说他要在 O'Reilly 出版《Python 数据科学手册》一书，一直持续关注，正式版终于在 2016 年年底发布。期间，他在 O'Reilly 做了一些 Python 数据科学教程（基于 O'Reilly 的 Atlas 平台创建 Notebook，代码可在线运行），介绍了 Pandas、Seaborn、Matplotlib 等工具。2017 年 2 月，他在 YouTube 发布了一组视频，通过美国西雅图市弗雷蒙特桥上穿行的自行车统计数据，演示了 Python 数据科学编程的最佳实践，包括在 Notebook 中编码、重构、测试、发布程序的技巧，可谓短小精悍。此次有幸能翻译大神的作品，与有荣焉。首先感谢图灵社区，尤其感谢朱巍老师的再次大力支持，夏静文老师、刘美英老师和岳新欣老师的细致审校。也要感谢一起合作过的小伙伴们，促使我们再次翻译数据科学的基础教程，让更多用 SQL、Excel、Matlab、SPSS 的分析师了解 Python 数据科学的工具，用数据更自由地表达，讲出更精彩的故事。

前言

什么是数据科学

这是一本介绍 Python 数据科学的书。可能话音未落，你脑海中便会浮现一个问题：什么是**数据科学**（data science）？要给这个术语下个定义其实很困难，尤其它现在还那么流行（自然也众口难调）。批评者们要么认为它是一个多余的标签（毕竟哪一门科学不需要数据呢），要么认为它是一个粉饰简历、吸引技术招聘者眼球的噱头。

我认为这些批评都没抓住重点。如果去掉浮华累赘的装饰，数据科学可能算是目前为止对跨学科技能的最佳称呼，在工业界和学术界的诸多应用中扮演着越来越重要的角色。跨学科是数据科学的关键；我认为，如今对数据科学最合理的定义，就是 Drew Conway 于 2010 年 9 月在自己的博客上首次发表的数据科学维恩图（如图 0-1 所示）。

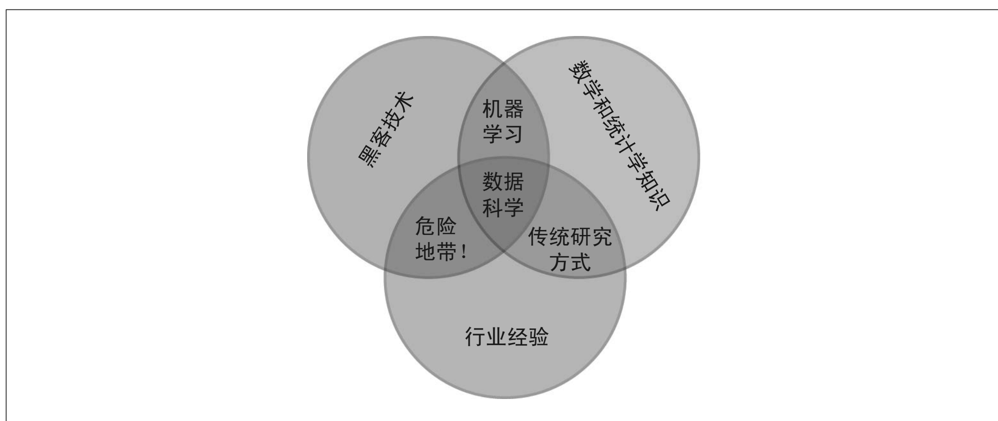


图 0-1：Drew Conway 的数据科学维恩图

虽然图中交错的标签看着跟开玩笑似的，但我还是认为这幅图道出了“数据科学”的真

谛：它是一个**跨学科**的课题。数据科学综合了三个领域的能力：**统计学家**的能力——能够建立模型和聚合（数据量正在不断增大的）数据；**计算机科学家**的能力——能够设计并使用算法对数据进行高效存储、分析和可视化；**领域专家**的能力——在细分领域中经过专业训练，既可以提出正确的问题，又可以作出专业的解答。

我希望你不要把数据科学看作一个新的知识领域，而要把它看成可以在自己熟悉的领域中运用的新能力。无论你是汇报竞选结果、预测股票收益、优化网络广告点击率、在显微镜下识别微生物、在太空中寻找新天体，还是在其他与数据相关的领域中工作，本书都会让你具备发现问题、解决问题的能力。

目标读者

无论是在华盛顿大学教书时，还是在各种科技会议上演讲时，经常有人问我这样一个问题："我应该怎样学习 Python 呢？"问这个问题的都是有技术能力的学生、程序员或科研人员，他们通常都具备很强的编程能力，善于使用计算机和数学工具。他们中的大多数人其实并不想学习 Python 本身，而是想把它作为数据密集型任务处理和计算机科学的工具来使用。虽然网上已经有很多教学视频、博客和教程，但是我一直觉得这个问题还缺少一个令我满意的答案——这就是创作本书的缘由。

这并不是一本介绍 Python 和编程基础知识的书。它假设读者已经熟悉 Python 的基本语法，包括定义函数、分配变量、调用对象方法、实现程序控制流等基本能力。这本书将帮助 Python 用户学习如何通过 Python 的数据科学栈——包括 IPython、NumPy、Pandas、Matplotlib、Scikit-Learn，以及其他相关的程序库——高效地存储、处理和分析数据。

为什么用Python

Python 作为科学计算的一流工具已经有几十年的历史了，它还被应用于大型数据集的分析和可视化。这可能会让 Python 早期的创导者感到惊奇，因为这门语言一开始并不是为数据分析和科学计算设计的。Python 之所以能在数据科学领域广泛应用，主要是因为它的第三方程序包拥有庞大而活跃的生态系统：NumPy 可以处理同类型（homogeneous）数组型数据、Pandas 可以处理多种类型（heterogeneous）带标签的数据、SciPy 可以解决常见的科学计算问题、Matplotlib 可以绘制可用于印刷的可视化图形、IPython 可以实现交互式编程和快速分享代码、Scikit-Learn 可以进行机器学习，还有其他很多工具将在后面的章节中介绍。

如果你需要一个 Python 入门教程，那么我推荐你阅读本书的姊妹篇 *A Whirlwind Tour of the Python Language*。这个简短的教程介绍了 Python 的基本特性，目的是让熟悉其他编程语言的数据科学家快速学习 Python。

Python 2与Python 3

本书使用 Python 3 的语法，其中包括了 Python 2.*x* 版本不兼容的语法技巧。虽然 Python 3.0 在 2008 年就发布了，但并没有被快速采用，尤其是在科学和 Web 开发领域。这主要是

因为许多第三方程序库和工具包需要时间来兼容 Python 的新版本。然而，从 2014 年初开始，数据科学领域最重要的工具的稳定版本都已经同时兼容 Python 2 和 Python 3，因此本书将使用新版本的 Python 3 语法，不过其中的大部分代码示例无须调整也可以在 Python 2 中运行。如果遇到了 Python 2 不兼容的地方，我会尽量详细说明。

内容概览

本书每一章都重点介绍一到两个程序包或工具，它们是 Python 数据科学的基础。

IPython 和 Jupyter（第 1 章）
  这两个程序包为许多使用 Python 的数据科学家提供了计算环境。

NumPy（第 2 章）
  这个程序库提供了 `ndarray` 对象，可以用 Python 高效地存储和操作大型数组。

Pandas（第 3 章）
  这个程序库提供了 `DataFrame` 对象，可以用 Python 高效地存储和操作带标签的 / 列式数据。

Matplotlib（第 4 章）
  这个程序库为 Python 提供了许多数据可视化功能。

Scikit-Learn（第 5 章）
  这个程序库为最重要的机器学习算法提供了高效整洁的 Python 版实现。

Python 数据科学（PyData）世界里当然不只有这五个程序包；相反，情况是日新月异的。因此，我在每章结尾都列举了用 Python 实现的其他有趣的图书、项目和程序包的参考资料。不过这五个程序包是目前在 Python 数据科学领域中完成大部分工作的基础，即使生态系统在不断成长，我仍然觉得它们五个非常重要。

使用代码示例

本书的补充材料（代码示例、图像等）都可以在 https://github.com/jakevdp/PythonDataScienceHandbook 下载。本书是要帮你完成工作的。一般来说，如果本书提供了示例代码，你可以把它用在你的程序或文档中。除非你使用了很大一部分代码，否则无须联系我们获得许可。比如，用本书的几个代码片段写一个程序就无须获得许可，销售或分发 O'Reilly 图书的示例光盘则需要获得许可；引用本书中的示例代码回答问题无须获得许可，将书中大量的代码放到你的产品文档中则需要获得许可。

我们很希望但并不强制要求你在引用本书内容时加上引用说明。引用说明一般包括书名、作者、出版社和 ISBN，比如"*Python Data Science Handbook* by Jake VanderPlas (O'Reilly). Copyright 2017 Jake VanderPlas, 978-1-491-91205-8"。

如果你觉得自己对示例代码的用法超出了上述许可的范围，欢迎你通过 permissions@oreilly.com 与我们联系。

软件安装注意事项

安装 Python 和科学计算程序库的方法其实很简单，下面列举一些在安装软件时的注意事项。

虽然安装 Python 的方法有很多，但是在数据科学方面，我推荐使用 Anaconda 发行版[1]，Windows、Linux 和 Mac OS X 操作系统的安装和使用方式类似。Anaconda 发行版有两种。

- Miniconda（http://conda.pydata.org/miniconda.html）只包含 Python 解释器和一个名为 conda 的命令行工具。conda 是一个跨平台的程序包管理器，可以管理各种 Python 程序包，类似于 Linux 用户熟悉的 apt 和 yum 程序包管理器。
- Anaconda（https://www.continuum.io/downloads）除了包含 Python 和 conda 之外，还同时绑定了四五百个科学计算程序包。由于预安装了许多包，因此安装它需要占用几个吉字节的存储空间。

如果安装了 Miniconda，所有程序包（包括 Anaconda）都可以手动安装。因此，我推荐先安装 Miniconda，其他包视情况安装。

首先，下载并安装 Miniconda 程序包（确认你选择的是适合 Python 3 的版本），然后安装本书的几个重要程序包。

```
[~]$ conda install numpy pandas scikit-learn matplotlib seaborn ipython-notebook
```

本书还会使用其他更专业的 Python 科学计算工具，安装方法同样很简单，就是 `conda install` *程序包名称*。关于 conda 的更多信息，包括 conda 虚拟环境（强烈推荐）的创建和使用，请参考 conda 在线文档（http://conda.pydata.org/docs/）。

排版约定

本书使用了下列排版约定。

- **黑体**
  表示新术语或重点强调的内容。
- 等宽字体（`constant width`）
  表示程序片段，以及正文中出现的变量、函数名、数据库、数据类型、环境变量、语句和关键字等。
- 加粗等宽字体（**`constant width bold`**）
  表示应该由用户输入的命令或其他文本。
- 等宽斜体（*`constant width italic`*）
  表示应该由用户输入的值或根据上下文确定的值替换的文本。

注 1：中国大陆用户请使用清华大学 TUNA 镜像（https://mirror.tuna.tsinghua.edu.cn/help/anaconda/）。——译者注

O’Reilly Safari



Safari（原来叫 Safari Books Online）是面向企业、政府、教育从业者和个人的会员制培训和参考咨询平台。

我们向会员开放成千上万本图书以及培训视频、学习路线、交互式教程和专业视频。这些资源来自 250 多家出版机构，其中包括 O’Reilly Media、Harvard Business Review、Prentice Hall Professional、Addison-Wesley Professional、Microsoft Press、Sams、Que、Peachpit Press、Adobe、Focal Press、Cisco Press、John Wiley & Sons、Syngress、Morgan Kaufmann、IBM Redbooks、Packt、Adobe Press、FT Press、Apress、Manning、New Riders、McGraw-Hill、Jones & Bartlett 和 Course Technology。

更多信息，请访问 http://oreilly.com/safari。

联系我们

请把对本书的评价和问题发给出版社。

美国：

O’Reilly Media, Inc.
1005 Gravenstein Highway North
Sebastopol, CA 95472

中国：

北京市西城区西直门南大街 2 号成铭大厦 C 座 807 室（100035）
奥莱利技术咨询（北京）有限公司

O’Reilly 的每一本书都有专属网页，你可以在那儿找到本书的相关信息，包括勘误表、示例代码以及其他信息。本书的网站地址是：
http://bit.ly/python-data-sci-handbook

对于本书的评论和技术性问题，请发送电子邮件到：bookquestions@oreilly.com

要了解更多 O’Reilly 图书、培训课程、会议和新闻的信息，请访问以下网站：
http://www.oreilly.com

我们在 Facebook 的地址如下：
http://facebook.com/oreilly

请关注我们的 Twitter 动态：
http://twitter.com/oreillymedia

我们的 YouTube 视频地址如下：
http://www.youtube.com/oreillymedia

电子书

如需购买本书电子版，请扫描以下二维码。



第 1 章

IPython：超越Python

Python 有很多开发环境可供选择，我也常常被问起在工作中使用哪一种开发环境。我的答案有时会让人惊讶：我偏爱的开发环境是 IPython（http://ipython.org/）加上一个文本编辑器（Emacs 或 Atom，具体视心情而定）。IPython（interactive Python 的简称，即交互式 Python）由 Fernando Perez 作为一个增强的 Python 解释器于 2001 年启动，并由此发展为一个项目。用 Perez 的原话来说，该项目致力于提供“科学计算的全生命周期开发工具”。如果将 Python 看作数据科学任务的引擎，那么 IPython 就是一个交互式控制面板。

除了作为 Python 的一个交互式接口，IPython 还提供了一些有用的 Python 语法附加功能，本书就将介绍其中最有用的一些。另外，IPython 被紧密地连接在 Jupyter 项目（http://jupyter.org）中。该项目提供一个基于浏览器的 Notebook，它可以开发、协作、分享甚至发布数据科学结果。IPython Notebook 其实只是通用 Jupyter Notebook 结构的特例，而 Jupyter Notebook 不仅支持 Python，还包括用于 Julia、R 和其他编程语言的 Notebook。Jupyter Notebook 的格式与你此刻正在阅读的页面看起来其实没什么两样——本书的全部稿件就是用一组 IPython Notebook 写成的。

IPython 就是用 Python 进行有效的交互式科学计算和数据密集型计算。本章首先介绍 IPython 对数据科学非常有用的功能，尤其关注它在语法上超越了 Python 的特性。接下来将深入介绍一些更有用的“魔法命令”，这些命令可以为与创建和使用数据科学代码相关的常规任务提高速度。最后将介绍 IPython Notebook 的一些特性，这些特性对于理解数据和分享结果非常有用。

1.1　shell还是Notebook

本章将介绍两种使用 IPython 的方式：IPython shell 和 IPython Notebook。本章大部分内

容与两种方式都有关，并且示例会根据方便程度在两者中切换。在少数情况下仅会介绍一种工具，届时我会清楚地说明。在开始之前，先简单介绍一下如何启动 IPython shell 和 IPython Notebook。

1.1.1 启动IPython shell

这一章和本书大部分内容一样，光靠眼睛看是学不会的。建议你通读一遍，并且用我们介绍的工具和语法动手实践一遍，毕竟通过实践形成的肌肉记忆远比简单阅读一遍持久得多。你可以在命令行中输入 `ipython` 启动 IPython 解释器。如果你安装了 Anaconda 或 EPD 的 Python 发行版，系统中将会有一个特别的启动器（详情请参见 1.2 节）。

当你完成以上步骤后，将看到如下的提示：

```
IPython 4.0.1 -- An enhanced Interactive Python.
?         -> Introduction and overview of IPython's features.
%quickref -> Quick reference.
help      -> Python's own help system.
object?   -> Details about 'object', use 'object??' for extra details.
In [1]:
```

这时就可以进行接下来的步骤了。

1.1.2 启动Jupyter Notebook

Jupyter Notebook 是 IPython shell 基于浏览器的图形界面，提供了一系列丰富的动态展示功能。Jupyter Notebook 不仅可以执行 Python/IPython 语句，还允许用户添加格式化文本、静态和动态的可视化图像、数学公式、JavaScript 插件，等等。不仅如此，这些 Notebook 文档还能以共享方式存储，以便其他人可以打开这些 Notebook，并且在他们自己的系统中执行这些 Notebook 代码。

尽管 IPython Notebook 是通过你的 Web 浏览器窗口进行查看和编辑的，但是它必须与一个正在运行的 Python 进程连接才能执行代码。想要启动这个进程（也被称作“核”，kernel），需要在你系统的命令行中输入以下命令：

```
$ jupyter notebook
```

这个命令会启动一个本地的 Web 服务器，可以在你的浏览器中看到页面内容。同时，它会立刻生成日志，显示它正在做什么。这个日志大概如下所示：

```
$ jupyter notebook
[NotebookApp] Serving notebooks from local directory: /Users/jakevdp/...
[NotebookApp] 0 active kernels
[NotebookApp] The IPython Notebook is running at: http://localhost:8888/
[NotebookApp] Use Control-C to stop this server and shut down all kernels...
```

一旦以上命令执行，你的默认浏览器将会自动打开，并且自动导航到 localhost 网址（实际地址会依据你的系统而定）。如果浏览器没有自动打开，你可以自己打开一个窗口，并且手动打开这个网址（在这个示例中是 http://localhost:8888）。

1.2 IPython的帮助和文档

如果你没有阅读本章的其他节，那么请一定阅读本节。我觉得本节中讨论的工具对我的日常工作流程的贡献是最大的。

当一个技术型思维的人要帮助他的朋友、家人或同事解决计算机方面的问题时，大多数时候，重要的不是知道答案，而是知道如何快速找到答案。在数据科学领域也一样，通过搜索在线文档、邮件列表、Stack Overflow 等网络资源都可以获得丰富的信息，即使（尤其是）你曾经搜索过这个主题。要想成为一名高效的数据科学实践者，重要的不是记住针对每个场景应该使用的工具或命令，而是学习如何有效地找到未知信息，无论是通过搜索引擎还是其他方式。

IPython 和 Jupyter 最大的用处之一就是能缩短用户与帮助文档和搜索间的距离，帮助用户高效完成工作。虽然网络搜索在解答复杂问题时非常有用，但是仅仅使用 IPython 就能找到大量的信息了。以下是仅通过几次按键，IPython 就可以帮你解答的一些问题。

- 我如何调用这个函数？这个函数有哪些参数和选项？
- 这个 Python 对象的源代码是怎样的？
- 我导入的包中有什么？这个对象有哪些属性和方法？

接下来将介绍如何通过 IPython 工具来快速获取这些信息。符号 `?` 用于浏览文档，符号 `??` 用于浏览源代码，而 Tab 键可以用于自动补全。

1.2.1 用符号?获取文档

Python 语言和其数据科学生态系统是应用户需求而创建的，而用户的很大一部分需求就是获取文档。每一个 Python 对象都有一个字符串的引用，该字符串即 docstring。大多数情况下，该字符串包含对象的简要介绍和使用方法。Python 内置的 `help()` 函数可以获取这些信息，并且能打印输出结果。例如，如果要查看内置的 `len` 函数的文档，可以按照以下步骤操作：

```
In [1]: help(len)
Help on built-in function len in module builtins:

len(...)
    len(object) -> integer

    Return the number of items of a sequence or mapping.
```

根据不同的解释器，这条信息可能会展示为内嵌文本，或者出现在单独的弹出窗口中。

获取关于一个对象的帮助非常常见，也非常有用，所以 IPython 引入了 `?` 符号作为获取这个文档和其他相关信息的缩写：

```
In [2]: len?
Type:        builtin_function_or_method
String form: <built-in function len>
Namespace:   Python builtin
Docstring:
```

```
len(object) -> integer

Return the number of items of a sequence or mapping.
```

这种表示方式几乎适用于一切，包括对象方法：

```
In [3]: L = [1, 2, 3]
In [4]: L.insert?
Type:        builtin_function_or_method
String form: <built-in method insert of list object at 0x1024b8ea8>
Docstring:   L.insert(index, object) -- insert object before index
```

甚至对于对象本身以及相关类型的文档也适用：

```
In [5]: L?
Type:        list
String form: [1, 2, 3]
Length:      3
Docstring:
list() -> new empty list
list(iterable) -> new list initialized from iterable's items
```

重要的是，这种方法也适用于你自己创建的函数或者其他对象！下面定义一个带有 docstring 的小函数：

```
In [6]: def square(a):
  ....:     """Return the square of a."""
  ....:     return a ** 2
  ....:
```

请注意，为了给函数创建一个 docstring，仅仅在第一行放置了一个字符串字面量。由于 docstring 通常是多行的，因此按照惯例，用 Python 的三个引号表示多行字符串。

接下来用 ? 符号来找到这个 docstring：

```
In [7]: square?
Type:        function
String form: <function square at 0x103713cb0>
Definition:  square(a)
Docstring:   Return the square of a.
```

你应该养成在你写的代码中添加这样的内嵌文档的习惯，这样就可以通过 docstring 快速获取文档。

1.2.2 通过符号??获取源代码

由于 Python 非常易读，所以你可以通过阅读你感兴趣的对象的源代码得到更高层次的理解。IPython 提供了获取源代码的快捷方式（使用两个问号 ??）：

```
In [8]: square??
Type:        function
String form: <function square at 0x103713cb0>
Definition:  square(a)
Source:
```

```
def square(a):
    "Return the square of a"
    return a ** 2
```

对于这样的简单函数，两个问号就可以帮助你深入理解隐含在表面之下的实现细节。

如果你经常使用 `??` 后缀，就会发现它有时不能显示源代码。这是因为你查询的对象并不是用 Python 实现的，而是用 C 语言或其他编译扩展语言实现的。在这种情况下，`??` 后缀将等同于 `?` 后缀。你将会在很多 Python 内置对象和类型中发现这样的情况，例如上面示例中提到的 `len` 函数：

```
In [9]: len??
Type:        builtin_function_or_method
String form: <built-in function len>
Namespace:   Python builtin
Docstring:
len(object) -> integer

Return the number of items of a sequence or mapping.
```

`?` 和 `??` 提供了一个强大又快速的接口，可以查找任何 Python 函数或模块的用途信息。

1.2.3　用Tab补全的方式探索模块

IPython 另一个有用的接口是用 Tab 键自动补全和探索对象、模块及命名空间的内容。在接下来的示例中，我们将用 `<TAB>` 来表示 Tab 键。

1. 对象内容的Tab自动补全

每一个 Python 对象都包含各种属性和方法。和此前讨论的 `help` 函数类似，Python 有一个内置的 `dir` 函数，可以返回一个属性和方法的列表。但是 Tab 自动补全接口在实际的应用过程中更简便。要想看到对象所有可用属性的列表，可以输入这个对象的名称，再加上一个句点（`.`）和 Tab 键：

```
In [10]: L.<TAB>
L.append   L.copy    L.extend    L.insert   L.remove   L.sort
L.clear    L.count   L.index     L.pop      L.reverse
```

为了进一步缩小整个列表，可以输入属性或方法名称的第一个或前几个字符，然后 Tab 键将会查找匹配的属性或方法：

```
In [10]: L.c<TAB>
L.clear  L.copy   L.count

In [10]: L.co<TAB>
L.copy   L.count
```

如果只有一个选项，按下 Tab 键将会把名称自动补全。例如，下面示例中的内容将会马上被 `L.count` 替换：

```
In [10]: L.cou<TAB>
```

尽管 Python 没有严格区分公共 / 外部属性和私有 / 内部属性，但是按照惯例，前面带有下

划线表示私有属性或方法。为了清楚起见，这个列表中默认省略了这些私有方法和特殊方法。不过，你可以通过明确地输入一条下划线来把这些私有的属性或方法列出来：

```
In [10]: L._<TAB>
L.__add__           L.__gt__            L.__reduce__
L.__class__         L.__hash__          L.__reduce_ex__
```

为了简洁起见，这里只展示了输出的前两行，大部分是 Python 特殊的双下划线方法（昵称叫作“dunder 方法”）。

2. 导入时的Tab自动补全

Tab 自动补全在从包中导入对象时也非常有用。下面用这种方法来查找 itertools 包中以 co 开头的所有可导入的对象：

```
In [10]: from itertools import co<TAB>
combinations                  compress
combinations_with_replacement  count
```

同样，你也可以用 Tab 自动补全来查看你系统中所有可导入的包（这将因你的 Python 会话中有哪些第三方脚本和模块可见而不同）：

```
In [10]: import <TAB>
Display all 399 possibilities? (y or n)
Crypto              dis                 py_compile
Cython              distutils           pyclbr
...                 ...                 ...
difflib             pwd                 zmq

In [10]: import h<TAB>
hashlib             hmac                http
heapq               html                husl
```

（为了简洁起见，并没有打印我的系统中所有可导入的 399 个包和模块。）

3. 超越Tab自动补全：通配符匹配

当你知道所寻找的对象或属性的第一个或者前几个字符时，Tab 自动补全将非常有用。但是当你想匹配中间或者末尾的几个字符时，它就束手无策了。对于这样的场景，IPython 提供了用 * 符号来实现的通配符匹配方法。

例如，可以用它列举出命名空间中以 Warning 结尾的所有对象：

```
In [10]: *Warning?
BytesWarning                  RuntimeWarning
DeprecationWarning            SyntaxWarning
FutureWarning                 UnicodeWarning
ImportWarning                 UserWarning
PendingDeprecationWarning     Warning
ResourceWarning
```

请注意，这里的 * 符号匹配任意字符串，包括空字符串。

同理，假设我们在寻找一个字符串方法，它的名称中包含 find，则可以这样做：

```
In [10]: str.*find*?
str.find
str.rfind
```

在实际应用过程中，我发现，当我接触一个新的包或者是重新认识一个已经熟悉的包时，这种灵活的通配符查找方法对于找到其中一个特定的命令非常有用。

1.3 IPython shell中的快捷键

如果你常用计算机，你可能在工作流程中使用过快捷键。最熟悉的可能是 Cmd + C 和 Cmd + V（或者是 Ctrl + C 和 Ctrl + V），它们在很多程序和系统中用于复制和粘贴。高级用户会将快捷键用得更加深入和广泛，流行的文本编辑器（如 Emacs、Vim 等）通过复杂的按键组合为用户提供了很多快捷操作。

IPython 并没有上述编辑器那么强大，但是它也提供了一些快捷方式，能帮你在录入命令的时候快速导航。但事实上，这些快捷方式并不是 IPython 本身提供的，而是通过 IPython 对 GNU Readline 库的依赖关系实现的。因此，接下来介绍的一些快捷方式可能会因你系统配置的不同而不同。此外，一些快捷方式也可以在基于浏览器的 Notebook 中起作用，但是本节将主要讨论 IPython shell 中的快捷方式。

一旦你用惯了这些快捷方式，就能快速执行一些命令，而不用将手从“home”键上移开。如果你是一名 Emacs 用户，或者有 Linux shell 的使用经验，你会对接下来的内容非常熟悉。我们会将这些快捷键分为几类：**导航快捷键**、**文本输入快捷键**、**命令历史快捷键**和**其他快捷键**。

1.3.1 导航快捷键

利用左箭头和右箭头在一行中向前或向后移动是非常常见的，不过还有其他一些选项也可以让你不用把手从“home”键上挪开。

快捷键	动作
Ctrl + a	将光标移到本行的开始处
Ctrl + e	将光标移到本行的结尾处
Ctrl + b（或左箭头键）	将光标回退一个字符
Ctrl + f（或右箭头键）	将光标前进一个字符

1.3.2 文本输入快捷键

每个人都知道用 Backspace 键可以删除前一个字符，但手指要移动一定的距离才能够到这个按键，并且它一次只能删除一个字符。IPython 中有一些可以删除你输入的部分文本的快捷键，其中立马能派上用场的就是删除整行文本的快捷键。一旦你开始用 Ctrl + b 和 Ctrl + d 组合，而不是用 Backspace 按键删除前一个字符，就再也离不开这些快捷键了。

快捷键	动作
Backspace 键	删除前一个字符
Ctrl + d	删除后一个字符
Ctrl + k	从光标开始剪切至行的末尾
Ctrl + u	从行的开头剪切至光标
Ctrl + y	yank（即粘贴）之前剪切的文本
Ctrl + t	transpose（即交换）前两个字符

1.3.3 命令历史快捷键

可能本书讨论的最有效的快捷方式是 IPython 提供的导航命令历史的快捷方式。这个命令历史超越了你当前的 IPython 会话——你所有的命令历史都会存储在一个 IPython 配置文件路径下的 SQLite 数据库中。获取这些命令最直接的方式就是用上下箭头遍历历史，但是仍然还有些别的选项。

快捷键	动作
Ctrl + p（或向上箭头）	获取前一个历史命令
Ctrl + n（或向下箭头）	获取后一个历史命令
Ctrl + r	对历史命令的反向搜索

反向搜索特别有用。在前一节中，我们定义了一个叫作 `square` 的函数。让我们从一个新的 IPython shell 中反向搜索 Python 历史，重新找到这个函数的定义。当你在 IPython 终端按下 Ctrl + r 键时，将看到如下提示：

```
In [1]:
(reverse-i-search)`':
```

如果你在该提示后开始输入字符，IPython 将自动填充时间最近的命令。如果有的话，将会匹配到如下字符：

```
In [1]:
(reverse-i-search)`sqa': square??
```

你可以随时添加更多的字符来重新定义搜索，或者再一次按下 Ctrl + r 键来寻找另外一个匹配该查询的命令。如果你在前一节中照做了的话，按下 Ctrl + r 键两次将可以看到：

```
In [1]:
(reverse-i-search)`sqa': def square(a):
    """Return the square of a"""
    return a ** 2
```

找到你在寻找的命令后，按下 Return 键将会终止查找。然后就可以利用查找到的命令，继续我们的会话：

```
In [1]: def square(a):
    """Return the square of a"""
    return a ** 2

In [2]: square(2)
Out[2]: 4
```

请注意，你也可以用 Ctrl + p / Ctrl + n 或者上下方向键查找历史，但是仅仅是匹配每行的前几个字符。也就是说，如果你输入 `def` 然后按下 Ctrl + p，则会在你的命令历史中找到以 `def` 开头的最近的命令（如果有的话）。

1.3.4　其他快捷键

还有一些不能归纳在之前几个类别中的快捷键，但是它们也非常有用。

快捷键	动作
Ctrl + l	清除终端屏幕的内容
Ctrl + c	中断当前的 Python 命令
Ctrl + d	退出 IPython 会话

如果你无意间开启了一个运行时间非常长的程序，Ctrl + c 快捷键就能派上大用场。

这里讨论的一些快捷键可能乍看上去有些麻烦，但是经过实践你很快就会习惯它们。一旦你形成了这种肌肉记忆，甚至会希望将这些快捷方式应用到其他场景中。

1.4　IPython魔法命令

前两节介绍了 IPython 如何让你以更有效且可交互的方式使用和探索 Python。本节将介绍一些 IPython 在普通 Python 语法基础之上的增强功能。这些功能被称作 IPython **魔法命令**，并且都以 `%` 符号作为前缀。这些魔法命令设计用于简洁地解决标准数据分析中的各种常见问题。魔法命令有两种形式：**行魔法**（line magic）和**单元魔法**（cell magic）。行魔法以单个 `%` 字符作为前缀，作用于单行输入；单元魔法以两个 `%%` 作为前缀，作用于多行输入。下面将展示和讨论一些简单的例子，本章后面会更详细地讨论一些有用的魔法命令。

1.4.1　粘贴代码块：%paste和%cpaste

当你使用 IPython 解释器时，有件事经常让你头疼，那就是粘贴多行代码块可能会导致不可预料的错误，尤其是其中包含缩进和解释符号时。一个常见的情况是，你在一个网站中找到了一些示例代码，并想将它们粘贴到你的解释器中，例如下面这个简单函数：

```
>>> def donothing(x):
...     return x
```

虽然这些代码和 Python 解释器中的显示是一样的，但是如果你将它直接复制并粘贴到 IPython 中，就会出现错误：

```
In [2]: >>> def donothing(x):
   ...:     ...     return x
   ...:
  File "<ipython-input-20-5a66c8964687>", line 2
    ...     return x
              ^
SyntaxError: invalid syntax
```

在直接粘贴的过程中，解释器被额外的提示符号搞晕了。但是不要害怕，IPython 的 %paste 魔法函数可以解决这个包含符号的多行输入问题：

```
In [3]: %paste
>>> def donothing(x):
...     return x

## -- End pasted text --
```

%paste 命令同时输入并执行该代码，所以你可以看到这个函数现在被应用了：

```
In [4]: donothing(10)
Out[4]: 10
```

另外一个作用类似的命令是 %cpaste。该命令打开一个交互式多行输入提示，你可以在这个提示下粘贴并执行一个或多个代码块：

```
In [5]: %cpaste
Pasting code; enter '--' alone on the line to stop or use Ctrl-D.
:>>> def donothing(x):
:...     return x
:--
```

这些命令和我们将会看到的其他魔法命令一样，实现了在标准的 Python 解释器中很难或是不可能实现的功能。

1.4.2 执行外部代码：%run

当你开发更复杂的代码时，可能会发现自己在使用 IPython 进行交互式探索的同时，还需要使用文本编辑器存储你希望重用的代码。在 IPython 会话中运行之前的代码非常方便，不用在另一个新窗口中运行这些程序代码。这个功能可以通过 %run 魔法命令来实现。

假设你创建了一个 myscript.py 文件，该文件包含以下内容：

```
#-------------------------------------
# file: myscript.py

def square(x):
    """求平方"""
    return x ** 2

for N in range(1, 4):
    print(N, "squared is", square(N))
```

你可以在像下面这样在 IPython 会话中运行该程序：

```
In [6]: %run myscript.py
1 squared is 1
2 squared is 4
3 squared is 9
```

请注意，当你运行了这段代码之后，该代码中包含的所有函数都可以在 IPython 会话中使用：

```
In [7]: square(5)
Out[7]: 25
```

IPython 提供了几种方式来调整代码如何执行。你可以在 IPython 解释器中输入 `%run?` 查看帮助文档。

1.4.3 计算代码运行时间：%timeit

另一个非常有用的魔法函数是 `%timeit`，它会自动计算接下来一行的 Python 语句的执行时间。例如，我们可能想了解列表综合的性能：

```
In [8]: %timeit L = [n ** 2 for n in range(1000)]
1000 loops, best of 3: 325 µs per loop
```

`%timeit` 的好处是，它会自动多次执行简短的命令，以获得更稳定的结果。对于多行语句，可以加入第二个 `%` 符号将其转变成单元魔法，以处理多行输入。例如，下面是 `for` 循环的同等结构：

```
In [9]: %%timeit
   ...: L = []
   ...: for n in range(1000):
   ...:     L.append(n ** 2)
   ...:
1000 loops, best of 3: 373 µs per loop
```

从以上结果可以立刻看出，列表综合比同等的 `for` 循环结构快约 10%。我们将在 1.9 节中进一步探索 `%timeit` 和其他对代码进行计时和分析的方法。

1.4.4 魔法函数的帮助：?、%magic和%lsmagic

和普通的 Python 函数一样，IPython 魔法函数也有文档字符串，并且可以通过标准的方式获取这些有用的文档注释。例如，为了读到 `%timeit` 魔法函数的文档注释，可以简单地输入以下命令：

```
In [10]: %timeit?
```

其他函数的文档注释也可以通过类似方法获得。为了获得可用魔法函数的通用描述以及一些示例，可以输入以下命令：

```
In [11]: %magic
```

为了快速而简单地获得所有可用魔法函数的列表，可以输入以下命令：

```
In [12]: %lsmagic
```

最后我还想提醒你，更直接的方式是按照你的意愿定义你自己的魔法函数。这里不会具体介绍，但是如果你感兴趣，可以参考 1.10 节列出的参考资料。

1.5 输入和输出历史

我们在前面看到，IPython shell 允许用上下方向键或 Ctrl + p / Ctrl + n 快捷键获取历史命令。另外，IPython 在 shell 和 Notebook 中都提供了几种获取历史命令的输出方式，以及这些命令本身的字符串形式。本节将会具体介绍。

1.5.1 IPython的输入和输出对象

到目前为止，我想你应该特别熟悉 IPython 用到的 `In[1]:`/`Out[1]:` 形式的提示了。但实际上，它们并不仅仅是好看的装饰形式，还给出了在当前会话中如何获取输入和输出历史的线索。假设你用以下形式启动了一个会话：

```
In [1]: import math

In [2]: math.sin(2)
Out[2]: 0.9092974268256817

In [3]: math.cos(2)
Out[3]: -0.4161468365471424
```

我们导入了一个内置的 `math` 程序包，然后计算 2 的正弦函数值和余弦函数值。这些输入和输出在 shell 中带有 `In/Out` 标签，但是不仅如此——IPython 实际上创建了叫作 `In` 和 `Out` 的 Python 变量，这些变量自动更新以反映命令历史：

```
In [4]: print(In)
['', 'import math', 'math.sin(2)', 'math.cos(2)', 'print(In)']

In [5]: Out
Out[5]: {2: 0.9092974268256817, 3: -0.4161468365471424}
```

`In` 对象是一个列表，按照顺序记录所有的命令（列表中的第一项是一个占位符，以便 `In[1]` 可以表示第一条命令）：

```
In [6]: print(In[1])
import math
```

`Out` 对象不是一个列表，而是一个字典。它将输入数字映射到相应的输出（如果有的话）：

```
In [7]: print(Out[2])
0.9092974268256817
```

请注意，不是所有操作都有输出，例如 `import` 语句和 `print` 语句就不影响输出。对于后者你可能会感到有点意外，但是仔细想想，`print` 是一个函数，它的返回值是 `None`，这样就能说通了。总的来说，任何返回值是 `None` 的命令都不会加到 `Out` 变量中。

如果想利用之前的结果，理解以上内容将大有用处。例如，利用之前的计算结果检查 `sin(2) ** 2` 和 `cos(2) ** 2` 的和，结果如下：

```
In [8]: Out[2] ** 2 + Out[3] ** 2
Out[8]: 1.0
```

输出结果是 1.0，符合勾股定理。在这个例子中，可能不需要利用之前的结果，但是如果你执行一个非常复杂的计算并且希望重复利用运算结果，那么该方法就会非常有用。

1.5.2　下划线快捷键和以前的输出

标准的 Python shell 仅仅包括一个用于获取以前的输出的简单快捷键。变量 _（单下划线）用于更新以前的输出，而这种方式在 IPython 中也适用：

```
In [9]: print(_)
1.0
```

但是 IPython 更进了一步——你可以用两条下划线获得倒数第二个历史输出，用三条下划线获得倒数第三个历史输出（跳过任何没有输出的命令）：

```
In [10]: print(__)
-0.4161468365471424

In [11]: print(___)
0.9092974268256817
```

IPython 的这一功能就此停止：超过三条下划线开始变得比较难计数，并且在这种情况下通过行号来指定输出更方便。

这里还要提到另外一个快捷键——Out[X] 的简写形式是 _X（即一条下划线加行号）：

```
In [12]: Out[2]
Out[12]: 0.9092974268256817

In [13]: _2
Out[13]: 0.9092974268256817
```

1.5.3　禁止输出

有时你可能希望禁止一条语句的输出（在第 4 章将介绍的画图命令中最常见）。或者你执行的命令生成了一个你并不希望存储到输出历史中的结果，这样当其他引用被删除时，该空间可以被释放。要禁止一个命令的输出，最简单的方式就是在行末尾处添加一个分号：

```
In [14]: math.sin(2) + math.cos(2);
```

请注意，这个结果被默默地计算了，并且输出结果既不会显示在屏幕上，也不会存储在 Out 路径下：

```
In [15]: 14 in Out
Out[15]: False
```

1.5.4　相关的魔法命令

如果想一次性获取此前所有的输入历史，%history 魔法命令会非常有用。在下面的示例中可以看到如何打印前 4 条输入命令：

```
In [16]: %history -n 1-4
   1: import math
   2: math.sin(2)
   3: math.cos(2)
   4: print(In)
```

按照惯例，可以输入 `%history?` 来查看更多相关信息以及可用选项的详细描述。其他类似的魔法命令还有 `%rerun`（该命令将重新执行部分历史命令）和 `%save`（该命令将部分历史命令保存到一个文件中）。如果想获取更多相关信息，建议你使用 `?` 帮助功能（详情请参见 1.2 节）。

1.6 IPython和shell命令

当与标准 Python 解释器交互时，你将面临一个令人沮丧的场景——你需要在多个 Python 工具和系统命令行工具窗口间来回切换。而 IPython 可以跨越这个鸿沟，并且提供了在 IPython 终端直接执行 shell 命令的语法。这一神奇的功能是使用感叹号实现的：一行中任何在 `!` 之后的内容将不会通过 Python 内核运行，而是通过系统命令行运行。

以下内容假定你在用一个类 Unix 系统，如 Linux 或者 Mac OS X。下文中的一些示例如果在 Windows 系统中运行将会失败，因为 Windows 系统默认使用的是与类 Unix 系统不同的 shell。（微软已于 2016 年宣布在 Windows 系统中可以运行原生的 Bash shell，所以在不久后这就不是个问题了！）如果不熟悉 shell 命令，建议你查看 Software Carpentry Foundation 的 shell 教程（http://swcarpentry.github.io/shell-novice/）。

1.6.1 shell快速入门

关于如何使用 shell / 终端 / 命令行的完整介绍不在本章的讨论范围内，但是我们为没有任何相关经验的初学者提供了一份快速入门指南。shell 是一种通过文本与计算机交互的方式。自 20 世纪 80 年代中期，微软和苹果发布其第一版（现在已经非常普遍）图形操作系统以来，大多数计算机用户已经熟悉了通过菜单点击和拖拽移动等方式与操作系统进行交互。但是，操作系统早在这些图形用户界面出现之前就存在，并且早期主要通过输入文本来控制：用户在提示符后输入一个命令，计算机将按照命令执行任务。这些早期的提示系统是 shell 和终端的前身，并且大多数活跃的数据科学家至今仍然用它们与计算机交互。

有些不熟悉 shell 的人可能会问，明明通过简单地点击图标和菜单就可以完成很多任务，为什么要把它复杂化？ shell 用户可能想用另一个问题来回答：明明在命令行简单地输入就能完成任务，为什么还要点击图标和菜单？这听起来可能像一个典型的技术偏好僵局，但显然，shell 对于高级任务能提供更多的控制操作。但是，我们也不得不承认 shell 的学习曲线会使很多普通计算机用户望而却步。

例如，以下是一个用户在 Linux / OS X 系统中探索、创建和修改文件和路径的 shell 会话的示例（`osx：~ $` 是提示符，在 `$` 符号后的所有内容是输入的命令；在 `#` 之后的文本是一个描述，并不是实际输入的内容）：

```
osx:~ $ echo "hello world"            # echo类似于Python的打印函数
hello world

osx:~ $ pwd                           # pwd=打印工作路径
/home/jake                            # 这就是我们所在的路径

osx:~ $ ls                            # ls=列出当前路径的内容
notebooks  projects

osx:~ $ cd projects/                  # cd=改变路径

osx:projects $ pwd
/home/jake/projects

osx:projects $ ls
datasci_book   mpld3   myproject.txt

osx:projects $ mkdir myproject        # mkdir=创建新的路径

osx:projects $ cd myproject/

osx:myproject $ mv ../myproject.txt ./  # mv=移动文件。这里将
                                        # 文件myproject.txt从上一级
                                        # 路径(../)移动到当前路径(./)
osx:myproject $ ls
myproject.txt
```

请注意，以上示例仅仅是通过输入命令而不是通过点击图标和菜单来执行熟悉操作（对路径结构的导航、创建路径、移动文件等）的一种紧凑方式。在这个例子中，仅仅通过几个简单的命令（pwd、ls、cd、mkdir 和 cp）就可以完成大多数常见的文件操作。当你执行一些高级任务时，shell 方法将变得非常有用。

1.6.2 IPython中的shell命令

你可以通过将 ! 符号作为前缀在 IPython 中执行任何命令行命令。例如，ls、pwd 和 echo 命令可以按照以下方式运行：

```
In [1]: !ls
myproject.txt

In [2]: !pwd
/home/jake/projects/myproject

In [3]: !echo "printing from the shell"
printing from the shell
```

1.6.3 在shell中传入或传出值

shell 命令不仅可以从 IPython 中调用，还可以和 IPython 命名空间进行交互。例如，你可以通过一个赋值操纵符将任何 shell 命令的输出保存到一个 Python 列表：

```
In [4]: contents = !ls

In [5]: print(contents)
['myproject.txt']

In [6]: directory = !pwd

In [7]: print(directory)
['/Users/jakevdp/notebooks/tmp/myproject']
```

请注意，这些结果并不以列表的形式返回，而是以 IPython 中定义的一个特殊 shell 返回类型的形式返回：

```
In [8]: type(directory)
IPython.utils.text.SList
```

这看上去和 Python 列表很像，并且可以像列表一样操作。但是这种类型还有其他功能，例如 `grep` 和 `fields` 方法以及 `s`、`n` 和 `p` 属性，允许你轻松地搜索、过滤和显示结果。你可以用 IPython 内置的帮助来查看更多的详细信息。

另一个方向的交互，即将 Python 变量传入 shell，可以通过 `{varname}` 语法实现：

```
In [9]: message = "hello from Python"

In [10]: !echo {message}
hello from Python
```

变量名包含在大括号内，在 shell 命令中用实际的变量替代。

1.7　与shell相关的魔法命令

操作 IPython shell 一段时间后，你可能会注意到你不能通过 `!cd` 来导航文件系统：

```
In [11]: !pwd
/home/jake/projects/myproject

In [12]: !cd ..

In [13]: !pwd
/home/jake/projects/myproject
```

原因是 Notebook 中的 shell 命令是在一个临时的分支 shell 中执行的。如果你希望以一种更持久的方式更改工作路径，可以使用 `%cd` 魔法命令：

```
In [14]: %cd ..
/home/jake/projects
```

事实上，默认情况下你甚至可以不用 `%` 符号实现该功能：

```
In [15]: cd myproject
/home/jake/projects/myproject
```

这种方式被称作自动魔法（`automagic`）函数，可以通过 `%automagic` 魔法函数进行翻转。

除了 `%cd`，其他可用的类似 shell 的魔法函数还有 `%cat`、`%cp`、`%env`、`%ls`、`%man`、`%mkdir`、`%more`、`%mv`、`%pwd`、`%rm` 和 `%rmdir`。如果 `automagic` 被打开，以上任何一个魔法命令都可以省略 `%` 符号，这使得你可以将 IPython 提示符当作普通 shell 一样使用：

```
In [16]: mkdir tmp

In [17]: ls
myproject.txt  tmp/

In [18]: cp myproject.txt tmp/

In [19]: ls tmp
myproject.txt

In [20]: rm -r tmp
```

这种在和 Python 会话相同的窗口中访问 shell 的方式，意味着你在编辑 Python 代码时，可以减少在 Python 解释器和 shell 之间来回切换的次数。

1.8　错误和调试

代码开发和数据分析经常需要一些试错，而 IPython 包含了一系列提高这一流程效率的工具。这一节将先简要介绍一些控制 Python 异常报告的选项，然后探索调试代码中错误的工具。

1.8.1　控制异常：%xmode

大多数时候，当一个 Python 脚本未执行通过时，会抛出一个异常。当解释器捕获到这些异常中的一个时，可以在**轨迹追溯**（traceback）中找到引起这个错误的原因。利用 `%xmode` 魔法函数，IPython 允许你在异常发生时控制打印信息的数量。以下面的代码为例：

```
In[1]: def func1(a, b):
           return a / b

       def func2(x):
           a = x
           b = x - 1
           return func1(a, b)

In[2]: func2(1)
---------------------------------------------------------------------------
ZeroDivisionError                         Traceback (most recent call last)

<ipython-input-2-b2e110f6fc8f^gt; in <module>()
----> 1 func2(1)


<ipython-input-1-d849e34d61fb> in func2(x)
      5     a = x
      6     b = x - 1
----> 7     return func1(a, b)
```

```
<ipython-input-1-d849e34d61fb> in func1(a, b)
      1 def func1(a, b):
----> 2     return a / b
      3
      4 def func2(x):
      5     a = x


ZeroDivisionError: division by zero
```

调用 func2 函数导致一个错误，阅读打印的轨迹可以清楚地看见发生了什么。默认情况下，这个轨迹信息包括几行，显示了导致错误的每个步骤的上下文。利用 %xmode 魔法函数（简称**异常模式**），可以改变打印的信息。

%xmode 有一个输入参数，即模式。模式有 3 个可选项：Plain、Context 和 Verbose。默认情况下是 Context，该模式的输出结果我们已经见过。Plain 更紧凑，给出的信息更少：

```
In[3]: %xmode Plain

Exception reporting mode: Plain

In[4]: func2(1)

------------------------------------------------------------
Traceback (most recent call last):


  File "<ipython-input-4-b2e110f6fc8f>", line 1, in <module>
    func2(1)


  File "<ipython-input-1-d849e34d61fb>", line 7, in func2
    return func1(a, b)


  File "<ipython-input-1-d849e34d61fb>", line 2, in func1
    return a / b


ZeroDivisionError: division by zero
```

Verbose 模式加入了一些额外的信息，包括任何被调用的函数的参数：

```
In[5]: %xmode Verbose

Exception reporting mode: Verbose

In[6]: func2(1)

---------------------------------------------------------------------------
ZeroDivisionError                         Traceback (most recent call last)
```

```
<ipython-input-6-b2e110f6fc8f> in <module>()
----> 1 func2(1)
        global func2 = <function func2 at 0x103729320>


<ipython-input-1-d849e34d61fb> in func2(x=1)
      5     a = x
      6     b = x - 1
----> 7     return func1(a, b)
        global func1 = <function func1 at 0x1037294d0>
        a = 1
        b = 0


<ipython-input-1-d849e34d61fb> in func1(a=1, b=0)
      1 def func1(a, b):
----> 2     return a / b
        a = 1
        b = 0
      3
      4 def func2(x):
      5     a = x

ZeroDivisionError: division by zero
```

这些额外的信息可以帮助你发现为什么会出现异常。那么为什么不在所有场景中都使用 `Verbose` 模式呢？这是因为如果代码变得更复杂，这种方式的轨迹追溯会变得非常长。根据不同情境，有时默认模式的简要描述更容易处理。

1.8.2　调试：当阅读轨迹追溯不足以解决问题时

标准的 Python 交互式调试工具是 `pdb`，它是 Python 的调试器。这个调试器允许用户逐行运行代码，以便查看可能导致错误的原因。IPython 增强版本的调试器是 `ipdb`，它是 IPython 专用的调试器。

启动和运行这两个调试器的方式有很多，这里不会一一介绍。你可以通过在线文档了解关于它们的更多信息。

IPython 中最方便的调试界面可能就是 `%debug` 魔法命令了。如果你在捕获异常后调用该调试器，它会在异常点自动打开一个交互式调试提示符。`ipdb` 提示符让你可以探索栈空间的当前状态，探索可用变量，甚至运行 Python 命令！

来看看最近的异常，然后执行一些简单的任务——打印 `a` 和 `b` 的值，然后输入 `quit` 来结束调试会话：

```
In[7]: %debug

> <ipython-input-1-d849e34d61fb>(2)func1()
      1 def func1(a, b):
```

```
----> 2     return a / b
      3

ipdb> print(a)
1
ipdb> print(b)
0
ipdb> quit
```

这个交互式调试器的功能不止如此，我们甚至可以设置单步入栈和出栈来查看各变量的值：

```
In[8]: %debug

> <ipython-input-1-d849e34d61fb>(2)func1()
      1 def func1(a, b):
----> 2     return a / b
      3

ipdb> up
> <ipython-input-1-d849e34d61fb>(7)func2()
      5     a = x
      6     b = x - 1
----> 7     return func1(a, b)

ipdb> print(x)
1
ipdb> up
> <ipython-input-6-b2e110f6fc8f>(1)<module>()
----> 1 func2(1)

ipdb> down
> <ipython-input-1-d849e34d61fb>(7)func2()
      5     a = x
      6     b = x - 1
----> 7     return func1(a, b)

ipdb> quit
```

这让你可以快速找到导致错误的原因，并且知道是哪一个函数调用导致了错误。

如果你希望在发生任何异常时都自动启动调试器，可以用 `%pdb` 魔法函数来启动这个自动过程：

```
In[9]: %xmode Plain
       %pdb on
       func2(1)
Exception reporting mode: Plain
Automatic pdb calling has been turned ON


Traceback (most recent call last):


  File "<ipython-input-9-569a67d2d312>", line 3, in <module>
    func2(1)
```

```
  File "<ipython-input-1-d849e34d61fb>", line 7, in func2
    return func1(a, b)


  File "<ipython-input-1-d849e34d61fb>", line 2, in func1
    return a / b


ZeroDivisionError: division by zero



> <ipython-input-1-d849e34d61fb>(2)func1()
      1 def func1(a, b):
----> 2     return a / b
      3

ipdb> print(b)
0
ipdb> quit
```

最后，如果你有一个脚本，并且希望以交互式模式运行，则可以用 `%run -d` 命令来运行，并利用 `next` 命令单步向下交互地运行代码。

部分调试命令

这里仅仅列举了一部分可用的交互式调试命令。下表中包含了一些常用且有用的命令及其描述。

命令	描述
`list`	显示文件的当前路径
`h(elp)`	显示命令列表，或查找特定命令的帮助信息
`q(uit)`	退出调试器和程序
`c(ontinue)`	退出调试器，继续运行程序
`n(ext)`	跳到程序的下一步
`<enter>`	重复前一个命令
`p(rint)`	打印变量
`s(tep)`	步入子进程
`r(eturn)`	从子进程跳出

在调试器中使用 `help` 命令，或者查看 `ipdb` 的在线文档（https://github.com/gotcha/ipdb）获取更多的相关信息。

1.9　代码的分析和计时

在开发代码和创建数据处理管道的过程中，经常需要在各种实现方式之间取舍，但在开发算法的早期就考虑这些事情会适得其反。正如高德纳的名言所说：“大约 97% 的时间，我

们应该忘记微小的效率差别；过早优化是一切罪恶的根源。”

不过，一旦代码运行起来，提高代码的运行效率总是有用的。有时候查看给定命令或一组命令的的运行时间非常有用，有时候深入多行进程并确定一系列复杂操作的效率瓶颈也非常有用。IPython 提供了很多执行这些代码计时和分析的操作函数。我们将讨论以下 IPython 魔法命令。

`%time`
　对单个语句的执行时间进行计时。

`%timeit`
　对单个语句的重复执行进行计时，以获得更高的准确度。

`%prun`
　利用分析器运行代码。

`%lprun`
　利用逐行分析器运行代码。

`%memit`
　测量单个语句的内存使用。

`%mprun`
　通过逐行的内存分析器运行代码。

最后 4 条魔法命令并不是与 IPython 捆绑的，你需要安装 `line_profiler` 和 `memory_profiler` 扩展。我们将在接下来的部分介绍这些扩展。

1.9.1　代码段计时：%timeit和%time

1.4 节对魔法函数进行了简单的介绍，我们了解了 `%timeit` 行魔法和 `%%timeit` 单元魔法，其中 `%%timeit` 可以让代码段重复运行来计算代码的运行时间：

```
In[1]: %timeit sum(range(100))

100000 loops, best of 3: 1.54 µs per loop
```

请注意，因为这个操作很快，所以 `%timeit` 自动让代码段重复运行很多次。对于较慢的命令，`%timeit` 将自动调整并减少重复执行的次数：

```
In[2]: %%timeit
       total = 0
       for i in range(1000):
           for j in range(1000):
               total += i * (-1) ** j
1 loops, best of 3: 407 ms per loop
```

有时候重复一个操作并不是最佳选择。例如，如果有一个列表需要排序，我们可能会被重复操作误导。对一个预先排好序的列表进行排序，比对一个无序的列表进行排序要快，所以重复运行将使结果出现偏差：

```
In[3]: import random
       L = [random.random() for i in range(100000)]
       %timeit L.sort()

100 loops, best of 3: 1.9 ms per loop
```

对于这种情况，`%time` 魔法函数可能是更好的选择。对于运行时间较长的命令来说，如果较短的系统延迟不太可能影响结果，那么 `%time` 魔法函数也是一个不错的选择。下面对一个无序列表排序和一个已排序列表排序分别计时：

```
In[4]: import random
       L = [random.random() for i in range(100000)]
       print("sorting an unsorted list:")
       %time L.sort()

sorting an unsorted list:
CPU times: user 40.6 ms, sys: 896 μs, total: 41.5 ms
Wall time: 41.5 ms

In[5]: print("sorting an already sorted list:")
       %time L.sort()

sorting an already sorted list:
CPU times: user 8.18 ms, sys: 10 μs, total: 8.19 ms
Wall time: 8.24 ms
```

可以看出，虽然对已排序的列表进行排序比对未排序的列表进行排序快很多，但是即使同样对已排序的列表进行排序，用 `%time` 计时也比用 `%timeit` 计时花费的时间要长。这是由于 `%timeit` 在底层做了一些很聪明的事情来阻止系统调用对计时过程的干扰。例如，`%timeit` 会阻止清理未利用的 Python 对象（即**垃圾回收**），该过程可能影响计时。因此，`%timeit` 通常比 `%time` 更快得到结果。

和 `%timeit` 一样，`%time` 魔法命令也可以通过双百分号语法实现多行代码的计时：

```
In[6]: %%time
       total = 0
       for i in range(1000):
           for j in range(1000):
               total += i * (-1) ** j

CPU times: user 504 ms, sys: 979 μs, total: 505 ms
Wall time: 505 ms
```

关于 `%time` 和 `%timeit` 的更多信息以及它们可用的参数选项，可以通过 IPython 的帮助功能（如在 IPython 提示符中输入 `%time?`）获取。

1.9.2 分析整个脚本：%prun

一个程序是由很多单个语句组成的，有时候对整个脚本计时比对单个语句计时更重要。Python 包含一个内置的代码分析器（你可以在 Python 文档中了解更多相关信息），但是 IPython 提供了一种更方便的方式来使用这个分析器，即通过魔法函数 `%prun` 实现。

在以下例子中，我们将定义一个简单的函数，该函数会完成一些计算：

```
In[7]: def sum_of_lists(N):
           total = 0
           for i in range(5):
               L = [j ^ (j >> i) for j in range(N)]
               total += sum(L)
           return total
```

现在用 %prun 和一个函数调用来看分析结果：

```
In[8]: %prun sum_of_lists(1000000)
```

在 Notebook 中，输出结果打印在页面中，如下所示：

```
14 function calls in 0.714 seconds

   Ordered by: internal time

   ncalls  tottime  percall  cumtime  percall filename:lineno(function)
        5    0.599    0.120    0.599    0.120 <ipython-input-19>:4(<listcomp>)
        5    0.064    0.013    0.064    0.013 {built-in method sum}
        1    0.036    0.036    0.699    0.699 <ipython-input-19>:1(sum_of_lists)
        1    0.014    0.014    0.714    0.714 <string>:1(<module>)
        1    0.000    0.000    0.714    0.714 {built-in method exec}
```

结果是一个表格，该表格按照每个函数调用的总时间，显示了哪里的执行时间最长。在这个例子中，大部分执行时间用在 sum_of_lists 的列表综合中。通过观察这个数据，我们可以开始考虑通过调整哪里来提升算法的性能。

关于 %prun 的更多信息以及它们可用的参数选项，可以通过 IPython 的帮助功能（在 IPython 提示符中输入 %prun?）获取。

1.9.3　用%lprun进行逐行分析

用 %prun 对代码中的每个函数进行分析非常有用，但有时逐行代码分析报告更方便。该功能并没有内置于 Python 或 IPython，但是可以通过安装 line_profiler 包来实现。首先利用 Python 的包管理工具 pip 安装 line_profiler 包：

```
$ pip install line_profiler
```

接下来可以用 IPython 导入 line_profiler 包提供的 IPython 扩展：

```
In[9]: %load_ext line_profiler
```

现在 %lprun 命令就可以对所有函数进行逐行分析了。在下面的例子中，我们需要明确指出要分析哪些函数：

```
In[10]: %lprun -f sum_of_lists sum_of_lists(5000)
```

和前面的性能分析过程一样，Notebook 会在页面上返回结果，如下所示：

```
Timer unit: 1e-06 s

Total time: 0.009382 s
```

```
File: <ipython-input-19-fa2be176cc3e>
Function: sum_of_lists at line 1

Line #      Hits         Time  Per Hit   % Time  Line Contents
==============================================================
     1                                           def sum_of_lists(N):
     2         1            2      2.0      0.0      total = 0
     3         6            8      1.3      0.1      for i in range(5):
     4         5         9001   1800.2     95.9          L = [j ^ (j >> i) ...
     5         5          371     74.2      4.0          total += sum(L)
     6         1            0      0.0      0.0      return total
```

最上面的信息给出了阅读这些结果的关键：报告中的运行时间单位是微秒，我们可以看到程序中哪些地方最耗时。可以通过这些信息修改代码，使其更高效地实现我们的目的。

更多关于 `%lprun` 的信息以及相关的参数选项，可以通过 IPython 的帮助功能（在 IPython 提示符中输入 `%lprun?`）获取。

1.9.4 用%memit和%mprun进行内存分析

另一种分析是分析一个操作所用的内存量，这可以通过 IPython 的另一个扩展来评估，即 `memory_profiler`。和 `line_profiler` 一样，首先用 `pip` 安装这个扩展：

```
$ pip install memory_profiler
```

然后用 IPython 导入该扩展：

```
In[12]: %load_ext memory_profiler
```

内存分析扩展包括两个有用的魔法函数：`%memit` 魔法函数（它提供的内存消耗计算功能类似于 `%timeit`）和 `%mprun` 魔法函数（它提供的内存消耗计算功能类似于 `%lprun`）。`%memit` 函数用起来很简单：

```
In[13]: %memit sum_of_lists(1000000)

peak memory: 100.08 MiB, increment: 61.36 MiB
```

可以看到，这个函数大概消耗了 100MB 的内存。

对于逐行代码的内存消耗描述，可以用 `%mprun` 魔法函数。但不幸的是，这个魔法函数仅仅对独立模块内部的函数有效，而对于 Notebook 本身不起作用。所以首先用 `%%file` 魔法函数创建一个简单的模块，将该模块命名为 `mprun_demo.py`。它包含 `sum_of_lists` 函数，该函数中包含一次加法，能使内存分析结果更清晰：

```
In[14]: %%file mprun_demo.py
        def sum_of_lists(N):
            total = 0
            for i in range(5):
                L = [j ^ (j >> i) for j in range(N)]
                total += sum(L)
                del L # remove reference to L
            return total

Overwriting mprun_demo.py
```

现在可以重新导入函数，并运行逐行内存分析器：

```
In[15]: from mprun_demo import sum_of_lists
        %mprun -f sum_of_lists sum_of_lists(1000000)
```

页面中打印的结果概述了该函数的内存消耗情况，如下所示：

```
Filename: ./mprun_demo.py

Line #    Mem usage    Increment   Line Contents
================================================
     4     71.9 MiB      0.0 MiB           L = [j ^ (j >> i) for j in range(N)]


Filename: ./mprun_demo.py

Line #    Mem usage    Increment   Line Contents
================================================
     1     39.0 MiB      0.0 MiB   def sum_of_lists(N):
     2     39.0 MiB      0.0 MiB       total = 0
     3     46.5 MiB      7.5 MiB       for i in range(5):
     4     71.9 MiB     25.4 MiB           L = [j ^ (j >> i) for j in range(N)]
     5     71.9 MiB      0.0 MiB           total += sum(L)
     6     46.5 MiB    -25.4 MiB           del L # remove reference to L
     7     39.1 MiB     -7.4 MiB       return total
```

`Increment` 列告诉我们每行代码对总内存预算的影响：创建和删除列表 `L` 时用掉了 25MB 的内存。这是除了 Python 解释器本身外最消耗内存资源的部分。

关于 `%menit` 和 `%mprun` 的更多信息以及相关的参数选项，可以通过 IPython 的帮助功能（在 IPython 提示符中输入 `%memit?`）获取。

1.10 IPython参考资料

这一章仅仅粗浅地介绍了如何利用 IPython 完成数据科学任务，你可以在其他图书和互联网上找到更多信息。下面列举了其中一些可能对你有帮助的资源。

1.10.1 网络资源

IPython 网站（http://ipython.org）
　IPython 网站链接到各种相关文档、示例、教程以及很多其他资源。

nbviewer 网站（http://nbviewer.ipython.org/）
　该网站展示了网络上任何可用的 IPython Notebook 的静态翻译。该网站的首页展示了一些示例 Notebook，通过这些示例你可以看到其他人用 IPython 做了什么。

有趣的 IPython Notebook 集合（http://github.com/ipython/ipython/wiki/A-gallery-of-interesting-IPython-Notebooks/）
　这是由 nbviewer 运行的最全的 Notebook 列表（并且该列表还在不断增长），展示了通过 IPython 可以进行多深、多广的数值分析。它还包括短小的示例、全套课程教程以及 Notebook 格式的图书。

视频教程

通过搜索互联网，你可以找到很多 IPython 的视频教程。强烈建议你搜索 Fernando Perez 和 Brian Granger 在 PyCon、SciPy 和 PyData 会议中的视频，他们二位是 IPython 和 Jupyter 的主要创建者和维护者。

1.10.2 相关图书

《利用 Python 进行数据分析》

Wes McKinney 的这本书用一章介绍了如何像数据科学家那样使用 IPython。尽管其中的很多内容与上面介绍的内容有所重复，但多一个视角总不是坏事。

Learning IPython for Interactive Computing and Data Visualization（http://bit.ly/2eLCBB7）

Cyrille Rossant 的这本薄书对如何用 IPython 进行数据分析作了很好的介绍。

IPython Interactive Computing and Visualization Cookbook（http://bit.ly/2fCEtNE）

这本也是 Cyrille Rossant 的著作。它篇幅更长，并且深入介绍了将 IPython 用于数据科学的方法。这本书不仅仅是关于 IPython 的，还涉及了数据科学中更深、更广的主题。

最后要提醒你的是，你可以自己寻求帮助。如果你能充分且经常使用 IPython 的 ? 式帮助功能（详情请参见 1.2 节），会对你大有帮助。当你学习本书或别处介绍的示例时，可以用这个功能来熟悉 IPython 提供的所有工具。

第2章

NumPy入门

本章和第 3 章将介绍通过 Python 有效导入、存储和操作内存数据的主要技巧。这个主题非常广泛，因为数据集的来源与格式都十分丰富，比如文档集合、图像集合、声音片段集合、数值数据集合，等等。这些数据虽然存在明显的异构性，但是将所有数据简单地看作数字数组非常有助于我们理解和处理数据。

例如，可以将图像（尤其是数字图像）简单地看作二维数字数组，这些数字数组代表各区域的像素值；声音片段可以看作时间和强度的一维数组；文本也可以通过各种方式转换成数值表示，一种可能的转换是用二进制数表示特定单词或单词对出现的频率。不管数据是何种形式，第一步都是将这些数据转换成数值数组形式的可分析数据（5.4 节将更详细地介绍一些实现这种数据转换的示例）。

正因如此，有效地存储和操作数值数组是数据科学中绝对的基础过程。我们将介绍 Python 中专门用来处理这些数值数组的工具：NumPy 包和 Pandas 包（将在第 3 章介绍）。

本章将详细介绍 NumPy。NumPy（Numerical Python 的简称）提供了高效存储和操作密集数据缓存的接口。在某些方面，NumPy 数组与 Python 内置的列表类型非常相似。但是随着数组在维度上变大，NumPy 数组提供了更加高效的存储和数据操作。NumPy 数组几乎是整个 Python 数据科学工具生态系统的核心。因此，不管你对数据科学的哪个方面感兴趣，花点时间学习如何有效地使用 NumPy 都是非常值得的。

如果你听从前言给出的建议安装了 Anaconda，那么你已经安装好 NumPy，并可以使用它了。如果你是个体验派，则可以到 NumPy 网站（http://www.numpy.org/）按照其安装指导进行安装。安装好后，你可以导入 NumPy 并再次核实你的 NumPy 版本：

```
In[1]: import numpy
       numpy.__version__

Out[1]: '1.11.1'
```

针对本章中介绍的 NumPy 功能，我建议你使用 NumPy 1.8 及之后的版本。遵循传统，你将发现 SciPy / PyData 社区中的大多数人都用 np 作为别名导入 NumPy：

```
In[2]: import numpy as np
```

在本章以及之后的内容中，我们都将用这种方式导入和使用 NumPy。

对内置文档的提醒

当你阅读本章时，不要忘记 IPython 提供了快速探索包的内容的方法（用 Tab 键自动补全），以及各种函数的文档（用 ? 符号）。如果你还需要回顾一下，可以翻回 1.2 节。

例如，要显示 numpy 命名空间的所有内容，可以用如下方式：

```
In [3]: np.<TAB>
```

要显示 NumPy 内置的文档，可以用如下方式：

```
In [4]: np?
```

要获取更详细的文档以及教程和其他资源，可以访问 http://www.numpy.org。

2.1 理解Python中的数据类型

要实现高效的数据驱动科学和计算，需要理解数据是如何被存储和操作的。本节将介绍在 Python 语言中数据数组是如何被处理的，并对比 NumPy 所做的改进。理解这个不同之处是理解本书其他内容的基础。

Python 的用户往往被其易用性所吸引，其中一个易用之处就在于动态输入。静态类型的语言（如 C 或 Java）往往需要每一个变量都明确地声明，而动态类型的语言（例如 Python）可以跳过这个特殊规定。例如在 C 语言中，你可能会按照如下方式指定一个特殊的操作：

```
/* C代码 */
int result = 0;
for(int i=0; i<100; i++){
    result += i;
}
```

而在 Python 中，同等的操作可以按照如下方式实现：

```
# Python代码
result = 0
for i in range(100):
    result += i
```

注意这里最大的不同之处：在 C 语言中，每个变量的数据类型被明确地声明；而在 Python 中，类型是动态推断的。这意味着可以将任何类型的数据指定给任何变量：

```
# Python代码
x = 4
x = "four"
```

这里已经将 x 变量的内容由整型转变成了字符串，而同样的操作在 C 语言中将会导致（取决于编译器设置）编译错误或其他未知的后果：

```
/* C代码 */
int x = 4;
x = "four";  // 编译失败
```

这种灵活性是使 Python 和其他动态类型的语言更易用的原因之一。理解这一特性**如何**工作是学习用 Python 有效且高效地分析数据的重要因素。但是这种类型灵活性也指出了一个事实：Python 变量不仅是它们的值，还包括了关于值的类型的一些额外信息，本节接下来的内容将进行更详细的介绍。

2.1.1 Python整型不仅仅是一个整型

标准的 Python 实现是用 C 语言编写的。这意味着每一个 Python 对象都是一个聪明的伪 C 语言结构体，该结构体不仅包含其值，还有其他信息。例如，当我们在 Python 中定义一个整型，例如 `x = 10000` 时，x 并不是一个“原生”整型，而是一个指针，指向一个 C 语言的复合结构体，结构体里包含了一些值。查看 Python 3.4 的源代码，可以发现整型（长整型）的定义，如下所示（C 语言的宏经过扩展之后）：

```
struct _longobject {
    long ob_refcnt;
    PyTypeObject *ob_type;
    size_t ob_size;
    long ob_digit[1];
};
```

Python 3.4 中的一个整型实际上包括 4 个部分。

- `ob_refcnt` 是一个引用计数，它帮助 Python 默默地处理内存的分配和回收。
- `ob_type` 将变量的类型编码。
- `ob_size` 指定接下来的数据成员的大小。
- `ob_digit` 包含我们希望 Python 变量表示的实际整型值。

这意味着与 C 语言这样的编译语言中的整型相比，在 Python 中存储一个整型会有一些开销，正如图 2-1 所示。

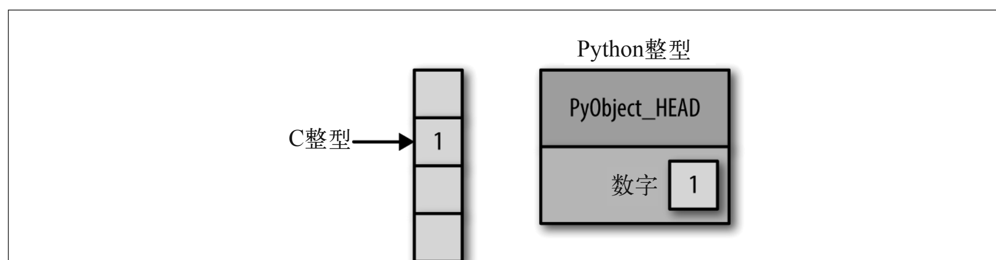


图 2-1：C 整型和 Python 整型的区别

这里 `PyObject_HEAD` 是结构体中包含引用计数、类型编码和其他之前提到的内容的部分。

两者的差异在于，C 语言整型本质上是对应某个内存位置的标签，里面存储的字节会编码成整型。而 Python 的整型其实是一个指针，指向包含这个 Python 对象所有信息的某个内存位置，其中包括可以转换成整型的字节。由于 Python 的整型结构体里面还包含了大量额外的信息，所以 Python 可以自由、动态地编码。但是，Python 类型中的这些额外信息也会成为负担，在多个对象组合的结构体中尤其明显。

2.1.2　Python列表不仅仅是一个列表

设想如果使用一个包含很多 Python 对象的 Python 数据结构，会发生什么？ Python 中的标准可变多元素容器是列表。可以用如下方式创建一个整型值列表：

```
In[1]: L = list(range(10))
       L

Out[1]: [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]

In[2]: type(L[0])

Out[2]: int
```

或者创建一个字符串列表：

```
In[3]: L2 = [str(c) for c in L]
       L2

Out[3]: ['0', '1', '2', '3', '4', '5', '6', '7', '8', '9']

In[4]: type(L2[0])

Out[4]: str
```

因为 Python 的动态类型特性，甚至可以创建一个异构的列表：

```
In[5]: L3 = [True, "2", 3.0, 4]
       [type(item) for item in L3]

Out[5]: [bool, str, float, int]
```

但是想拥有这种灵活性也是要付出一定代价的：为了获得这些灵活的类型，列表中的每一项必须包含各自的类型信息、引用计数和其他信息；也就是说，每一项都是一个完整的 Python 对象。来看一个特殊的例子，如果列表中的所有变量都是同一类型的，那么很多信息都会显得多余——将数据存储在固定类型的数组中应该会更高效。动态类型的列表和固定类型的（NumPy 式）数组间的区别如图 2-2 所示。

在实现层面，数组基本上包含一个指向连续数据块的指针。另一方面，Python 列表包含一个指向指针块的指针，这其中的每一个指针对应一个完整的 Python 对象（如前面看到的 Python 整型）。另外，列表的优势是灵活，因为每个列表元素是一个包含数据和类型信息的完整结构体，而且列表可以用任意类型的数据填充。固定类型的 NumPy 式数组缺乏这种灵活性，但是能更有效地存储和操作数据。

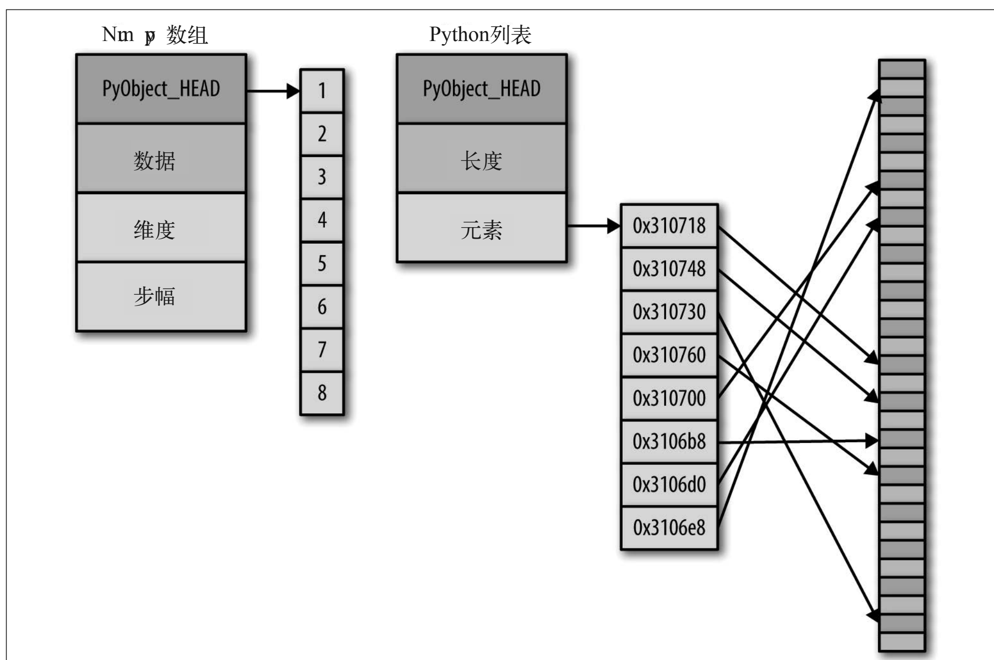


图 2-2：C 列表和 Python 列表的区别

2.1.3 Python中的固定类型数组

Python 提供了几种将数据存储在有效的、固定类型的数据缓存中的选项。内置的数组（`array`）模块（在 Python 3.3 之后可用）可以用于创建统一类型的密集数组：

```
In[6]: import array
       L = list(range(10))
       A = array.array('i', L)
       A

Out[6]: array('i', [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9])
```

这里的 `'i'` 是一个数据类型码，表示数据为整型。

更实用的是 NumPy 包中的 `ndarray` 对象。Python 的数组对象提供了数组型数据的有效存储，而 NumPy 为该数据加上了高效的**操作**。稍后将介绍这些操作，这里先展示几种创建 NumPy 数组的方法。

从用 `np` 别名导入 NumPy 的标准做法开始：

```
In[7]: import numpy as np
```

2.1.4 从Python列表创建数组

首先，可以用 `np.array` 从 Python 列表创建数组：

```
In[8]: # 整型数组:
       np.array([1, 4, 2, 5, 3])

Out[8]: array([1, 4, 2, 5, 3])
```

请记住，不同于 Python 列表，NumPy 要求数组必须包含同一类型的数据。如果类型不匹配，NumPy 将会向上转换（如果可行）。这里整型被转换为浮点型：

```
In[9]: np.array([3.14, 4, 2, 3])

Out[9]: array([ 3.14,  4.  ,  2.  ,  3. ])
```

如果希望明确设置数组的数据类型，可以用 dtype 关键字：

```
In[10]: np.array([1, 2, 3, 4], dtype='float32')

Out[10]: array([ 1.,  2.,  3.,  4.], dtype=float32)
```

最后，不同于 Python 列表，NumPy 数组可以被指定为多维的。以下是用列表的列表初始化多维数组的一种方法：

```
In[11]: # 嵌套列表构成的多维数组
        np.array([range(i, i + 3) for i in [2, 4, 6]])

Out[11]: array([[2, 3, 4],
                [4, 5, 6],
                [6, 7, 8]])
```

内层的列表被当作二维数组的行。

2.1.5 从头创建数组

面对大型数组的时候，用 NumPy 内置的方法从头创建数组是一种更高效的方法。以下是几个示例：

```
In[12]: # 创建一个长度为10的数组，数组的值都是0
        np.zeros(10, dtype=int)

Out[12]: array([0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0])

In[13]: # 创建一个3×5的浮点型数组，数组的值都是1
        np.ones((3, 5), dtype=float)

Out[13]: array([[ 1.,  1.,  1.,  1.,  1.],
                [ 1.,  1.,  1.,  1.,  1.],
                [ 1.,  1.,  1.,  1.,  1.]])

In[14]: # 创建一个3×5的浮点型数组，数组的值都是3.14
        np.full((3, 5), 3.14)

Out[14]: array([[ 3.14,  3.14,  3.14,  3.14,  3.14],
                [ 3.14,  3.14,  3.14,  3.14,  3.14],
                [ 3.14,  3.14,  3.14,  3.14,  3.14]])
```

```
In[15]: # 创建一个线性序列数组
        # 从0开始，到20结束，步长为2
        # （它和内置的range()函数类似）
        np.arange(0, 20, 2)

Out[15]: array([ 0,  2,  4,  6,  8, 10, 12, 14, 16, 18])

In[16]: # 创建一个5个元素的数组，这5个数均匀地分配到0~1
        np.linspace(0, 1, 5)

Out[16]: array([ 0.  ,  0.25,  0.5 ,  0.75,  1. ])

In[17]: # 创建一个3×3的、在0~1均匀分布的随机数组成的数组
        np.random.random((3, 3))

Out[17]: array([[ 0.99844933,  0.52183819,  0.22421193],
                [ 0.08007488,  0.45429293,  0.20941444],
                [ 0.14360941,  0.96910973,  0.946117 ]])


In[18]: # 创建一个3×3的、均值为0、标准差为1的
        # 正态分布的随机数数组
        np.random.normal(0, 1, (3, 3))

Out[18]: array([[ 1.51772646,  0.39614948, -0.10634696],
                [ 0.25671348,  0.00732722,  0.37783601],
                [ 0.68446945,  0.15926039, -0.70744073]])

In[19]: # 创建一个3×3的、[0, 10)区间的随机整型数组
        np.random.randint(0, 10, (3, 3))

Out[19]: array([[2, 3, 4],
                [5, 7, 8],
                [0, 5, 0]])

In[20]: # 创建一个3×3的单位矩阵
        np.eye(3)

Out[20]: array([[ 1.,  0.,  0.],
                [ 0.,  1.,  0.],
                [ 0.,  0.,  1.]])

In[21]: # 创建一个由3个整型数组成的未初始化的数组
        # 数组的值是内存空间中的任意值
        np.empty(3)

Out[21]: array([ 1.,  1.,  1.])
```

2.1.6 NumPy标准数据类型

NumPy 数组包含同一类型的值，因此详细了解这些数据类型及其限制是非常重要的。因为 NumPy 是在 C 语言的基础上开发的，所以 C、Fortran 和其他类似语言的用户会比较熟悉这些数据类型。

表 2-1 列出了标准 NumPy 数据类型。请注意，当构建一个数组时，你可以用一个字符串参数来指定数据类型：

```
np.zeros(10, dtype='int16')
```

或者用相关的 NumPy 对象来指定：

```
np.zeros(10, dtype=np.int16)
```

表2-1：NumPy标准数据类型

数据类型	描述
bool_	布尔值（真、True 或假、False），用一个字节存储
int_	默认整型（类似于 C 语言中的 long，通常情况下是 int64 或 int32）
intc	同 C 语言的 int 相同（通常是 int32 或 int64）
intp	用作索引的整型（和 C 语言的 ssize_t 相同，通常情况下是 int32 或 int64）
int8	字节（byte，范围从 –128 到 127）
int16	整型（范围从 –32768 到 32767）
int32	整型（范围从 –2147483648 到 2147483647）
int64	整型（范围从 –9223372036854775808 到 9223372036854775807）
uint8	无符号整型（范围从 0 到 255）
uint16	无符号整型（范围从 0 到 65535）
uint32	无符号整型（范围从 0 到 4294967295）
uint64	无符号整型（范围从 0 到 18446744073709551615）
float_	float64 的简化形式
float16	半精度浮点型：符号比特位，5 比特位指数（exponent），10 比特位尾数（mantissa）
float32	单精度浮点型：符号比特位，8 比特位指数，23 比特位尾数
float64	双精度浮点型：符号比特位，11 比特位指数，52 比特位尾数
complex_	complex128 的简化形式
complex64	复数，由两个 32 位浮点数表示
complex128	复数，由两个 64 位浮点数表示

还可以进行更高级的数据类型指定，例如指定高位字节数或低位字节数；更多的信息可以在 NumPy 文档（http://numpy.org/）中查看。NumPy 也支持复合数据类型，这一点将会在 2.9 节中介绍。

2.2　NumPy数组基础

Python 中的数据操作几乎等同于 NumPy 数组操作，甚至新出现的 Pandas 工具（第 3 章将介绍）也是构建在 NumPy 数组的基础之上的。本节将展示一些用 NumPy 数组操作获取数据或子数组，对数组进行分裂、变形和连接的例子。本节介绍的操作类型可能读起来有些枯燥，但其中也包括了本书其他例子中将用到的内容，所以要好好了解这些内容！

我们将介绍以下几类基本的数组操作。

数组的属性
: 确定数组的大小、形状、存储大小、数据类型。

数组的索引
: 获取和设置数组各个元素的值。

数组的切分
: 在大的数组中获取或设置更小的子数组。

数组的变形
: 改变给定数组的形状。

数组的拼接和分裂
: 将多个数组合并为一个，以及将一个数组分裂成多个。

2.2.1 NumPy数组的属性

首先介绍一些有用的数组属性。定义三个随机的数组：一个一维数组、一个二维数组和一个三维数组。我们将用 NumPy 的随机数生成器设置一组**种子值**，以确保每次程序执行时都可以生成同样的随机数组：

```
In[1]: import numpy as np
       np.random.seed(0)  # 设置随机数种子

       x1 = np.random.randint(10, size=6)  # 一维数组
       x2 = np.random.randint(10, size=(3, 4))  # 二维数组
       x3 = np.random.randint(10, size=(3, 4, 5))  # 三维数组
```

每个数组有 `ndim`（数组的维度）、`shape`（数组每个维度的大小）和 `size`（数组的总大小）属性：

```
In[2]: print("x3 ndim: ", x3.ndim)
       print("x3 shape:", x3.shape)
       print("x3 size: ", x3.size)

x3 ndim:  3
x3 shape: (3, 4, 5)
x3 size:  60
```

另外一个有用的属性是 `dtype`，它是数组的数据类型（2.1 节讨论过）：

```
In[3]: print("dtype:", x3.dtype)

dtype: int64
```

其他的属性包括表示每个数组元素字节大小的 `itemsize`，以及表示数组总字节大小的属性 `nbytes`：

```
In[4]: print("itemsize:", x3.itemsize, "bytes")
       print("nbytes:", x3.nbytes, "bytes")

itemsize: 8 bytes
```

```
nbytes: 480 bytes
```

一般来说，可以认为 `nbytes` 跟 `itemsize` 和 `size` 的乘积大小相等。

2.2.2　数组索引：获取单个元素

如果你熟悉 Python 的标准列表索引，那么你对 NumPy 的索引方式也不会陌生。和 Python 列表一样，在一维数组中，你也可以通过中括号指定索引获取第 i 个值（从 0 开始计数）：

```
In[5]: x1

Out[5]: array([5, 0, 3, 3, 7, 9])

In[6]: x1[0]

Out[6]: 5

In[7]: x1[4]

Out[7]: 7
```

为了获取数组的末尾索引，可以用负值索引：

```
In[8]: x1[-1]

Out[8]: 9

In[9]: x1[-2]

Out[9]: 7
```

在多维数组中，可以用逗号分隔的索引元组获取元素：

```
In[10]: x2

Out[10]: array([[3, 5, 2, 4],
                [7, 6, 8, 8],
                [1, 6, 7, 7]])

In[11]: x2[0, 0]

Out[11]: 3

In[12]: x2[2, 0]

Out[12]: 1

In[13]: x2[2, -1]

Out[13]: 7
```

也可以用以上索引方式修改元素值：

```
In[14]: x2[0, 0] = 12
        x2
```

```
Out[14]: array([[12,  5,  2,  4],
                [ 7,  6,  8,  8],
                [ 1,  6,  7,  7]])
```

请注意，和 Python 列表不同，NumPy 数组是固定类型的。这意味着当你试图将一个浮点值插入一个整型数组时，浮点值会被截短成整型。并且这种截短是自动完成的，不会给你提示或警告，所以需要特别注意这一点！

```
In[15]: x1[0] = 3.14159  # 这将被截短
        x1

Out[15]: array([3, 0, 3, 3, 7, 9])
```

2.2.3　数组切片：获取子数组

正如此前用中括号获取单个数组元素，我们也可以用**切片**（slice）符号获取子数组，切片符号用冒号（:）表示。NumPy 切片语法和 Python 列表的标准切片语法相同。为了获取数组 x 的一个切片，可以用以下方式：

```
x[start:stop:step]
```

如果以上 3 个参数都未指定，那么它们会被分别设置默认值 start=0、stop= 维度的大小（*size of dimension*）和 step=1。我们将详细介绍如何在一维和多维数组中获取子数组。

1. 一维子数组

```
In[16]: x = np.arange(10)
        x

Out[16]: array([0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9])

In[17]: x[:5]  # 前五个元素

Out[17]: array([0, 1, 2, 3, 4])

In[18]: x[5:]  # 索引五之后的元素

Out[18]: array([5, 6, 7, 8, 9])

In[19]: x[4:7]  # 中间的子数组

Out[19]: array([4, 5, 6])

In[20]: x[::2]  # 每隔一个元素

Out[20]: array([0, 2, 4, 6, 8])

In[21]: x[1::2]  # 每隔一个元素，从索引1开始

Out[21]: array([1, 3, 5, 7, 9])
```

你可能会在步长值为负时感到困惑。在这个例子中，start 参数和 stop 参数默认是被交换的。

因此这是一种非常方便的逆序数组的方式：

```
In[22]: x[::-1]  # 所有元素，逆序的

Out[22]: array([9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0])

In[23]: x[5::-2]  # 从索引5开始每隔一个元素逆序

Out[23]: array([5, 3, 1])
```

2. 多维子数组

多维切片也采用同样的方式处理，用逗号分隔。例如：

```
In[24]: x2

Out[24]: array([[12,  5,  2,  4],
                [ 7,  6,  8,  8],
                [ 1,  6,  7,  7]])

In[25]: x2[:2, :3]  # 两行，三列

Out[25]: array([[12,  5,  2],
                [ 7,  6,  8]])

In[26]: x2[:3, ::2]  # 所有行，每隔一列

Out[26]: array([[12,  2],
                [ 7,  8],
                [ 1,  7]])
```

最后，子数组维度也可以同时被逆序：

```
In[27]: x2[::-1, ::-1]

Out[27]: array([[ 7,  7,  6,  1],
                [ 8,  8,  6,  7],
                [ 4,  2,  5, 12]])
```

3. 获取数组的行和列

一种常见的需求是获取数组的单行和单列。你可以将索引与切片组合起来实现这个功能，用一个冒号（:）表示空切片：

```
In[28]: print(x2[:, 0])  # x2的第一列

[12  7  1]

In[29]: print(x2[0, :])  # x2的第一行

[12  5  2  4]
```

在获取行时，出于语法的简洁考虑，可以省略空的切片：

```
In[30]: print(x2[0])  #等于x2[0, :]

[12  5  2  4]
```

4. 非副本视图的子数组

关于数组切片有一点很重要也非常有用，那就是数组切片返回的是数组数据的**视图**，而不是数值数据的**副本**。这一点也是 NumPy 数组切片和 Python 列表切片的不同之处：在 Python 列表中，切片是值的副本。例如此前示例中的那个二维数组：

```
In[31]: print(x2)

[[12  5  2  4]
 [ 7  6  8  8]
 [ 1  6  7  7]]
```

从中抽取一个 2×2 的子数组：

```
In[32]: x2_sub = x2[:2, :2]
        print(x2_sub)

[[12  5]
 [ 7  6]]
```

现在如果修改这个子数组，将会看到原始数组也被修改了！结果如下所示：

```
In[33]: x2_sub[0, 0] = 99
        print(x2_sub)

[[99  5]
 [ 7  6]]

In[34]: print(x2)

[[99  5  2  4]
 [ 7  6  8  8]
 [ 1  6  7  7]]
```

这种默认的处理方式实际上非常有用：它意味着在处理非常大的数据集时，可以获取或处理这些数据集的片段，而不用复制底层的数据缓存。

5. 创建数组的副本

尽管数组视图有一些非常好的特性，但是在有些时候明确地复制数组里的数据或子数组也是非常有用的。可以很简单地通过 `copy()` 方法实现：

```
In[35]: x2_sub_copy = x2[:2, :2].copy()
        print(x2_sub_copy)

[[99  5]
 [ 7  6]]
```

如果修改这个子数组，原始的数组不会被改变：

```
In[36]: x2_sub_copy[0, 0] = 42
        print(x2_sub_copy)

[[42  5]
 [ 7  6]]
```

```
In[37]: print(x2)

[[99  5  2  4]
 [ 7  6  8  8]
 [ 1  6  7  7]]
```

2.2.4　数组的变形

另一个有用的操作类型是数组的变形。数组变形最灵活的实现方式是通过 `reshape()` 函数来实现。例如，如果你希望将数字 1~9 放入一个 3×3 的矩阵中，可以采用如下方法：

```
In[38]: grid = np.arange(1, 10).reshape((3, 3))
        print(grid)

[[1 2 3]
 [4 5 6]
 [7 8 9]]
```

请注意，如果希望该方法可行，那么原始数组的大小必须和变形后数组的大小一致。如果满足这个条件，`reshape` 方法将会用到原始数组的一个非副本视图。但实际情况是，在非连续的数据缓存的情况下，返回非副本视图往往不可能实现。

另外一个常见的变形模式是将一个一维数组转变为二维的行或列的矩阵。你也可以通过 `reshape` 方法来实现，或者更简单地在一个切片操作中利用 `newaxis` 关键字：

```
In[39]: x = np.array([1, 2, 3])

        # 通过变形获得的行向量
        x.reshape((1, 3))

Out[39]: array([[1, 2, 3]])

In[40]: # 通过newaxis获得的行向量
        x[np.newaxis, :]

Out[40]: array([[1, 2, 3]])

In[41]: # 通过变形获得的列向量
        x.reshape((3, 1))

Out[41]: array([[1],
               [2],
               [3]])

In[42]: # 通过newaxis获得的列向量
        x[:, np.newaxis]

Out[42]: array([[1],
               [2],
               [3]])
```

在本书的其余部分中，你将看到很多这种变形。

2.2.5　数组拼接和分裂

以上所有的操作都是针对单一数组的，但有时也需要将多个数组合并为一个，或将一个数组分裂成多个。接下来将详细介绍这些操作。

1. 数组的拼接

拼接或连接 NumPy 中的两个数组主要由 np.concatenate、np.vstack 和 np.hstack 例程实现。np.concatenate 将数组元组或数组列表作为第一个参数，如下所示：

```
In[43]: x = np.array([1, 2, 3])
        y = np.array([3, 2, 1])
        np.concatenate([x, y])

Out[43]: array([1, 2, 3, 3, 2, 1])
```

你也可以一次性拼接两个以上数组：

```
In[44]: z = [99, 99, 99]
        print(np.concatenate([x, y, z]))

[ 1  2  3  3  2  1 99 99 99]
```

np.concatenate 也可以用于二维数组的拼接：

```
In[45]: grid = np.array([[1, 2, 3],
                         [4, 5, 6]])

In[46]: # 沿着第一个轴拼接
        np.concatenate([grid, grid])

Out[46]: array([[1, 2, 3],
                [4, 5, 6],
                [1, 2, 3],
                [4, 5, 6]])

In[47]: # 沿着第二个轴拼接（从0开始索引）
        np.concatenate([grid, grid], axis=1)

Out[47]: array([[1, 2, 3, 1, 2, 3],
                [4, 5, 6, 4, 5, 6]])
```

沿着固定维度处理数组时，使用 np.vstack（垂直栈）和 np.hstack（水平栈）函数会更简洁：

```
In[48]: x = np.array([1, 2, 3])
        grid = np.array([[9, 8, 7],
                         [6, 5, 4]])

        # 垂直栈数组
        np.vstack([x, grid])

Out[48]: array([[1, 2, 3],
                [9, 8, 7],
                [6, 5, 4]])
```

```
In[49]: # 水平栈数组
        y = np.array([[99],
                      [99]])
        np.hstack([grid, y])

Out[49]: array([[ 9,  8,  7, 99],
                [ 6,  5,  4, 99]])
```

与之类似，np.dstack 将沿着第三个维度拼接数组。

2. 数组的分裂

与拼接相反的过程是分裂。分裂可以通过 np.split、np.hsplit 和 np.vsplit 函数来实现。可以向以上函数传递一个索引列表作为参数，索引列表记录的是分裂点位置：

```
In[50]: x = [1, 2, 3, 99, 99, 3, 2, 1]
        x1, x2, x3 = np.split(x, [3, 5])
        print(x1, x2, x3)

[1 2 3] [99 99] [3 2 1]
```

值得注意的是，N 分裂点会得到 $N + 1$ 个子数组。相关的 np.hsplit 和 np.vsplit 的用法也类似：

```
In[51]: grid = np.arange(16).reshape((4, 4))
        grid

Out[51]: array([[ 0,  1,  2,  3],
                [ 4,  5,  6,  7],
                [ 8,  9, 10, 11],
                [12, 13, 14, 15]])

In[52]: upper, lower = np.vsplit(grid, [2])
        print(upper)
        print(lower)

[[0 1 2 3]
 [4 5 6 7]]
[[ 8  9 10 11]
 [12 13 14 15]]

In[53]: left, right = np.hsplit(grid, [2])
        print(left)
        print(right)

[[ 0  1]
 [ 4  5]
 [ 8  9]
 [12 13]]
[[ 2  3]
 [ 6  7]
 [10 11]
 [14 15]]
```

同样，np.dsplit 将数组沿着第三个维度分裂。

2.3 NumPy数组的计算：通用函数

到目前为止，我们讨论了 NumPy 的一些基础知识。在接下来的几小节中，我们将深入了解 NumPy 在 Python 数据科学世界中如此重要的原因。明确点说，NumPy 提供了一个简单灵活的接口来优化数据数组的计算。

NumPy 数组的计算有时非常快，有时也非常慢。使 NumPy 变快的关键是利用**向量化**操作，通常在 NumPy 的**通用函数**（ufunc）中实现。本节将介绍 NumPy 通用函数的重要性——它可以提高数组元素的重复计算的效率；然后，将会介绍很多 NumPy 包中常用且有用的数学通用函数。

2.3.1 缓慢的循环

Python 的默认实现（被称作 CPython）处理起某些操作时非常慢，一部分原因是该语言的动态性和解释性——数据类型灵活的特性决定了序列操作不能像 C 语言和 Fortran 语言一样被编译成有效的机器码。目前，有一些项目试图解决 Python 这一弱点，比较知名的包括：PyPy 项目（http://pypy.org/），一个实时的 Python 编译实现；Cython 项目（http://cython.org），将 Python 代码转换成可编译的 C 代码；Numba 项目（http://numba.pydata.org/），将 Python 代码的片段转换成快速的 LLVM 字节码。以上这些项目都各有其优势和劣势，但是比较保守地说，这些方法中还没有一种能达到或超过标准 CPython 引擎的受欢迎程度。

Python 的相对缓慢通常出现在很多小操作需要不断重复的时候，比如对数组的每个元素做循环操作时。假设有一个数组，我们想计算每个元素的倒数，一种直接的解决方法是：

```
In[1]: import numpy as np
       np.random.seed(0)

       def compute_reciprocals(values):
           output = np.empty(len(values))
           for i in range(len(values)):
               output[i] = 1.0 / values[i]
           return output

       values = np.random.randint(1, 10, size=5)
       compute_reciprocals(values)

Out[1]: array([ 0.16666667,  1.        ,  0.25      ,  0.25      ,  0.125     ])
```

这种实现方式可能对于有 C 语言或 Java 背景的人来说非常自然，但是如果测试一个很大量的输入数据运行上述代码的时间，这一操作将非常耗时，并且是超出意料的慢！我们将用 IPython 的 `%timeit` 魔法函数（详情请参见 1.9 节）来测量：

```
In[2]: big_array = np.random.randint(1, 100, size=1000000)
       %timeit compute_reciprocals(big_array)

1 loop, best of 3: 2.91 s per loop
```

完成百万次上述操作并存储结果花了几秒钟的时间！在手机都以 Giga-FLOPS（即每秒十亿次浮点运算）为单位计算处理速度时，上面的处理结果所花费的时间确实是不合时宜的慢。事实上，这里的处理瓶颈并不是运算本身，而是 CPython 在每次循环时必须做数据类型的检查和函数的调度。每次进行倒数运算时，Python 首先检查对象的类型，并且动态查找可以使用该数据类型的正确函数。如果我们在编译代码时进行这样的操作，那么就能在代码执行之前知晓类型的声明，结果的计算也会更加有效率。

2.3.2 通用函数介绍

NumPy 为很多类型的操作提供了非常方便的、静态类型的、可编译程序的接口，也被称作**向量**操作。你可以通过简单地对数组执行操作来实现，这里对数组的操作将会被用于数组中的每一个元素。这种向量方法被用于将循环推送至 NumPy 之下的编译层，这样会取得更快的执行效率。

比较以下两个结果：

```
In[3]: print(compute_reciprocals(values))
       print(1.0 / values)

[ 0.16666667  1.          0.25        0.25        0.125     ]
[ 0.16666667  1.          0.25        0.25        0.125     ]
```

如果计算一个较大数组的运行时间，可以看到它的完成时间比 Python 循环花费的时间更短：

```
In[4]: %timeit (1.0 / big_array)

100 loops, best of 3: 4.6 ms per loop
```

NumPy 中的向量操作是通过**通用函数**实现的。通用函数的主要目的是对 NumPy 数组中的值执行更快的重复操作。它非常灵活，前面我们看过了标量和数组的运算，但是也可以对两个数组进行运算：

```
In[5]: np.arange(5) / np.arange(1, 6)

Out[5]: array([ 0.        ,  0.5       ,  0.66666667,  0.75      ,  0.8       ])
```

通用函数并不仅限于一维数组的运算，它们也可以进行多维数组的运算：

```
In[6]: x = np.arange(9).reshape((3, 3))
       2 ** x

Out[6]: array([[  1,   2,   4],
               [  8,  16,  32],
               [ 64, 128, 256]])
```

通过通用函数用向量的方式进行计算几乎总比用 Python 循环实现的计算更加有效，尤其是当数组很大时。只要你看到 Python 脚本中有这样的循环，就应该考虑能否用向量方式替换这个循环。

2.3.3 探索NumPy的通用函数

通用函数有两种存在形式：**一元通用函数**（unary ufunc）对单个输入操作，**二元通用函数**（binary ufunc）对两个输入操作。我们将在以下的介绍中看到这两种类型的例子。

1. 数组的运算

NumPy 通用函数的使用方式非常自然，因为它用到了 Python 原生的算术运算符，标准的加、减、乘、除都可以使用：

```
In[7]: x = np.arange(4)
       print("x     =", x)
       print("x + 5 =", x + 5)
       print("x - 5 =", x - 5)
       print("x * 2 =", x * 2)
       print("x / 2 =", x / 2)
       print("x // 2 =", x // 2)  #向下整除运算

x     = [0 1 2 3]
x + 5 = [5 6 7 8]
x - 5 = [-5 -4 -3 -2]
x * 2 = [0 2 4 6]
x / 2 = [ 0.   0.5  1.   1.5]
x // 2 = [0 0 1 1]
```

还有求负数、`**` 表示的指数运算符和 `%` 表示的模运算符的一元通用函数：

```
In[8]: print("-x     = ", -x)
       print("x ** 2 = ", x ** 2)
       print("x % 2  = ", x % 2)

-x     =  [ 0 -1 -2 -3]
x ** 2 =  [0 1 4 9]
x % 2  =  [0 1 0 1]
```

你可以任意将这些算术运算符组合使用。当然，你得考虑这些运算符的优先级：

```
In[9]: -(0.5*x + 1) ** 2

Out[9]: array([-1.  , -2.25, -4.  , -6.25])
```

所有这些算术运算符都是 NumPy 内置函数的简单封装器，例如 `+` 运算符就是一个 `add` 函数的封装器：

```
In[10]: np.add(x, 2)

Out[10]: array([2, 3, 4, 5])
```

表 2-2 列出了所有 NumPy 实现的算术运算符。

表2-2：NumPy实现的算术运算符

运算符	对应的通用函数	描述
`+`	`np.add`	加法运算（即 `1 + 1 = 2`）
`-`	`np.subtract`	减法运算（即 `3 - 2 = 1`）

（续）

运算符	对应的通用函数	描述
-	np.negative	负数运算（即 –2）
*	np.multiply	乘法运算（即 2 * 3 = 6）
/	np.divide	除法运算（即 3 / 2 = 1.5）
//	np.floor_divide	向下整除运算（floor division，即 3 // 2 = 1）
**	np.power	指数运算（即 2 ** 3 = 8）
%	np.mod	模 / 余数（即 9 % 4 = 1）

另外，NumPy 中还有布尔 / 位运算符，这些运算符将在 2.6 节中进一步介绍。

2. 绝对值

正如 NumPy 能理解 Python 内置的运算操作，NumPy 也可以理解 Python 内置的绝对值函数：

```
In[11]: x = np.array([-2, -1, 0, 1, 2])
        abs(x)

Out[11]: array([2, 1, 0, 1, 2])
```

对应的 NumPy 通用函数是 `np.absolute`，该函数也可以用别名 `np.abs` 来访问：

```
In[12]: np.absolute(x)

Out[12]: array([2, 1, 0, 1, 2])

In[13]: np.abs(x)

Out[13]: array([2, 1, 0, 1, 2])
```

这个通用函数也可以处理复数。当处理复数时，绝对值返回的是该复数的模（magnitude）：

```
In[14]: x = np.array([3 - 4j, 4 - 3j, 2 + 0j, 0 + 1j])
        np.abs(x)

Out[14]: array([ 5.,  5.,  2.,  1.])
```

3. 三角函数

NumPy 提供了大量好用的通用函数，其中对于数据科学家最有用的就是三角函数。首先定义一个角度数组：

```
In[15]: theta = np.linspace(0, np.pi, 3)
```

现在可以对这些值进行一些三角函数计算：

```
In[16]: print("theta      = ", theta)
        print("sin(theta) = ", np.sin(theta))
        print("cos(theta) = ", np.cos(theta))
        print("tan(theta) = ", np.tan(theta))

theta      =  [ 0.          1.57079633  3.14159265]
sin(theta) =  [  0.00000000e+00   1.00000000e+00   1.22464680e-16]
```

```
cos(theta) =  [  1.00000000e+00   6.12323400e-17  -1.00000000e+00]
tan(theta) =  [  0.00000000e+00   1.63312394e+16  -1.22464680e-16]
```

这些值是在机器精度内计算的，所以有些应该是 0 的值并没有精确到 0 。逆三角函数同样可以使用：

```
In[17]: x = [-1, 0, 1]
        print("x         = ", x)
        print("arcsin(x) = ", np.arcsin(x))
        print("arccos(x) = ", np.arccos(x))
        print("arctan(x) = ", np.arctan(x))

x         =  [-1, 0, 1]
arcsin(x) =  [-1.57079633  0.          1.57079633]
arccos(x) =  [ 3.14159265  1.57079633  0.        ]
arctan(x) =  [-0.78539816  0.          0.78539816]
```

4. 指数和对数

NumPy 中另一个常用的运算通用函数是指数运算：

```
In[18]: x = [1, 2, 3]
        print("x     =", x)
        print("e^x   =", np.exp(x))
        print("2^x   =", np.exp2(x))
        print("3^x   =", np.power(3, x))

x     = [1, 2, 3]
e^x   = [  2.71828183   7.3890561   20.08553692]
2^x   = [ 2.  4.  8.]
3^x   = [ 3  9 27]
```

指数运算的逆运算，即对数运算也是可用的。最基本的 `np.log` 给出的是以自然常数（e）为底数的对数。如果你希望计算以 2 为底数或者以 10 为底数的对数，可以按照如下示例处理：

```
In[19]: x = [1, 2, 4, 10]
        print("x        =", x)
        print("ln(x)    =", np.log(x))
        print("log2(x)  =", np.log2(x))
        print("log10(x) =", np.log10(x))

x        = [1, 2, 4, 10]
ln(x)    = [ 0.          0.69314718  1.38629436  2.30258509]
log2(x)  = [ 0.          1.          2.          3.32192809]
log10(x) = [ 0.          0.30103     0.60205999  1.        ]
```

还有一些特殊的版本，对于非常小的输入值可以保持较好的精度：

```
In[20]: x = [0, 0.001, 0.01, 0.1]
        print("exp(x) - 1 =", np.expm1(x))
        print("log(1 + x) =", np.log1p(x))

exp(x) - 1 = [ 0.          0.0010005   0.01005017  0.10517092]
log(1 + x) = [ 0.          0.0009995   0.00995033  0.09531018]
```

当 `x` 的值很小时，以上函数给出的值比 `np.log` 和 `np.exp` 的计算更精确。

5. 专用的通用函数

除了以上介绍到的，NumPy 还提供了很多通用函数，包括双曲三角函数、比特位运算、比较运算符、弧度转化为角度的运算、取整和求余运算，等等。浏览 NumPy 的文档将会揭示很多有趣的功能。

还有一个更加专用，也更加晦涩的通用函数优异来源是子模块 `scipy.special`。如果你希望对你的数据进行一些更晦涩的数学计算，`scipy.special` 可能包含了你需要的计算函数。这些函数能列一个长长的列表，下面的代码片段展示了一些可能在统计学中用到的函数：

```
In[21]: from scipy import special

In[22]: # Gamma函数（广义阶乘，generalized factorials）和相关函数
        x = [1, 5, 10]
        print("gamma(x)     =", special.gamma(x))
        print("ln|gamma(x)| =", special.gammaln(x))
        print("beta(x, 2)   =", special.beta(x, 2))

gamma(x)     = [  1.00000000e+00   2.40000000e+01   3.62880000e+05]
ln|gamma(x)| = [  0.           3.17805383  12.80182748]
beta(x, 2)   = [ 0.5         0.03333333  0.00909091]

In[23]: # 误差函数（高斯积分）
        # 它的实现和它的逆实现
        x = np.array([0, 0.3, 0.7, 1.0])
        print("erf(x)  =", special.erf(x))
        print("erfc(x) =", special.erfc(x))
        print("erfinv(x) =", special.erfinv(x))

erf(x)  = [ 0.          0.32862676  0.67780119  0.84270079]
erfc(x) = [ 1.          0.67137324  0.32219881  0.15729921]
erfinv(x) = [ 0.          0.27246271  0.73286908         inf]
```

NumPy 和 `scipy.special` 中提供了大量的通用函数，这些包的文档在网上就可以查到，搜索"gamma function python"即可。

2.3.4　高级的通用函数特性

很多 NumPy 用户在没有完全了解通用函数的特性时就开始使用它们，这里将介绍一些通用函数的特殊性质。

1. 指定输出

在进行大量运算时，有时候指定一个用于存放运算结果的数组是非常有用的。不同于创建临时数组，你可以用这个特性将计算结果直接写入到你期望的存储位置。所有的通用函数都可以通过 `out` 参数来指定计算结果的存放位置：

```
In[24]: x = np.arange(5)
        y = np.empty(5)
        np.multiply(x, 10, out=y)
        print(y)

[  0.  10.  20.  30.  40.]
```

这个特性也可以被用作数组视图，例如可以将计算结果写入指定数组的每隔一个元素的位置：

```
In[25]: y = np.zeros(10)
        np.power(2, x, out=y[::2])
        print(y)

[  1.   0.   2.   0.   4.   0.   8.   0.  16.   0.]
```

如果这里写的是 y[::2] = 2 ** x，那么结果将是创建一个临时数组，该数组存放的是 2 ** x 的结果，并且接下来会将这些值复制到 y 数组中。对于上述例子中比较小的计算量来说，这两种方式的差别并不大。但是对于较大的数组，通过慎重使用 out 参数将能够有效节约内存。

2. 聚合

二元通用函数有些非常有趣的聚合功能，这些聚合可以直接在对象上计算。例如，如果我们希望用一个特定的运算 reduce 一个数组，那么可以用任何通用函数的 reduce 方法。一个 reduce 方法会对给定的元素和操作重复执行，直至得到单个的结果。

例如，对 add 通用函数调用 reduce 方法会返回数组中所有元素的和：

```
In[26]: x = np.arange(1, 6)
        np.add.reduce(x)

Out[26]: 15
```

同样，对 multiply 通用函数调用 reduce 方法会返回数组中所有元素的乘积：

```
In[27]: np.multiply.reduce(x)

Out[27]: 120
```

如果需要存储每次计算的中间结果，可以使用 accumulate：

```
In[28]: np.add.accumulate(x)

Out[28]: array([ 1,  3,  6, 10, 15])

In[29]: np.multiply.accumulate(x)

Out[29]: array([  1,   2,   6,  24, 120])
```

请注意，在一些特殊情况中，NumPy 提供了专用的函数（np.sum、np.prod、np.cumsum、np.cumprod ），它们也可以实现以上 reduce 的功能，这些函数将在 2.4 节中具体介绍。

3. 外积

最后，任何通用函数都可以用 outer 方法获得两个不同输入数组所有元素对的函数运算结果。这意味着你可以用一行代码实现一个乘法表：

```
In[30]: x = np.arange(1, 6)
        np.multiply.outer(x, x)

Out[30]: array([[ 1,  2,  3,  4,  5],
                [ 2,  4,  6,  8, 10],
```

```
       [ 3,  6,  9, 12, 15],
       [ 4,  8, 12, 16, 20],
       [ 5, 10, 15, 20, 25]])
```

2.7 节将介绍非常有用的 `ufunc.at` 和 `ufunc.reduceat` 方法。

通用函数另外一个非常有用的特性是它能操作不同大小和形状的数组，一组这样的操作被称为**广播**（broadcasting）。这个主题非常重要，我们将用一整节的内容介绍它（详情请参见 2.5 节）。

2.3.5　通用函数：更多的信息

有关通用函数的更多信息（包括可用的通用函数的完整列表）可以在 NumPy（http://www.numpy.org）和 SciPy（http://www.scipy.org）文档的网站找到。

前面的章节介绍过，可直接在 IPython 中通过导入相应的包，然后利用 IPython 的 Tab 键补全和帮助（?）功能获取信息，详情请参见 1.2 节。

2.4　聚合：最小值、最大值和其他值

当你面对大量的数据时，第一个步骤通常都是计算相关数据的概括统计值。最常用的概括统计值可能是均值和标准差，这两个值能让你分别概括出数据集中的“经典”值，但是其他一些形式的聚合也是非常有用的（如求和、乘积、中位数、最小值和最大值、分位数，等等）。

NumPy 有非常快速的内置聚合函数可用于数组，我们将介绍其中的一些。

2.4.1　数组值求和

先来看一个小例子，设想计算一个数组中所有元素的和。Python 本身可用内置的 `sum` 函数来实现：

```
In[1]: import numpy as np

In[2]: L = np.random.random(100)
       sum(L)

Out[2]: 55.61209116604941
```

它的语法和 NumPy 的 `sum` 函数非常相似，并且在这个简单的例子中的结果也是一样的：

```
In[3]: np.sum(L)

Out[3]: 55.612091166049424
```

但是，因为 NumPy 的 `sum` 函数在编译码中执行操作，所以 NumPy 的操作计算得更快一些：

```
In[4]: big_array = np.random.rand(1000000)
       %timeit sum(big_array)
       %timeit np.sum(big_array)
```

```
10 loops, best of 3: 104 ms per loop
1000 loops, best of 3: 442 µs per loop
```

但是需要注意，sum 函数和 np.sum 函数并不等同，这有时会导致混淆。尤其是它们各自的可选参数都有不同的含义，np.sum 函数是知道数组的维度的，这一点将在接下来的部分讲解。

2.4.2 最小值和最大值

同样，Python 也有内置的 min 函数和 max 函数，分别被用于获取给定数组的最小值和最大值：

```
In[5]: min(big_array), max(big_array)

Out[5]: (1.1717128136634614e-06, 0.9999976784968716)
```

NumPy 对应的函数也有类似的语法，并且也执行得更快：

```
In[6]: np.min(big_array), np.max(big_array)

Out[6]: (1.1717128136634614e-06, 0.9999976784968716)

In[7]: %timeit min(big_array)
       %timeit np.min(big_array)

10 loops, best of 3: 82.3 ms per loop
1000 loops, best of 3: 497 µs per loop
```

对于 min、max、sum 和其他 NumPy 聚合，一种更简洁的语法形式是数组对象直接调用这些方法：

```
In[8]: print(big_array.min(), big_array.max(), big_array.sum())

1.17171281366e-06 0.999997678497 499911.628197
```

当你操作 NumPy 数组时，确保你执行的是 NumPy 版本的聚合。

1. 多维度聚合

一种常用的聚合操作是沿着一行或一列聚合。例如，假设你有一些数据存储在二维数组中：

```
In[9]: M = np.random.random((3, 4))
       print(M)

[[ 0.8967576   0.03783739  0.75952519  0.06682827]
 [ 0.8354065   0.99196818  0.19544769  0.43447084]
 [ 0.66859307  0.15038721  0.37911423  0.6687194]]
```

默认情况下，每一个 NumPy 聚合函数将会返回对整个数组的聚合结果：

```
In[10]: M.sum()

Out[10]: 6.0850555667307118
```

聚合函数还有一个参数，用于指定沿着哪个**轴**的方向进行聚合。例如，可以通过指定 `axis=0` 找到每一列的最小值：

```
In[11]: M.min(axis=0)

Out[11]: array([ 0.66859307,  0.03783739,  0.19544769,  0.06682827])
```

这个函数返回四个值，对应四列数字的计算值。

同样，也可以找到每一行的最大值：

```
In[12]: M.max(axis=1)

Out[12]: array([ 0.8967576 ,  0.99196818,  0.6687194])
```

其他语言的用户会对轴的指定方式比较困惑。`axis` 关键字指定的是**数组将会被折叠的维度**，而不是将要返回的维度。因此指定 `axis=0` 意味着第一个轴将要被折叠——对于二维数组，这意味着每一列的值都将被聚合。

2. 其他聚合函数

NumPy 提供了很多其他聚合函数，但是这里不会详细地介绍它们。另外，大多数的聚合都有对 `NaN` 值的安全处理策略（`NaN`-safe），即计算时忽略所有的缺失值，这些缺失值即特殊的 IEEE 浮点型 `NaN` 值（关于缺失值更全面的介绍请参见 3.5 节）。有些 `NaN`-safe 的函数直到 NumPy 1.8 版本才加进去，所以更早版本的 NumPy 并不支持此功能。

表 2-3 提供了一个 NumPy 中可用的聚合函数的清单。

表2-3：NumPy中可用的聚合函数

函数名称	NaN安全版本	描述
np.sum	np.nansum	计算元素的和
np.prod	np.nanprod	计算元素的积
np.mean	np.nanmean	计算元素的平均值
np.std	np.nanstd	计算元素的标准差
np.var	np.nanvar	计算元素的方差
np.min	np.nanmin	找出最小值
np.max	np.nanmax	找出最大值
np.argmin	np.nanargmin	找出最小值的索引
np.argmax	np.nanargmax	找出最大值的索引
np.median	np.nanmedian	计算元素的中位数
np.percentile	np.nanpercentile	计算基于元素排序的统计值
np.any	N/A	验证是否存在元素为真
np.all	N/A	验证所有元素是否为真

本书的其余部分将展示这些聚合函数的使用方法。

2.4.3　示例：美国总统的身高是多少

用 NumPy 的聚合功能来概括一组数据非常有用。这里举一个简单的例子——计算所有美国总统的身高。这个数据在 president_heights.csv 文件中，是一个简单的用逗号分隔的标签和值的列表：

```
In[13]: !head -4 data/president_heights.csv

order,name,height(cm)
1,George Washington,189
2,John Adams,170
3,Thomas Jefferson,189
```

我们将用 Pandas 包来读文件并抽取身高信息。（请注意，身高的计量单位是厘米。）第 3 章将更全面地介绍 Pandas：

```
In[14]: import pandas as pd
        data = pd.read_csv('data/president_heights.csv')
        heights = np.array(data['height(cm)'])
        print(heights)

[189 170 189 163 183 171 185 168 173 183 173 173 175 178 183 193 178 173
 174 183 183 168 170 178 182 180 183 178 182 188 175 179 183 193 182 183
 177 185 188 188 182 185]
```

有了这个数据数组后，就可以计算很多概括统计值了：

```
In[15]: print("Mean height:       ", heights.mean())
        print("Standard deviation:", heights.std())
        print("Minimum height:    ", heights.min())
        print("Maximum height:    ", heights.max())

Mean height:        179.738095238
Standard deviation: 6.93184344275
Minimum height:     163
Maximum height:     193
```

请注意，在这个例子中，聚合操作将整个数组缩减到单个概括值，这个概括值给出了这些数值的分布信息。我们也可以计算分位数：

```
In[16]: print("25th percentile:   ", np.percentile(heights, 25))
        print("Median:            ", np.median(heights))
        print("75th percentile:   ", np.percentile(heights, 75))

25th percentile:    174.25
Median:             182.0
75th percentile:    183.0
```

可以看到，美国总统的身高中位数是 182cm，或者说不到 6 英尺。

当然，有些时候将数据可视化更有用。这时可以先进行一个快速的可视化，通过 Matplotlib（第 4 章将详细讨论该工具）用以下代码创建图 2-3：

```
In[17]: %matplotlib inline
        import matplotlib.pyplot as plt
```

```
        import seaborn; seaborn.set()  # 设置绘图风格

In[18]: plt.hist(heights)
        plt.title('Height Distribution of US Presidents')
        plt.xlabel('height (cm)')
        plt.ylabel('number');
```

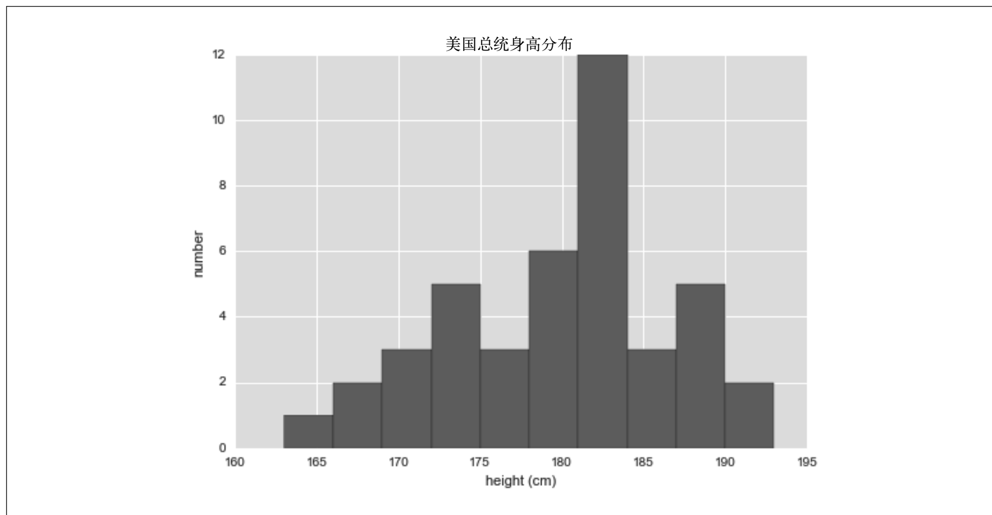


图 2-3：总统身高的直方图

这些聚合是探索数据分析的一些最基本片段，本书后续的章节将进行更深入的介绍。

2.5　数组的计算：广播

我们在前一节中介绍了 NumPy 如何通过通用函数的**向量化**操作来减少缓慢的 Python 循环，另外一种向量化操作的方法是利用 NumPy 的广播功能。广播可以简单理解为用于不同大小数组的二元通用函数（加、减、乘等）的一组规则。

2.5.1　广播的介绍

前面曾提到，对于同样大小的数组，二元运算符是对相应元素逐个计算：

```
In[1]: import numpy as np

In[2]: a = np.array([0, 1, 2])
       b = np.array([5, 5, 5])
       a + b

Out[2]: array([5, 6, 7])
```

广播允许这些二元运算符可以用于不同大小的数组。例如，可以简单地将一个标量（可以认为是一个零维的数组）和一个数组相加：

```
In[3]: a + 5

Out[3]: array([5, 6, 7])
```

我们可以认为这个操作是将数值 5 扩展或重复至数组 [5, 5, 5]，然后执行加法。NumPy 广播功能的好处是，这种对值的重复实际上并没有发生，但是这是一种很好用的理解广播的模型。

我们同样也可以将这个原理扩展到更高维度的数组。观察以下将一个一维数组和一个二维数组相加的结果：

```
In[4]: M = np.ones((3, 3))
       M

Out[4]: array([[ 1.,  1.,  1.],
               [ 1.,  1.,  1.],
               [ 1.,  1.,  1.]])

In[5]: M + a

Out[5]: array([[ 1.,  2.,  3.],
               [ 1.,  2.,  3.],
               [ 1.,  2.,  3.]])
```

这里这个一维数组就被扩展或者广播了。它沿着第二个维度扩展，扩展到匹配 M 数组的形状。

以上的这些例子理解起来都相对容易，更复杂的情况会涉及对两个数组的同时广播，例如以下示例：

```
In[6]: a = np.arange(3)
       b = np.arange(3)[:, np.newaxis]

       print(a)
       print(b)

[0 1 2]
[[0]
 [1]
 [2]]

In[7]: a + b

Out[7]: array([[0, 1, 2],
               [1, 2, 3],
               [2, 3, 4]])
```

正如此前将一个值扩展或广播以匹配另外一个数组的形状，这里将 a 和 b 都进行了扩展来匹配一个公共的形状，最终的结果是一个二维数组。以上这些例子的几何可视化如图 2-4 所示。[1]

注 1：这幅图像的源码可以在 GitHub 在线附录中找到，对 astroML 文档（http://www.astroml.org/book_figures/appendix/fig_broadcast_visual.html）的源代码进行了调整，已获得使用许可。

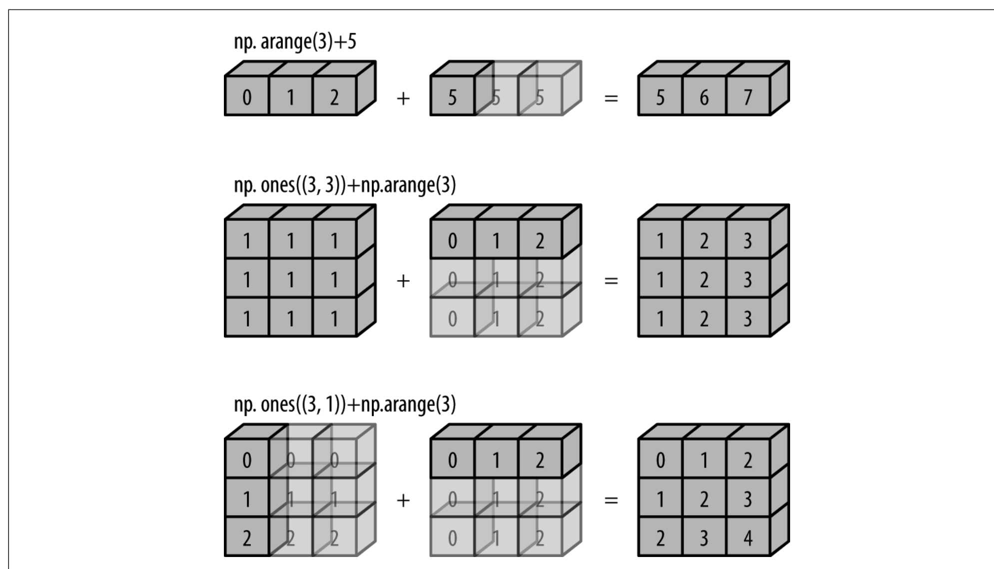


图 2-4：NumPy 广播的可视化

浅色的盒子表示广播的值。同样需要注意的是，这个额外的内存并没有在实际操作中进行分配，但是这样的想象方式更方便我们从概念上理解。

2.5.2　广播的规则

NumPy 的广播遵循一组严格的规则，设定这组规则是为了决定两个数组间的操作。

- 规则 1：如果两个数组的维度数不相同，那么小维度数组的形状将会在最左边补 1。
- 规则 2：如果两个数组的形状在任何一个维度上都不匹配，那么数组的形状会沿着维度为 1 的维度扩展以匹配另外一个数组的形状。
- 规则 3：如果两个数组的形状在任何一个维度上都不匹配并且没有任何一个维度等于 1，那么会引发异常。

为了更清楚地理解这些规则，来看几个具体示例。

1. 广播示例1

将一个二维数组与一个一维数组相加：

```
In[8]: M = np.ones((2, 3))
       a = np.arange(3)
```

来看这两个数组的加法操作。两个数组的形状如下：

```
M.shape = (2, 3)
a.shape = (3,)
```

可以看到，根据规则 1，数组 a 的维度数更小，所以在其左边补 1：

```
M.shape -> (2, 3)
a.shape -> (1, 3)
```

根据规则 2，第一个维度不匹配，因此扩展这个维度以匹配数组：

```
M.shape -> (2, 3)
a.shape -> (2, 3)
```

现在两个数组的形状匹配了，可以看到它们的最终形状都为 (2, 3)：

```
In[9]: M + a

Out[9]: array([[ 1.,  2.,  3.],
               [ 1.,  2.,  3.]])
```

2. 广播示例2

来看两个数组均需要广播的示例：

```
In[10]: a = np.arange(3).reshape((3, 1))
        b = np.arange(3)
```

同样，首先写出两个数组的形状：

```
a.shape = (3, 1)
b.shape = (3,)
```

规则 1 告诉我们，需要用 1 将 b 的形状补全：

```
a.shape -> (3, 1)
b.shape -> (1, 3)
```

规则 2 告诉我们，需要更新这两个数组的维度来相互匹配：

```
a.shape -> (3, 3)
b.shape -> (3, 3)
```

因为结果匹配，所以这两个形状是兼容的，可以看到以下结果：

```
In[11]: a + b

Out[11]: array([[0, 1, 2],
                [1, 2, 3],
                [2, 3, 4]])
```

3. 广播示例3

现在来看一个两个数组不兼容的示例：

```
In[12]: M = np.ones((3, 2))
        a = np.arange(3)
```

和第一个示例相比，这里有个微小的不同之处：矩阵 M 是转置的。那么这将如何影响计算呢？两个数组的形状如下：

```
M.shape = (3, 2)
a.shape = (3,)
```

同样，规则 1 告诉我们，a 数组的形状必须用 1 进行补全：

```
M.shape -> (3, 2)
a.shape -> (1, 3)
```

根据规则 2，a 数组的第一个维度进行扩展以匹配 M 的维度：

```
M.shape -> (3, 2)
a.shape -> (3, 3)
```

现在需要用到规则 3——最终的形状还是不匹配，因此这两个数组是不兼容的。当我们执行运算时会看到以下结果：

```
In[13]: M + a

---------------------------------------------------------------------------

ValueError                                Traceback (most recent call last)

<ipython-input-13-9e16e9f98da6> in <module>()
----> 1 M + a


ValueError: operands could not be broadcast together with shapes (3,2) (3,)
```

请注意，这里可能发生的混淆在于：你可能想通过在 a 数组的右边补 1，而不是左边补 1，让 a 和 M 的维度变得兼容。但是这不被广播的规则所允许。这种灵活性在有些情景中可能会有用，但是它可能会导致结果模糊。如果你希望实现右边补全，可以通过变形数组来实现（将会用到 np.newaxis 关键字，详情请参见 2.2 节）：

```
In[14]: a[:, np.newaxis].shape

Out[14]: (3, 1)

In[15]: M + a[:, np.newaxis]

Out[15]: array([[ 1.,  1.],
                [ 2.,  2.],
                [ 3.,  3.]])
```

另外也需要注意，这里仅用到了 + 运算符，而这些广播规则对于**任意**二进制通用函数都是适用的。例如这里的 logaddexp(a, b) 函数，比起简单的方法，该函数计算 log(exp(a) + exp(b)) 更准确：

```
In[16]: np.logaddexp(M, a[:, np.newaxis])

Out[16]: array([[ 1.31326169,  1.31326169],
                [ 1.69314718,  1.69314718],
                [ 2.31326169,  2.31326169]])
```

关于可用的通用函数的更多信息，请参见 2.3 节。

2.5.3 广播的实际应用

广播操作是本书中很多例子的核心，我们将通过几个简单的示例来展示广播功能的作用。

1. 数组的归一化

在前面的一节中，我们看到通用函数让 NumPy 用户免于写很慢的 Python 循环。广播进一步扩展了这个功能，一个常见的例子就是数组数据的归一化。假设你有一个有 10 个观察值的数组，每个观察值包含 3 个数值。按照惯例（详情请参见 5.2 节），我们将用一个 10×3 的数组存放该数据：

```
In[17]: X = np.random.random((10, 3))
```

我们可以计算每个特征的均值，计算方法是利用 `mean` 函数沿着第一个维度聚合：

```
In[18]: Xmean = X.mean(0)
        Xmean

Out[18]: array([ 0.53514715,  0.66567217,  0.44385899])
```

现在通过从 `X` 数组的元素中减去这个均值实现归一化（该操作是一个广播操作）：

```
In[19]: X_centered = X - Xmean
```

为了进一步核对我们的处理是否正确，可以查看归一化的数组的均值是否接近 0：

```
In[20]: X_centered.mean(0)

Out[20]: array([  2.22044605e-17,  -7.77156117e-17,  -1.66533454e-17])
```

在机器精度范围内，该均值为 0。

2. 画一个二维函数

广播另外一个非常有用的地方在于，它能基于二维函数显示图像。我们希望定义一个函数 $z = f(x, y)$，可以用广播沿着数值区间计算该函数：

```
In[21]: # x和y表示0~5区间50个步长的序列
        x = np.linspace(0, 5, 50)
        y = np.linspace(0, 5, 50)[:, np.newaxis]

        z = np.sin(x) ** 10 + np.cos(10 + y * x) * np.cos(x)
```

我们将用 Matplotlib 来画出这个二维数组（这些工具将在 4.6 节中详细介绍）：

```
In[22]: %matplotlib inline
       import matplotlib.pyplot as plt

In[23]: plt.imshow(z, origin='lower', extent=[0, 5, 0, 5],
                   cmap='viridis')
        plt.colorbar();
```

结果如图 2-5 所示，这是一个引人注目的二维函数可视化。

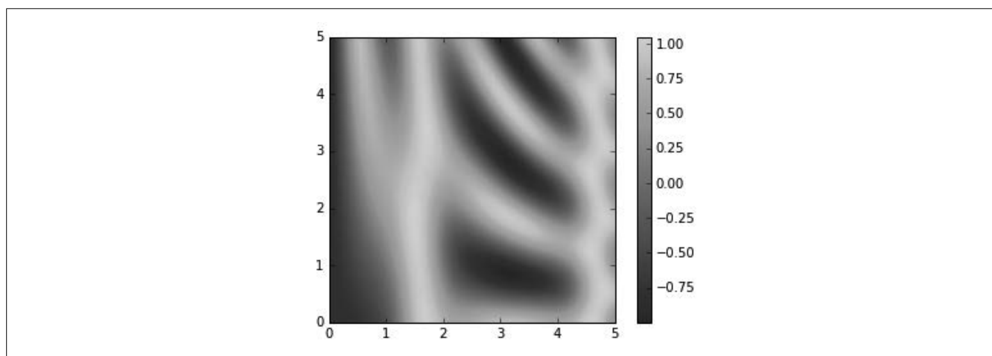


图 2-5：一个二维数值的可视化

2.6 比较、掩码和布尔逻辑

这一节将会介绍如何用布尔掩码来查看和操作 NumPy 数组中的值。当你想基于某些准则来抽取、修改、计数或对一个数组中的值进行其他操作时，掩码就可以派上用场了。例如你可能希望统计数组中有多少值大于某一个给定值，或者删除所有超出某些门限值的异常点。在 NumPy 中，布尔掩码通常是完成这类任务的最高效方式。

2.6.1 示例：统计下雨天数

假设你有一系列表示某城市一年内日降水量的数据，这里将用 Pandas（将在第 3 章详细介绍）加载 2014 年西雅图市的日降水统计数据：

```
In[1]: import numpy as np
       import pandas as pd

       # 利用Pandas抽取降雨量，放入一个NumPy数组
       rainfall = pd.read_csv('data/Seattle2014.csv')['PRCP'].values
       inches = rainfall / 254  # 1/10mm -> inches
       inches.shape

Out[1]: (365,)
```

这个数组包含 365 个值，给出了从 2014 年 1 月 1 日至 2014 年 12 月 31 日每天的降水量。这里降水量的单位是英寸。

首先做一个快速的可视化，用 Matplotlib（将在第 4 章详细讨论该工具）生成下雨天数的直方图，如图 2-6 所示：

```
In[2]: %matplotlib inline
       import matplotlib.pyplot as plt
       import seaborn; seaborn.set()  # 设置绘图风格

In[3]: plt.hist(inches, 40);
```

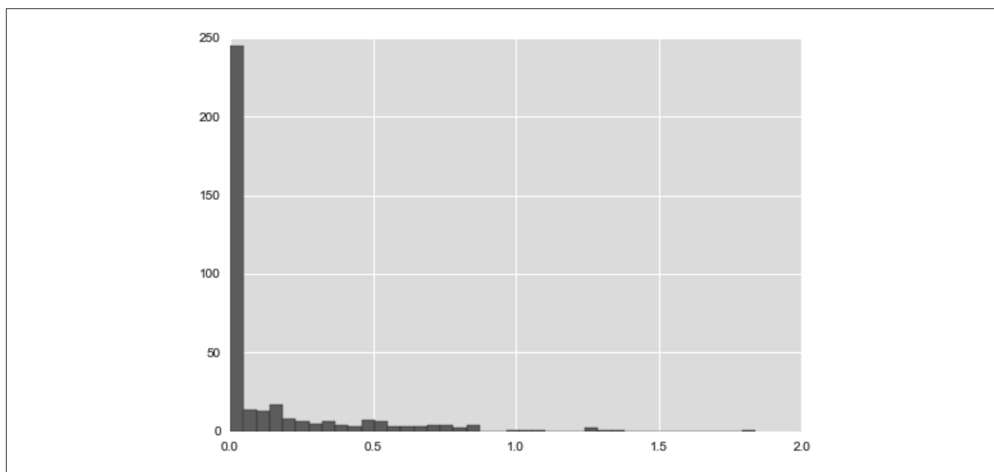


图 2-6：2014 年西雅图市降水量直方图

该直方图表明了这些数据的大意：尽管人们对西雅图市有刻板印象，但是 2014 年它大多数时间的降水量都是接近 0 的。但是这样做并没有很好地传递出我们希望看到的某些信息，例如一年中有多少天在下雨，这些下雨天的平均降水量是多少，有多少天的降水量超过了半英寸？

深入数据

回答以上问题的一种方法是通过传统的统计方式，即对所有数据循环，当碰到数据落在我们希望的区间时计数器便加 1。这种方法在本章节中多次讨论过，但无论从编写代码的角度看，还是从计算结果的角度看，这都是一种浪费时间、非常低效的方法。我们从 2.3 节中了解到，NumPy 的通用函数可以用来替代循环，以快速实现数组的逐元素（element-wise）运算。同样，我们也可以用其他通用函数实现数组的逐元素**比较**，然后利用计算结果回答之前提出的问题。先将数据放在一边，来介绍一下 NumPy 中有哪些用**掩码**来快速回答这类问题的通用工具。

2.6.2　和通用函数类似的比较操作

2.3 节介绍了通用函数，并且特别关注了算术运算符。我们看到用 +、-、*、/ 和其他一些运算符实现了数组的逐元素操作。NumPy 还实现了如 <（小于）和 >（大于）的逐元素比较的通用函数。这些比较运算的结果是一个布尔数据类型的数组。一共有 6 种标准的比较操作：

```
In[4]: x = np.array([1, 2, 3, 4, 5])

In[5]: x < 3  # 小于

Out[5]: array([ True,  True, False, False, False], dtype=bool)

In[6]: x > 3  # 大于
```

```
Out[6]: array([False, False, False,  True,  True], dtype=bool)

In[7]: x <= 3  # 小于等于

Out[7]: array([ True,  True,  True, False, False], dtype=bool)

In[8]: x >= 3  # 大于等于

Out[8]: array([False, False,  True,  True,  True], dtype=bool)

In[9]: x != 3  # 不等于

Out[9]: array([ True,  True, False,  True,  True], dtype=bool)

In[10]: x == 3  # 等于

Out[10]: array([False, False,  True, False, False], dtype=bool)
```

另外，利用复合表达式实现对两个数组的逐元素比较也是可行的：

```
In[11]: (2 * x) == (x ** 2)

Out[11]: array([False,  True, False, False, False], dtype=bool)
```

和算术运算符一样，比较运算操作在 NumPy 中也是借助通用函数来实现的。例如当你写 `x < 3` 时，NumPy 内部会使用 `np.less(x, 3)`。这些比较运算符和其对应的通用函数如下表所示。

运算符	对应的通用函数
`==`	`np.equal`
`!=`	`np.not_equal`
`<`	`np.less`
`<=`	`np.less_equal`
`>`	`np.greater`
`>=`	`np.greater_equal`

和算术运算通用函数一样，这些比较运算通用函数也可以用于任意形状、大小的数组。下面是一个二维数组的示例：

```
In[12]: rng = np.random.RandomState(0)
        x = rng.randint(10, size=(3, 4))
        x

Out[12]: array([[5, 0, 3, 3],
                [7, 9, 3, 5],
                [2, 4, 7, 6]])

In[13]: x < 6

Out[13]: array([[ True,  True,  True,  True],
                [False, False,  True,  True],
```

```
                    [ True,  True, False, False]], dtype=bool)
```

这样每次计算的结果都是布尔数组了。NumPy 提供了一些简明的模式来操作这些布尔结果。

2.6.3　操作布尔数组

给定一个布尔数组，你可以实现很多有用的操作。首先打印出此前生成的二维数组 `x`：

```
In[14]: print(x)

[[5 0 3 3]
 [7 9 3 5]
 [2 4 7 6]]
```

1. 统计记录的个数

如果需要统计布尔数组中 `True` 记录的个数，可以使用 `np.count_nonzero` 函数：

```
In[15]: # 有多少值小于6？
        np.count_nonzero(x < 6)

Out[15]: 8
```

我们看到有 8 个数组记录是小于 6 的。另外一种实现方式是利用 `np.sum`。在这个例子中，`False` 会被解释成 `0`，`True` 会被解释成 `1`：

```
In[16]: np.sum(x < 6)

Out[16]: 8
```

`sum()` 的好处是，和其他 NumPy 聚合函数一样，这个求和也可以沿着行或列进行：

```
In[17]: # 每行有多少值小于6？
        np.sum(x < 6, axis=1)

Out[17]: array([4, 2, 2])
```

这是矩阵中每一行小于 6 的个数。

如要快速检查任意或者所有这些值是否为 `True`，可以用（你一定猜到了）`np.any()` 或 `np.all()`：

```
In[18]: # 有没有值大于8？
        np.any(x > 8)

Out[18]: True

In[19]: # 有没有值小于0？
        np.any(x < 0)

Out[19]: False

In[20]: # 是否所有值都小于10？
        np.all(x < 10)
```

```
Out[20]: True

In[21]: # 是否所有值都等于6？
        np.all(x == 6)

Out[21]: False
```

np.all() 和 np.any() 也可以用于沿着特定的坐标轴，例如：

```
In[22]: # 是否每行的所有值都小于8？
        np.all(x < 8, axis=1)

Out[22]: array([ True, False,  True], dtype=bool)
```

这里第 1 行和第 3 行的所有元素都小于 8，而第 2 行不是所有元素都小于 8。

最后需要提醒的是，正如在 2.4 节中提到的，Python 有内置的 sum()、any() 和 all() 函数，这些函数在 NumPy 中有不同的语法版本。如果在多维数组上混用这两个版本，会导致失败或产生不可预知的错误结果。因此，确保在以上的示例中用的都是 np.sum()、np.any() 和 np.all() 函数。

2. 布尔运算符

我们已经看到该如何统计所有降水量小于 4 英寸或者大于 2 英寸的天数，但是如果我们想统计降水量小于 4 英寸**且**大于 2 英寸的天数该如何操作呢？这可以通过 Python 的**逐位逻辑运算符**（bitwise logic operator）&、|、^ 和 ~ 来实现。同标准的算术运算符一样，NumPy 用通用函数重载了这些逻辑运算符，这样可以实现数组的逐位运算（通常是布尔运算）。

例如，可以写如下的复合表达式：

```
In[23]: np.sum((inches > 0.5) & (inches < 1))

Out[23]: 29
```

可以看到，降水量在 0.5 英寸 ~1 英寸间的天数是 29 天。

请注意，这些括号是非常重要的，因为有运算优先级规则。如果去掉这些括号，该表达式会变成以下形式，这会导致运行错误：

```
inches > (0.5 & inches) < 1
```

利用 A AND B 和 NOT (NOT A OR B) 的等价原理（你应该在基础逻辑课程中学习过），可以用另外一种形式实现同样的结果：

```
In[24]: np.sum(~( (inches <= 0.5) | (inches >= 1) ))

Out[24]: 29
```

将比较运算符和布尔运算符合并起来用在数组上，可以实现更多有效的逻辑运算操作。

以下表格总结了逐位的布尔运算符和其对应的通用函数。

运算符	对应通用函数
&	np.bitwise_and
		np.bitwise_or
^	np.bitwise_xor
~	np.bitwise_not

利用这些工具，就可以回答那些关于天气数据的问题了。以下的示例是结合使用掩码和聚合实现的结果计算：

```
In[25]: print("Number days without rain:      ", np.sum(inches == 0))
        print("Number days with rain:         ", np.sum(inches != 0))
        print("Days with more than 0.5 inches:", np.sum(inches > 0.5))
        print("Rainy days with < 0.2 inches  :", np.sum((inches > 0) &
                                                        (inches < 0.2)))

Number days without rain:       215
Number days with rain:          150
Days with more than 0.5 inches: 37
Rainy days with < 0.1 inches  : 75
```

2.6.4　将布尔数组作为掩码

在前面的小节中，我们看到了如何直接对布尔数组进行聚合计算。一种更强大的模式是使用布尔数组作为掩码，通过该掩码选择数据的子数据集。以前面小节用过的 x 数组为例，假设我们希望抽取出数组中所有小于 5 的元素：

```
In[26]: x

Out[26]: array([[5, 0, 3, 3],
                [7, 9, 3, 5],
                [2, 4, 7, 6]])
```

如前面介绍过的方法，利用比较运算符可以得到一个布尔数组：

```
In[27]: x < 5

Out[27]: array([[False,  True,  True,  True],
                [False, False,  True, False],
                [ True,  True, False, False]], dtype=bool)
```

现在为了将这些值从数组中**选出**，可以进行简单的索引，即**掩码**操作：

```
In[28]: x[x < 5]

Out[28]: array([0, 3, 3, 3, 2, 4])
```

现在返回的是一个一维数组，它包含了所有满足条件的值。换句话说，所有的这些值是掩码数组对应位置为 True 的值。

现在，可以对这些值做任意操作，例如可以根据西雅图降水数据进行一些相关统计：

```
In[29]:
# 为所有下雨天创建一个掩码
rainy = (inches > 0)

# 构建一个包含整个夏季日期的掩码（6月21日是第172天）
summer = (np.arange(365) - 172 < 90) & (np.arange(365) - 172 > 0)

print("Median precip on rainy days in 2014 (inches):   ",
      np.median(inches[rainy]))
print("Median precip on summer days in 2014 (inches):  ",
      np.median(inches[summer]))
print("Maximum precip on summer days in 2014 (inches): ",
      np.max(inches[summer]))
print("Median precip on non-summer rainy days (inches):",
      np.median(inches[rainy & ~summer]))

Median precip on rainy days in 2014 (inches):    0.194881889764
Median precip on summer days in 2014 (inches):   0.0
Maximum precip on summer days in 2014 (inches):  0.850393700787
Median precip on non-summer rainy days (inches): 0.200787401575
```

通过将布尔操作、掩码操作和聚合结合，可以快速回答对数据集提出的这类问题。

使用关键字 and/or 与使用逻辑操作运算符 &/|

人们经常困惑于关键字 and 和 or，以及逻辑操作运算符 & 和 | 的区别是什么，什么时候该选择哪一种？

它们的区别是：and 和 or 判断**整个对象**是真或假，而 & 和 | 是指**每个对象中的比特位**。

当你使用 and 或 or 时，就等于让 Python 将这个对象当作整个布尔实体。在 Python 中，所有非零的整数都会被当作是 True：

```
In[30]: bool(42), bool(0)

Out[30]: (True, False)

In[31]: bool(42 and 0)

Out[31]: False

In[32]: bool(42 or 0)

Out[32]: True
```

当你对整数使用 & 和 | 时，表达式操作的是元素的比特，将 and 或 or 应用于组成该数字的每个比特：

```
In[33]: bin(42)

Out[33]: '0b101010'

In[34]: bin(59)

Out[34]: '0b111011'
```

```
In[35]: bin(42 & 59)
```

```
Out[35]: '0b101010'
```

```
In[36]: bin(42 | 59)
```

```
Out[36]: '0b111011'
```

请注意，& 和 | 运算时，对应的二进制比特位进行比较以得到最终结果。

当你在 NumPy 中有一个布尔数组时，该数组可以被当作是由比特字符组成的，其中 1 = True、0 = False。这样的数组可以用上面介绍的方式进行 & 和 | 的操作：

```
In[37]: A = np.array([1, 0, 1, 0, 1, 0], dtype=bool)
        B = np.array([1, 1, 1, 0, 1, 1], dtype=bool)
        A | B
```

```
Out[37]: array([ True,  True,  True, False,  True,  True], dtype=bool)
```

而用 or 来计算这两个数组时，Python 会计算整个数组对象的真或假，这会导致程序出错：

```
In[38]: A or B
```

```
---------------------------------------------------------------------------

ValueError                                Traceback (most recent call last)

<ipython-input-38-5d8e4f2e21c0> in <module>()
----> 1 A or B


ValueError: The truth value of an array with more than one element is...
```

同样，对给定数组进行逻辑运算时，你也应该使用 | 或 &，而不是 or 或 and：

```
In[39]: x = np.arange(10)
        (x > 4) & (x < 8)
```

```
Out[39]: array([False, False, ...,  True,  True, False, False], dtype=bool)
```

如果试图计算整个数组的真或假，程序也同样会给出 ValueError 的错误：

```
In[40]: (x > 4) and (x < 8)
```

```
---------------------------------------------------------------------------

ValueError                                Traceback (most recent call last)

<ipython-input-40-3d24f1ffd63d> in <module>()
----> 1 (x > 4) and (x < 8)

ValueError: The truth value of an array with more than one element is...
```

因此可以记住：and 和 or 对整个对象执行单个布尔运算，而 & 和 | 对一个对象的内容（单个比特或字节）执行多个布尔运算。对于 NumPy 布尔数组，后者是常用的操作。

2.7 花哨的索引

在前面的小节中，我们看到了如何利用简单的索引值（如 `arr[0]`）、切片（如 `arr[:5]`）和布尔掩码（如 `arr[arr > 0]`）获得并修改部分数组。在这一节中，我们将介绍另外一种数组索引，也称作**花哨的索引**（fancy indexing）。花哨的索引和前面那些简单的索引非常类似，但是传递的是索引数组，而不是单个标量。花哨的索引让我们能够快速获得并修改复杂的数组值的子数据集。

2.7.1 探索花哨的索引

花哨的索引在概念上非常简单，它意味着传递一个索引数组来一次性获得多个数组元素。例如以下数组：

```
In[1]: import numpy as np
       rand = np.random.RandomState(42)

       x = rand.randint(100, size=10)
       print(x)

[51 92 14 71 60 20 82 86 74 74]
```

假设我们希望获得三个不同的元素，可以用以下方式实现：

```
In[2]: [x[3], x[7], x[2]]

Out[2]: [71, 86, 14]
```

另外一种方法是通过传递索引的单个列表或数组来获得同样的结果：

```
In[3]: ind = [3, 7, 4]
       x[ind]

Out[3]: array([71, 86, 60])
```

利用花哨的索引，结果的形状与**索引数组**的形状一致，而不是与**被索引数组**的形状一致：

```
In[4]: ind = np.array([[3, 7],
                       [4, 5]])
       x[ind]

Out[4]: array([[71, 86],
               [60, 20]])
```

花哨的索引也对多个维度适用。假设我们有以下数组：

```
In[5]: X = np.arange(12).reshape((3, 4))
       X

Out[5]: array([[ 0,  1,  2,  3],
               [ 4,  5,  6,  7],
               [ 8,  9, 10, 11]])
```

和标准的索引方式一样，第一个索引指的是行，第二个索引指的是列：

```
In[6]: row = np.array([0, 1, 2])
       col = np.array([2, 1, 3])
       X[row, col]

Out[6]: array([ 2,  5, 11])
```

这里需要注意，结果的第一个值是 X[0, 2]，第二个值是 X[1, 1]，第三个值是 X[2, 3]。在花哨的索引中，索引值的配对遵循 2.5 节介绍过的广播的规则。因此当我们将一个列向量和一个行向量组合在一个索引中时，会得到一个二维的结果：

```
In[7]: X[row[:, np.newaxis], col]

Out[7]: array([[ 2,  1,  3],
               [ 6,  5,  7],
               [10,  9, 11]])
```

这里，每一行的值都与每一列的向量配对，正如我们看到的广播的算术运算：

```
In[8]: row[:, np.newaxis] * col

Out[8]: array([[0, 0, 0],
               [2, 1, 3],
               [4, 2, 6]])
```

这里特别需要记住的是，花哨的索引返回的值反映的是**广播后的索引数组的形状**，而不是被索引的数组的形状。

2.7.2 组合索引

花哨的索引可以和其他索引方案结合起来形成更强大的索引操作：

```
In[9]: print(X)

[[ 0  1  2  3]
 [ 4  5  6  7]
 [ 8  9 10 11]]
```

可以将花哨的索引和简单的索引组合使用：

```
In[10]: X[2, [2, 0, 1]]

Out[10]: array([10,  8,  9])
```

也可以将花哨的索引和切片组合使用：

```
In[11]: X[1:, [2, 0, 1]]

Out[11]: array([[ 6,  4,  5],
                [10,  8,  9]])
```

更可以将花哨的索引和掩码组合使用：

```
In[12]: mask = np.array([1, 0, 1, 0], dtype=bool)
        X[row[:, np.newaxis], mask]
```

```
Out[12]: array([[ 0,  2],
                [ 4,  6],
                [ 8, 10]])
```

索引选项的组合可以实现非常灵活的获取和修改数组元素的操作。

2.7.3　示例：选择随机点

花哨的索引的一个常见用途是从一个矩阵中选择行的子集。例如我们有一个 $N \times D$ 的矩阵，表示在 D 个维度的 N 个点。以下是一个二维正态分布的点组成的数组：

```
In[13]: mean = [0, 0]
        cov = [[1, 2],
               [2, 5]]
        X = rand.multivariate_normal(mean, cov, 100)
        X.shape

Out[13]: (100, 2)
```

利用将在第 4 章介绍的画图工具，可以用散点图将这些点可视化（如图 2-7 所示）：

```
In[14]: %matplotlib inline
        import matplotlib.pyplot as plt
        import seaborn; seaborn.set()  # 设置绘图风格

        plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1]);
```

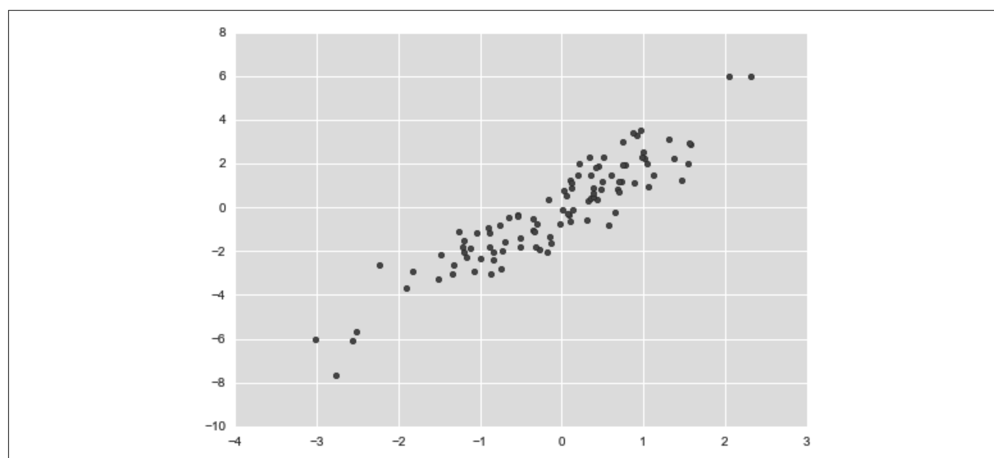


图 2-7：正态分布的点

我们将利用花哨的索引随机选取 20 个点——选择 20 个随机的、不重复的索引值，并利用这些索引值选取到原始数组对应的值：

```
In[15]: indices = np.random.choice(X.shape[0], 20, replace=False)
        indices

Out[15]: array([93, 45, 73, 81, 50, 10, 98, 94,  4, 64, 65, 89, 47, 84, 82,
                80, 25, 90, 63, 20])
```

```
In[16]: selection = X[indices]  # 花哨的索引
        selection.shape
```

```
Out[16]: (20, 2)
```

现在来看哪些点被选中了，将选中的点在图上用大圆圈标示出来（如图 2-8 所示）：

```
In[17]: plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], alpha=0.3)
        plt.scatter(selection[:, 0], selection[:, 1],
                    facecolor='none', edgecolor='b', s=200);
```

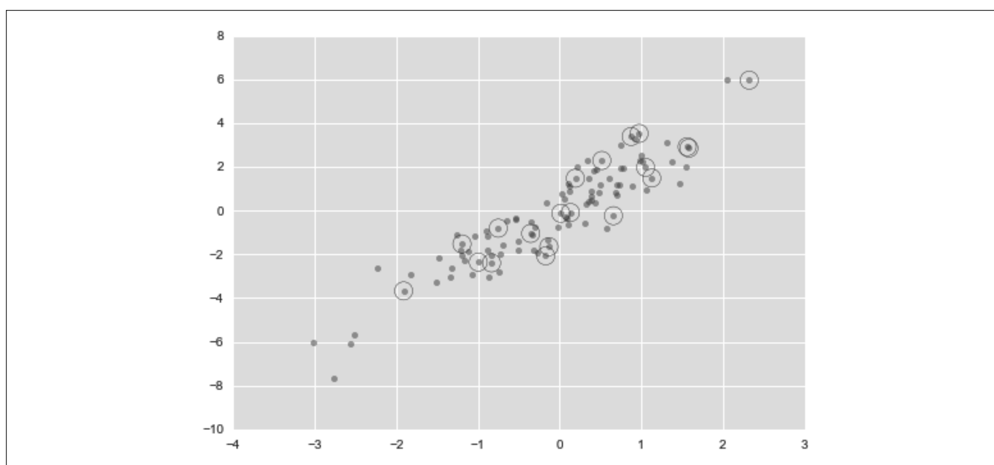


图 2-8：随机选择的点

这种方法通常用于快速分割数据，即需要分割训练 / 测试数据集以验证统计模型（详情请参见 5.3 节）时，以及在解答统计问题时的抽样方法中使用。

2.7.4　用花哨的索引修改值

正如花哨的索引可以被用于获取部分数组，它也可以被用于修改部分数组。例如，假设我们有一个索引数组，并且希望设置数组中对应的值：

```
In[18]: x = np.arange(10)
        i = np.array([2, 1, 8, 4])
        x[i] = 99
        print(x)
```

```
[ 0 99 99  3 99  5  6  7 99  9]
```

可以用任何的赋值操作来实现，例如：

```
In[19]: x[i] -= 10
        print(x)
```

```
[ 0 89 89  3 89  5  6  7 89  9]
```

不过需要注意，操作中重复的索引会导致一些出乎意料的结果产生，如以下例子所示：

```
In[20]: x = np.zeros(10)
        x[[0, 0]] = [4, 6]
        print(x)

[ 6.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.]
```

4 去哪里了呢？这个操作首先赋值 x[0] = 4，然后赋值 x[0] = 6，因此当然 x[0] 的值为 6。

以上还算合理，但是设想以下操作：

```
In[21]: i = [2, 3, 3, 4, 4, 4]
        x[i] += 1
        x

Out[21]: array([ 6.,  0.,  1.,  1.,  1.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.])
```

你可能期望 x[3] 的值为 2，x[4] 的值为 3，因为这是这些索引值重复的次数。但是为什么结果不同于我们的预想呢？从概念的角度理解，这是因为 x[i] += 1 是 x[i] = x[i] + 1 的简写。x[i] + 1 计算后，这个结果被赋值给了 x 相应的索引值。记住这个原理后，我们却发现数组并没有发生多次累加，而是发生了赋值，显然这不是我们希望的结果。

因此，如果你希望累加，该怎么做呢？你可以借助通用函数中的 at() 方法（在 NumPy 1.8 以后的版本中可以使用）来实现。进行如下操作：

```
In[22]: x = np.zeros(10)
        np.add.at(x, i, 1)
        print(x)

[ 0.  0.  1.  2.  3.  0.  0.  0.  0.  0.]
```

at() 函数在这里对给定的操作、给定的索引（这里是 i）以及给定的值（这里是 1）执行的是就地操作。另一个可以实现该功能的类似方法是通用函数中的 reduceat() 函数，你可以在 NumPy 文档中找到关于该函数的更多信息。

2.7.5 示例：数据区间划分

你可以用这些方法有效地将数据进行区间划分并手动创建直方图。例如，假定我们有 100 个值，希望快速统计分布在每个区间中的数据频次，可以用 ufunc.at 来计算：

```
In[23]: np.random.seed(42)
        x = np.random.randn(100)

        # 手动计算直方图
        bins = np.linspace(-5, 5, 20)
        counts = np.zeros_like(bins)

        # 为每个x找到合适的区间
        i = np.searchsorted(bins, x)

        # 为每个区间加上1
        np.add.at(counts, i, 1)
```

计数数组 counts 反映的是在每个区间中的点的个数，即直方图分布（如图 2-9 所示）：

```
In[24]: # 画出结果
        plt.plot(bins, counts, linestyle='steps');
```

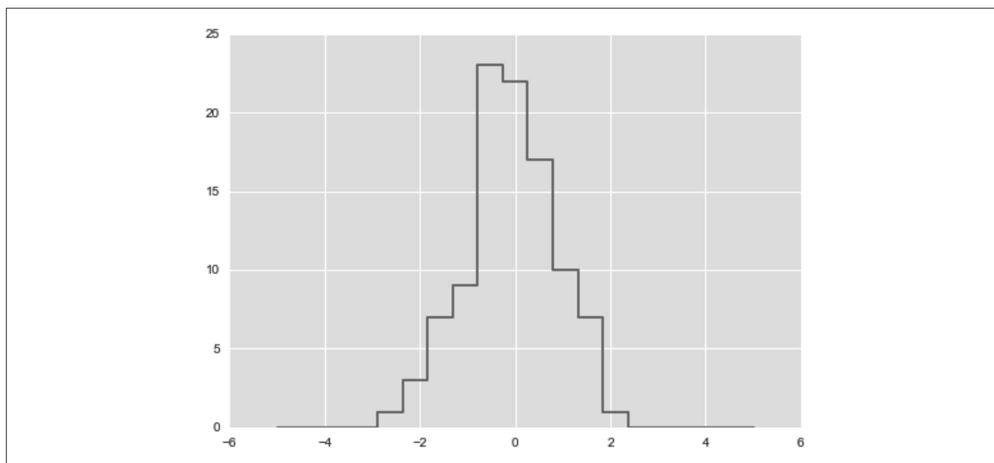


图 2-9：手动计算的直方图

当然，如果每次需要画直方图你都这么做的话，也是很不明智的。这就是为什么 Matplotlib 提供了 `plt.hist()` 方法，该方法仅用一行代码就实现了上述功能：

```
plt.hist(x, bins, histtype='step');
```

这个函数将生成一个和图 2-9 几乎一模一样的图。为了计算区间，Matplotlib 将使用 `np.histogram` 函数，该函数的计算功能也和上面执行的计算类似。接下来比较一下这两种方法：

```
In[25]: print("NumPy routine:")
        %timeit counts, edges = np.histogram(x, bins)

        print("Custom routine:")
        %timeit np.add.at(counts, np.searchsorted(bins, x), 1)

NumPy routine:
10000 loops, best of 3: 97.6 μs per loop
Custom routine:
10000 loops, best of 3: 19.5 μs per loop
```

可以看到，我们一行代码的算法比 NumPy 优化过的算法快好几倍！这是如何做到的呢？如果你深入 `np.histogram` 源代码（可以在 IPython 中输入 `np.histogram??` 查看源代码），就会看到它比我们前面用过的简单的搜索和计数方法更复杂。这是由于 NumPy 的算法更灵活（需要适应不同场景），因此在数据点比较大时更能显示出其良好性能：

```
In[26]: x = np.random.randn(1000000)
        print("NumPy routine:")
        %timeit counts, edges = np.histogram(x, bins)

        print("Custom routine:")
```

```
%timeit np.add.at(counts, np.searchsorted(bins, x), 1)
```

```
NumPy routine:
10 loops, best of 3: 68.7 ms per loop
Custom routine:
10 loops, best of 3: 135 ms per loop
```

以上比较表明，算法效率并不是一个简单的问题。一个对大数据集非常有效的算法并不总是小数据集的最佳选择，反之同理（详情请参见 2.8.3 节）。但是自己编写这个算法的好处是可以理解这些基本方法。你可以利用这些编写好的模块去扩展，以实现一些有意思的自定义操作。将 Python 有效地用于数据密集型应用中的关键是，当应用场景合适时知道使用 `np.histogram` 这样的现成函数，当需要执行更多指定的操作时也知道如何利用更低级的功能来实现。

2.8 数组的排序

到目前为止，我们主要关注了用 NumPy 获取和操作数组的工具。这一节将介绍用于排序 NumPy 数组的相关算法，这些算法是计算机科学导论课程非常偏爱的话题。如果你曾经参加过这样的课程，你可能睡觉时都在想**插入排序**、**选择排序**、**归并排序**、**快速排序**、**冒泡排序**等（这取决于你的体温，也可能是一个噩梦）。所有这些方法都是为了实现一个类似的任务：对一个列表或数组进行排序。

例如，一个简单的**选择排序**重复寻找列表中的最小值，并且不断交换直到列表是有序的。可以在 Python 中仅用几行代码来实现：

```
In[1]: import numpy as np

       def selection_sort(x):
           for i in range(len(x)):
               swap = i + np.argmin(x[i:])
               (x[i], x[swap]) = (x[swap], x[i])
           return x

In[2]: x = np.array([2, 1, 4, 3, 5])
       selection_sort(x)

Out[2]: array([1, 2, 3, 4, 5])
```

正如任何大学一年级的计算机科学课程会告诉你的，选择排序因为其简洁而非常有用，但是它对于大数组来说太慢了。对于一个包含 N 个值的数组来说，它需要做 N 个循环，每个循环中执行 ~ N 次比较，以找到交换值。“大 O 标记”常用来标示算法的复杂度（详情请参见 2.8.3 节），选择排序的平均算法复杂度为 $\mathcal{O}[N^2]$：如果你将列表中元素的个数翻倍，那么运行时间就会延长 4 倍。

即便如此，选择排序都比我自己最喜欢的 bogosort 排序算法的性能要好：

```
In[3]: def bogosort(x):
           while np.any(x[:-1] > x[1:]):
               np.random.shuffle(x)
           return x
```

```
In[4]: x = np.array([2, 1, 4, 3, 5])
       bogosort(x)

Out[4]: array([1, 2, 3, 4, 5])
```

这个很傻的算法的实现完全是碰运气：它不断对数组元素进行随机重排，直到成为有序数组才停止。这个算法的复杂度为$\mathcal{O}[N \times N!]$（N 乘以 N 的阶乘）。很明显，这种方法是永远不会用于任何实际运算场景的。

幸运的是，Python 包含的很多内置排序算法都比上面例子中的算法**高效得多**。首先介绍 Python 的内置排序算法，然后介绍 NumPy 中的排序算法和优化过的 NumPy 数组排序算法。

2.8.1　NumPy中的快速排序：np.sort和np.argsort

尽管 Python 有内置的 `sort` 和 `sorted` 函数可以对列表进行排序，但是这里不会介绍这两个函数，因为 NumPy 的 `np.sort` 函数实际上效率更高。默认情况下，`np.sort` 的排序算法是**快速排序**，其算法复杂度为$\mathcal{O}[N \log N]$，另外也可以选择**归并排序**和**堆排序**。对于大多数应用场景，默认的快速排序已经足够高效了。

如果想在不修改原始输入数组的基础上返回一个排好序的数组，可以使用 `np.sort`：

```
In[5]: x = np.array([2, 1, 4, 3, 5])
       np.sort(x)

Out[5]: array([1, 2, 3, 4, 5])
```

如果希望用排好序的数组替代原始数组，可以使用数组的 `sort` 方法：

```
In[6]: x.sort()
       print(x)

[1 2 3 4 5]
```

另外一个相关的函数是 `argsort`，该函数返回的是原始数组排好序的**索引值**：

```
In[7]: x = np.array([2, 1, 4, 3, 5])
       i = np.argsort(x)
       print(i)

[1 0 3 2 4]
```

以上结果的第一个元素是数组中最小元素的索引值，第二个值给出的是次小元素的索引值，以此类推。这些索引值可以被用于（通过花哨的索引）创建有序的数组：

```
In[8]: x[i]

Out[8]: array([1, 2, 3, 4, 5])
```

沿着行或列排序

NumPy 排序算法的一个有用的功能是通过 `axis` 参数，沿着多维数组的行或列进行排序，例如：

```
In[9]: rand = np.random.RandomState(42)
       X = rand.randint(0, 10, (4, 6))
       print(X)

[[6 3 7 4 6 9]
 [2 6 7 4 3 7]
 [7 2 5 4 1 7]
 [5 1 4 0 9 5]]

In[10]: # 对X的每一列排序
        np.sort(X, axis=0)

Out[10]: array([[2, 1, 4, 0, 1, 5],
                [5, 2, 5, 4, 3, 7],
                [6, 3, 7, 4, 6, 7],
                [7, 6, 7, 4, 9, 9]])

In[11]: # 对X每一行排序
        np.sort(X, axis=1)

Out[11]: array([[3, 4, 6, 6, 7, 9],
                [2, 3, 4, 6, 7, 7],
                [1, 2, 4, 5, 7, 7],
                [0, 1, 4, 5, 5, 9]])
```

需要记住的是，这种处理方式是将行或列当作独立的数组，任何行或列的值之间的关系将会丢失！

2.8.2 部分排序：分隔

有时候我们不希望对整个数组进行排序，仅仅希望找到数组中第 *K* 小的值，NumPy 的 `np.partition` 函数提供了该功能。`np.partition` 函数的输入是数组和数字 *K*，输出结果是一个新数组，最左边是第 *K* 小的值，往右是任意顺序的其他值：

```
In[12]: x = np.array([7, 2, 3, 1, 6, 5, 4])
        np.partition(x, 3)

Out[12]: array([2, 1, 3, 4, 6, 5, 7])
```

请注意，结果数组中前三个值是数组中最小的三个值，剩下的位置是原始数组剩下的值。在这两个分隔区间中，元素都是任意排列的。

与排序类似，也可以沿着多维数组任意的轴进行分隔：

```
In[13]: np.partition(X, 2, axis=1)

Out[13]: array([[3, 4, 6, 7, 6, 9],
                [2, 3, 4, 7, 6, 7],
                [1, 2, 4, 5, 7, 7],
                [0, 1, 4, 5, 9, 5]])
```

输出结果是一个数组，该数组每一行的前两个元素是该行最小的两个值，每行的其他值分布在剩下的位置。

最后，正如 np.argsort 函数计算的是排序的索引值，也有一个 np.argpartition 函数计算的是分隔的索引值，我们将在下一节中举例介绍它。

2.8.3　示例：*K*个最近邻

以下示例展示的是如何利用 argsort 函数沿着多个轴快速找到集合中每个点的最近邻。首先，在二维平面上创建一个有 10 个随机点的集合。按照惯例，将这些数据点放在一个 10×2 的数组中：

```
In[14]: X = rand.rand(10, 2)
```

为了对这些点有一个直观的印象，来画出它的散点图（如图 2-10 所示）：

```
In[15]: %matplotlib inline
        import matplotlib.pyplot as plt
        import seaborn; seaborn.set() # 设置画图风格
        plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], s=100);
```

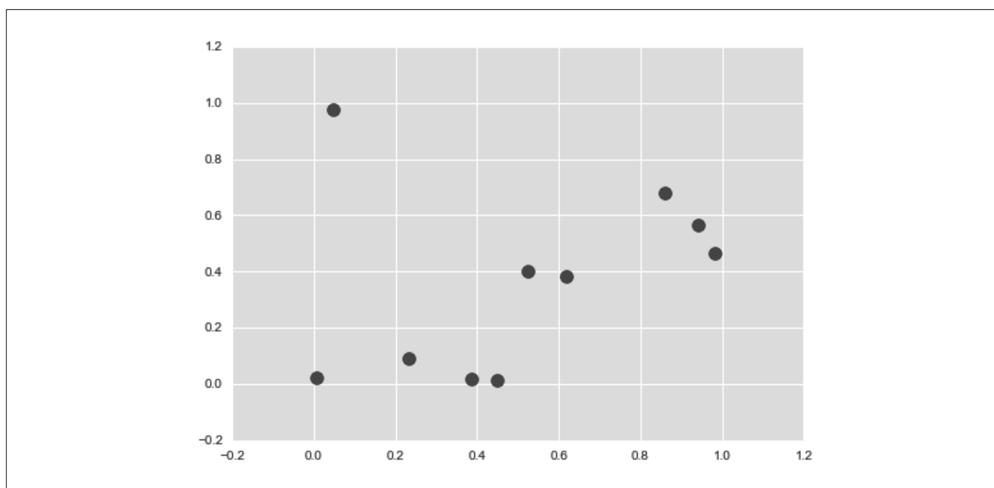


图 2-10：将示例 *k* 个最近邻中的点可视化

现在来计算两两数据点对间的距离。我们学过两点间距离的平方等于每个维度的距离差的平方的和。利用 NumPy 的广播（详情请参见 2.5 节）和聚合（详情请参见 2.4 节）功能，可以用一行代码计算矩阵的平方距离：

```
In[16]: dist_sq = np.sum((X[:,np.newaxis,:] - X[np.newaxis,:,:]) ** 2, axis=-1)
```

这个操作由很多部分组成。如果你对 NumPy 的广播规则不熟悉的话，可能这行代码看起来有些令人困惑。当你遇到这种代码时，将其各组件分解后再分析是非常有用的：

```
In[17]: # 在坐标系中计算每对点的差值
        differences = X[:, np.newaxis, :] - X[np.newaxis, :, :]
        differences.shape

Out[17]: (10, 10, 2)

In[18]: # 求出差值的平方
        sq_differences = differences ** 2
        sq_differences.shape

Out[18]: (10, 10, 2)

In[19]: # 将差值求和获得平方距离
        dist_sq = sq_differences.sum(-1)
        dist_sq.shape

Out[19]: (10, 10)
```

请再次确认以上步骤，应该看到该矩阵的对角线（也就是每个点到其自身的距离）的值都是 0：

```
In[20]: dist_sq.diagonal()

Out[20]: array([ 0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.])
```

结果确实是这样的！当我们有了这样一个转化为两点间的平方距离的矩阵后，就可以使用 `np.argsort` 函数沿着每行进行排序了。最左边的列给出的索引值就是最近邻：

```
In[21]: nearest = np.argsort(dist_sq, axis=1)
        print(nearest)

[[0 3 9 7 1 4 2 5 6 8]
 [1 4 7 9 3 6 8 5 0 2]
 [2 1 4 6 3 0 8 9 7 5]
 [3 9 7 0 1 4 5 8 6 2]
 [4 1 8 5 6 7 9 3 0 2]
 [5 8 6 4 1 7 9 3 2 0]
 [6 8 5 4 1 7 9 3 2 0]
 [7 9 3 1 4 0 5 8 6 2]
 [8 5 6 4 1 7 9 3 2 0]
 [9 7 3 0 1 4 5 8 6 2]]
```

需要注意的是，第一列是按 0~9 从小到大排列的。这是因为每个点的最近邻是其自身，所以结果也正如我们所想。

如果使用全排序，我们实际上可以实现的比这个例子展示的更多。如果我们仅仅关心 k 个最近邻，那么唯一需要做的是分隔每一行，这样最小的 $k + 1$ 的平方距离将排在最前面，其他更长的距离占据矩阵该行的其他位置。可以用 `np.argpartition` 函数实现：

```
In[22]: K = 2
        nearest_partition = np.argpartition(dist_sq, K + 1, axis=1)
```

为了将邻节点网络可视化，我们将每个点和其最近的两个最近邻连接（如图 2-11 所示）：

```
In[23]: plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], s=100)

        # 将每个点与它的两个最近邻连接
        K = 2

        for i in range(X.shape[0]):
            for j in nearest_partition[i, :K+1]:
                # 画一条从X[i]到X[j]的线段
                # 用zip方法实现：
                plt.plot(*zip(X[j], X[i]), color='black')
```

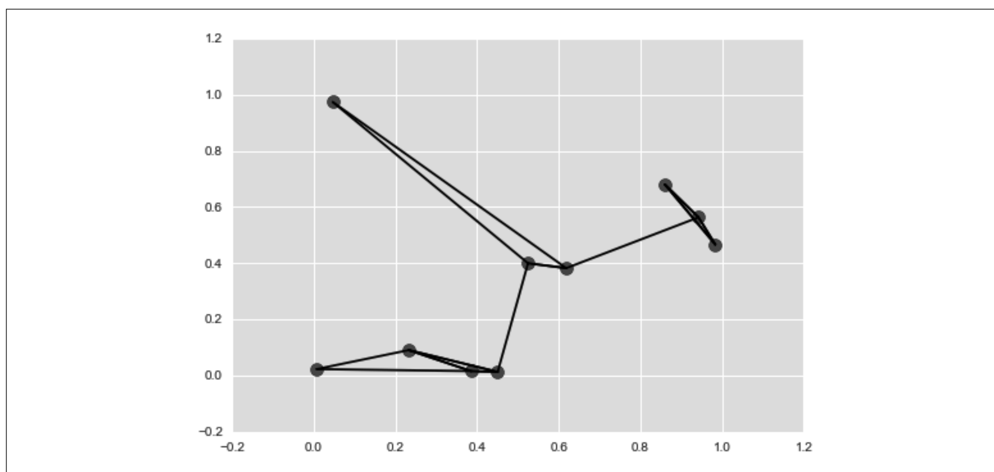


图 2-11：每个点的邻节点的可视化

图中每个点和离它最近的两个节点用连线连接。乍一看，你可能会奇怪为什么有些点的连线多于两条，这是因为点 A 是点 B 最邻近的两个节点之一，但是并不意味着点 B 一定是点 A 的最邻近的两个节点之一。

尽管本例中的广播和按行排序可能看起来不如循环直观，但是在实际运行中，Python 中这类数据的操作会更高效。你可能会尝试通过手动循环数据并对每一组邻节点单独进行排序来实现同样的功能，但是这种方法和我们使用的向量化操作相比，肯定在算法执行上效率更低。并且向量化操作的优美之处在于，它的实现方式决定了它对输入数据的数据量并不敏感。也就是说，我们可以非常轻松地计算任意维度空间的 100 或 1 000 000 个邻节点，而代码看起来是一样的。

最后还想提醒一点，做大数据量的最近邻搜索时，有几种基于树的算法的算法复杂度可以实现接近 $\mathcal{O}[N \log N]$，或者比暴力搜索法的 $\mathcal{O}[N^2]$ 更好。其中一种就是 KD-Tree，在 Scikit-Learn（http://bit.ly/2fSpdxI）中实现。

大 O 标记

大 O 标记是一种描述一个算法对于相应的输入数据的大小需要执行的操作步骤数。要想正确使用它，需要深入理解计算机科学理论，并且将其和小 o 标记、大 θ 标记、大 Ω 标记以及其他混合变体区分开。虽然区分这些概念可以提高算法复杂度计量的准确性，但是除了在计算机科学理论和学究的博客评论外，实际中很少有这种区分。在数据科学中，更常见的还是不太严谨的大 O 标记——一种通用的（或许是不准确的）算法复杂度的度量描述。在这里要向相关的理论学家和学者致歉，本书中都会使用这种表述方式。

如果不用太严谨的眼光看待大 O 标记，那么它其实是告诉你：随着输入数据量的增长，你的算法将花费多少时间。如果你有一个$\mathcal{O}[N]$（读作“N 阶”）复杂度的算法，该算法花费 1 秒钟来执行一个长度为 $N = 1000$ 的列表，那么它执行一个长度为 $N = 5000$ 的列表花费的时间大约是 5 秒钟。如果你有一个算法复杂度为$\mathcal{O}[N^2]$（读作“N 的平方阶”），且该算法花费 1 秒钟来执行一个长度为 $N = 1000$ 的列表，那么它执行一个长度为 $N = 5000$ 的列表花费的时间大约是 25 秒钟。

在计算算法复杂度时，N 通常表示数据集的大小（数据点的个数、维度的数目等）。当我们试图分析数十亿或数百万亿的数据时，算法复杂度为$\mathcal{O}[N]$ 和算法复杂度为$\mathcal{O}[N^2]$ 会有非常明显的差别！

需要注意的是，大 O 标记并没有告诉你计算的实际时间，而仅仅告诉你改变 N 的值时，运行时间的相应变化。通常情况下，$\mathcal{O}[N]$ 复杂度的算法比$\mathcal{O}[N^2]$ 复杂度的算法更高效。但是对于小数据集，算法复杂度更优的算法可能未必更快。例如对于给定的问题，$\mathcal{O}[N^2]$ 复杂度的算法可能会花费 0.01 秒，而更“优异”的$\mathcal{O}[N]$ 复杂度的算法可能会花费 1 秒。按照 1000 的因子将 N 倍增，那么$\mathcal{O}[N]$ 复杂度的算法将胜出。

即使是这个非严格版本的大 O 标记对于比较算法的性能也是非常有用的。我们将在本书中用这个标记来测量算法复杂度。

2.9 结构化数据：NumPy的结构化数组

大多数时候，我们的数据可以通过一个异构类型值组成的数组表示，但有时却并非如此。本节介绍 NumPy 的**结构化数组**和**记录数组**，它们为复合的、异构的数据提供了非常有效的存储。尽管这里列举的模式对于简单的操作非常有用，但是这些场景通常也可以用 Pandas 的 `DataFrame` 来实现（将在第三章详细介绍）。

假定现在有关于一些人的分类数据（如姓名、年龄和体重），我们需要存储这些数据用于 Python 项目，那么一种可行的方法是将它们存在三个单独的数组中：

```
In[2]: name = ['Alice', 'Bob', 'Cathy', 'Doug']
       age = [25, 45, 37, 19]
       weight = [55.0, 85.5, 68.0, 61.5]
```

但是这种方法有点笨，因为并没有任何信息告诉我们这三个数组是相关联的。如果可以用

一种单一结构来存储所有的数据，那么看起来会更自然。NumPy 可以用结构化数组实现这种存储，这些结构化数组是复合数据类型的。

前面介绍过，利用以下表达式可以生成一个简单的数组：

```
In[3]: x = np.zeros(4, dtype=int)
```

与之类似，通过指定复合数据类型，可以构造一个结构化数组：

```
In[4]: # 使用复合数据结构的结构化数组
       data = np.zeros(4, dtype={'names':('name', 'age', 'weight'),
                                 'formats':('U10', 'i4', 'f8')})
       print(data.dtype)

[('name', '<U10'), ('age', '<i4'), ('weight', '<f8')]
```

这里 `U10` 表示“长度不超过 10 的 Unicode 字符串”，`i4` 表示“4 字节（即 32 比特）整型”，`f8` 表示“8 字节（即 64 比特）浮点型”。后续的小节中将介绍更多的数据类型代码。

现在生成了一个空的数组容器，可以将列表数据放入数组中：

```
In[5]: data['name'] = name
       data['age'] = age
       data['weight'] = weight
       print(data)

[('Alice', 25, 55.0) ('Bob', 45, 85.5) ('Cathy', 37, 68.0)
 ('Doug', 19, 61.5)]
```

正如我们希望的，所有的数据被安排在一个内存块中。

结构化数组的方便之处在于，你可以通过索引或名称查看相应的值：

```
In[6]: # 获取所有名字
       data['name']

Out[6]: array(['Alice', 'Bob', 'Cathy', 'Doug'],
              dtype='<U10')

In[7]: # 获取数据第一行
       data[0]

Out[7]: ('Alice', 25, 55.0)

In[8]: # 获取最后一行的名字
       data[-1]['name']

Out[8]: 'Doug'
```

利用布尔掩码，还可以做一些更复杂的操作，如按照年龄进行筛选：

```
In[9]: # 获取年龄小于30岁的人的名字
       data[data['age'] < 30]['name']

Out[9]: array(['Alice', 'Doug'],
              dtype='<U10')
```

请注意，如果你希望实现比上面更复杂的操作，那么你应该考虑使用 Pandas 包，我们将在下一章中详细介绍它。正如你将会看到的，Pandas 提供了一个 `DataFrame` 对象，该结构是构建于 NumPy 数组之上的，提供了很多有用的数据操作功能，其中有些与前面介绍的类似，当然也有更多没提过并且非常实用的功能。

2.9.1 生成结构化数组

结构化数组的数据类型有多种制定方式。此前我们看过了采用字典的方法：

```
In[10]: np.dtype({'names':('name', 'age', 'weight'),
                  'formats':('U10', 'i4', 'f8')})

Out[10]: dtype([('name', '<U10'), ('age', '<i4'), ('weight', '<f8')])
```

为了简明起见，数值数据类型可以用 Python 类型或 NumPy 的 `dtype` 类型指定：

```
In[11]: np.dtype({'names':('name', 'age', 'weight'),
                  'formats':((np.str_, 10), int, np.float32)})

Out[11]: dtype([('name', '<U10'), ('age', '<i8'), ('weight', '<f4')])
```

复合类型也可以是元组列表：

```
In[12]: np.dtype([('name', 'S10'), ('age', 'i4'), ('weight', 'f8')])

Out[12]: dtype([('name', 'S10'), ('age', '<i4'), ('weight', '<f8')])
```

如果类型的名称对你来说并不重要，那你可以仅仅用一个字符串来指定它。在该字符串中数据类型用逗号分隔：

```
In[13]: np.dtype('S10,i4,f8')

Out[13]: dtype([('f0', 'S10'), ('f1', '<i4'), ('f2', '<f8')])
```

简写的字符串格式的代码可能看起来令人困惑，但是它们其实基于非常简单的规则。第一个（可选）字符是 < 或者 >，分别表示“低字节序”（little endian）和“高字节序”（bid endian），表示字节（bytes）类型的数据在内存中存放顺序的习惯用法。后一个字符指定的是数据的类型：字符、字节、整型、浮点型，等等（如表 2-4 所示）。最后一个字符表示该对象的字节大小。

表2-4：NumPy的数据类型

NumPy数据类型符号	描述	示例
`'b'`	字节型	`np.dtype('b')`
`'i'`	有符号整型	`np.dtype('i4') == np.int32`
`'u'`	无符号整型	`np.dtype('u1') == np.uint8`
`'f'`	浮点型	`np.dtype('f8') == np.int64`
`'c'`	复数浮点型	`np.dtype('c16') == np.complex128`
`'S'`、`'a'`	字符串	`np.dtype('S5')`
`'U'`	Unicode 编码字符串	`np.dtype('U') == np.str_`
`'V'`	原生数据，raw data（空，void）	`np.dtype('V') == np.void`

2.9.2 更高级的复合类型

NumPy 中也可以定义更高级的复合数据类型。例如，你可以创建一种类型，其中每个元素都包含一个数组或矩阵。我们会创建一个数据类型，该数据类型用 `mat` 组件包含一个 3×3 的浮点矩阵：

```
In[14]: tp = np.dtype([('id', 'i8'), ('mat', 'f8', (3, 3))])
        X = np.zeros(1, dtype=tp)
        print(X[0])
        print(X['mat'][0])

(0, [[0.0, 0.0, 0.0], [0.0, 0.0, 0.0], [0.0, 0.0, 0.0]])
[[ 0.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0.]]
```

现在 `X` 数组的每个元素都包含一个 `id` 和一个 3×3 的矩阵。为什么我们宁愿用这种方法存储数据，也不用简单的多维数组，或者 Python 字典呢？原因是 NumPy 的 `dtype` 直接映射到 C 结构的定义，因此包含数组内容的缓存可以直接在 C 程序中使用。如果你想写一个 Python 接口与一个遗留的 C 语言或 Fortran 库交互，从而操作结构化数据，你将会发现结构化数组非常有用！

2.9.3 记录数组：结构化数组的扭转

NumPy 还提供了 `np.recarray` 类。它和前面介绍的结构化数组几乎相同，但是它有一个独特的特征：域可以像属性一样获取，而不是像字典的键那样获取。前面的例子通过以下代码获取年龄：

```
In[15]: data['age']

Out[15]: array([25, 45, 37, 19], dtype=int32)
```

如果将这些数据当作一个记录数组，我们可以用很少的按键来获取这个结果：

```
In[16]: data_rec = data.view(np.recarray)
        data_rec.age

Out[16]: array([25, 45, 37, 19], dtype=int32)
```

记录数组的不好的地方在于，即使使用同样的语法，在获取域时也会有一些额外的开销，如以下示例所示：

```
In[17]: %timeit data['age']
        %timeit data_rec['age']
        %timeit data_rec.age

1000000 loops, best of 3: 241 ns per loop
100000 loops, best of 3: 4.61 µs per loop
100000 loops, best of 3: 7.27 µs per loop
```

是否值得为更简便的标记方式花费额外的开销，这将取决于你的实际应用。

2.9.4 关于Pandas

本章将结构化数组和记录数组放在末尾是有意为之，因为它们能很好地衔接下一章要介绍的包：Pandas。本章介绍的结构化数组在某些场景中很好用，特别是当你用 C、Fortran 或其他语言将 NumPy 数组映射为二进制数据格式时。但是如果每天都需要使用结构化数据，那么 Pandas 包是更好的选择，我们将在接下来的一章详细介绍它。

第3章

Pandas数据处理

在上一章中，我们详细介绍了 NumPy 和它的 `ndarray` 对象，这个对象为 Python 多维数组提供了高效的存储和处理方法。下面，我们将基于前面的知识，深入学习 Pandas 程序库提供的数据结构。Pandas 是在 NumPy 基础上建立的新程序库，提供了一种高效的 `DataFrame` 数据结构。`DataFrame` 本质上是一种带行标签和列标签、支持相同类型数据和缺失值的多维数组。Pandas 不仅为带各种标签的数据提供了便利的存储界面，还实现了许多强大的操作，这些操作对数据库框架和电子表格程序的用户来说非常熟悉。

正如我们之前看到的那样，NumPy 的 `ndarray` 数据结构为数值计算任务中常见的干净整齐、组织良好的数据提供了许多不可或缺的功能。虽然它在这方面做得很好，但是当我们需要处理更灵活的数据任务（如为数据添加标签、处理缺失值等），或者需要做一些不是对每个元素都进行广播映射的计算（如分组、透视表等）时，NumPy 的限制就非常明显了，而这些都是分析各种非结构化数据时很重要的一部分。建立在 NumPy 数组结构上的 Pandas，尤其是它的 `Series` 和 `DataFrame` 对象，为数据科学家们处理那些消耗大量时间的"数据清理"（data munging）任务提供了捷径。

本章将重点介绍 `Series`、`DataFrame` 和其他相关数据结构的高效使用方法。我们会酌情使用真实数据集作为演示示例，但这些示例本身并不是学习重点。

3.1　安装并使用Pandas

在安装 Pandas 之前，确保你的操作系统中有 NumPy。如果你是从源代码直接编译，那么还需要相应的工具编译建立 Pandas 所需的 C 语言与 Cython 代码。详细的安装方法，请参考 Pandas 官方文档（http://pandas.pydata.org/）。如果你按照前言的建议使用了 Anaconda，那么 Pandas 就已经安装好了。

Pandas 安装好之后，可以导入它检查一下版本号：

```
In[1]: import pandas
       pandas.__version__

Out[1]: '0.18.1'
```

和之前导入 NumPy 并使用别名 `np` 一样，我们将导入 Pandas 并使用别名 `pd`：

```
In[2]: import pandas as pd
```

这种简写方式将贯穿本书。

> **关于显示内置文档的提醒**
>
> 当你阅读本章时，不要忘了 IPython 可以快速浏览软件包的内容（通过 Tab 键补全功能），以及各种函数的文档（使用 ?）。（如果你需要复习相关内容，请参见 1.2 节。）
>
> 例如，可以通过按下 Tab 键显示 `pandas` 命名空间的所有内容：
>
> ```
> In [3]: pd.<TAB>
> ```
>
> 如果要显示 Pandas 的内置文档，可以这样做：
>
> ```
> In [4]: pd?
> ```
>
> 详细的文档请参考 http://pandas.pydata.org/，里面除了有基础教程，还有许多有用的资源。

3.2 Pandas对象简介

如果从底层视角观察 Pandas 对象，可以把它们看成增强版的 NumPy 结构化数组，行列都不再只是简单的整数索引，还可以带上标签。在本章后面的内容中我们将会发现，虽然 Pandas 在基本数据结构上实现了许多便利的工具、方法和功能，但是后面将要介绍的每一个工具、方法和功能几乎都需要我们理解基本数据结构的内部细节。因此，在深入学习 Pandas 之前，先来看看 Pandas 的三个基本数据结构：`Series`、`DataFrame` 和 `Index`。

从导入标准 NumPy 和 Pandas 开始：

```
In[1]: import numpy as np
       import pandas as pd
```

3.2.1 Pandas的Series对象

Pandas 的 `Series` 对象是一个带索引数据构成的一维数组。可以用一个数组创建 `Series` 对象，如下所示：

```
In[2]: data = pd.Series([0.25, 0.5, 0.75, 1.0])
       data
```

```
Out[2]: 0    0.25
        1    0.50
        2    0.75
        3    1.00
        dtype: float64
```

从上面的结果中，你会发现 `Series` 对象将一组数据和一组索引绑定在一起，我们可以通过 `values` 属性和 `index` 属性获取数据。`values` 属性返回的结果与 NumPy 数组类似：

```
In[3]: data.values

Out[3]: array([ 0.25,  0.5 ,  0.75,  1.  ])
```

`index` 属性返回的结果是一个类型为 `pd.Index` 的类数组对象，我们将在后面的内容里详细介绍它：

```
In[4]: data.index

Out[4]: RangeIndex(start=0, stop=4, step=1)
```

和 NumPy 数组一样，数据可以通过 Python 的中括号索引标签获取：

```
In[5]: data[1]

Out[5]: 0.5

In[6]: data[1:3]

Out[6]: 1    0.50
        2    0.75
        dtype: float64
```

但是我们将会看到，Pandas 的 `Series` 对象比它模仿的一维 NumPy 数组更加通用、灵活。

1. `Serise`是通用的NumPy数组

到目前为止，我们可能觉得 `Series` 对象和一维 NumPy 数组基本可以等价交换，但两者间的本质差异其实是索引：NumPy 数组通过**隐式定义的**整数索引获取数值，而 Pandas 的 `Series` 对象用一种**显式定义的**索引与数值关联。

显式索引的定义让 `Series` 对象拥有了更强的能力。例如，索引不再仅仅是整数，还可以是任意想要的类型。如果需要，完全可以用字符串定义索引：

```
In[7]: data = pd.Series([0.25, 0.5, 0.75, 1.0],
                        index=['a', 'b', 'c', 'd'])
       data

Out[7]: a    0.25
        b    0.50
        c    0.75
        d    1.00
        dtype: float64
```

获取数值的方式与之前一样：

```
In[8]: data['b']

Out[8]: 0.5
```

也可以使用不连续或不按顺序的索引：

```
In[9]: data = pd.Series([0.25, 0.5, 0.75, 1.0],
                        index=[2, 5, 3, 7])
       data

Out[9]: 2    0.25
        5    0.50
        3    0.75
        7    1.00
        dtype: float64

In[10]: data[5]

Out[10]: 0.5
```

2. Series是特殊的字典

你可以把 Pandas 的 Series 对象看成一种特殊的 Python 字典。字典是一种将任意键映射到一组任意值的数据结构，而 Series 对象其实是一种将类型键映射到一组类型值的数据结构。类型至关重要：就像 NumPy 数组背后特定类型的经过编译的代码使得它在某些操作上比普通的 Python 列表更加高效一样，Pandas Series 的类型信息使得它在某些操作上比 Python 的字典更高效。

我们可以直接用 Python 的字典创建一个 Series 对象，让 Series 对象与字典的类比更加清晰：

```
In[11]: population_dict = {'California': 38332521,
                           'Texas': 26448193,
                           'New York': 19651127,
                           'Florida': 19552860,
                           'Illinois': 12882135}
        population = pd.Series(population_dict)
        population

Out[11]: California    38332521
         Florida       19552860
         Illinois      12882135
         New York      19651127
         Texas         26448193
         dtype: int64
```

用字典创建 Series 对象时，其索引默认按照顺序排列。典型的字典数值获取方式仍然有效：

```
In[12]: population['California']

Out[12]: 38332521
```

和字典不同，Series 对象还支持数组形式的操作，比如切片：

```
In[13]: population['California':'Illinois']

Out[13]: California    38332521
         Florida       19552860
         Illinois      12882135
         dtype: int64
```

我们将在 3.3 节中介绍 Pandas 取值与切片的一些技巧。

3. 创建Series对象

我们已经见过几种创建 Pandas 的 `Series` 对象的方法，都是像这样的形式：

```
>>> pd.Series(data, index=index)
```

其中，`index` 是一个可选参数，`data` 参数支持多种数据类型。

例如，`data` 可以是列表或 NumPy 数组，这时 `index` 默认值为整数序列：

```
In[14]: pd.Series([2, 4, 6])

Out[14]: 0    2
         1    4
         2    6
         dtype: int64
```

`data` 也可以是一个标量，创建 `Series` 对象时会重复填充到每个索引上：

```
In[15]: pd.Series(5, index=[100, 200, 300])

Out[15]: 100    5
         200    5
         300    5
         dtype: int64
```

`data` 还可以是一个字典，`index` 默认是排序的字典键：

```
In[16]: pd.Series({2:'a', 1:'b', 3:'c'})

Out[16]: 1    b
         2    a
         3    c
         dtype: object
```

每一种形式都可以通过显式指定索引筛选需要的结果：

```
In[17]: pd.Series({2:'a', 1:'b', 3:'c'}, index=[3, 2])

Out[17]: 3    c
         2    a
         dtype: object
```

这里需要注意的是，`Series` 对象只会保留显式定义的键值对。

3.2.2 Pandas的DataFrame对象

Pandas 的另一个基础数据结构是 `DataFrame`。和上一节介绍的 `Series` 对象一样，`DataFrame`

既可以作为一个通用型 NumPy 数组，也可以看作特殊的 Python 字典。下面来分别看看。

1. DataFrame是通用的NumPy数组

如果将 Series 类比为带灵活索引的一维数组，那么 DataFrame 就可以看作是一种既有灵活的行索引，又有灵活列名的二维数组。就像你可以把二维数组看成是有序排列的一维数组一样，你也可以把 DataFrame 看成是有序排列的若干 Series 对象。这里的“排列”指的是它们拥有共同的索引。

下面用上一节中美国五个州面积的数据创建一个新的 Series 来进行演示：

```
In[18]:
area_dict = {'California': 423967, 'Texas': 695662, 'New York': 141297,
             'Florida': 170312, 'Illinois': 149995}
area = pd.Series(area_dict)
area

Out[18]: California    423967
         Florida       170312
         Illinois      149995
         New York      141297
         Texas         695662
         dtype: int64
```

再结合之前创建的 population 的 Series 对象，用一个字典创建一个包含这些信息的二维对象：

```
In[19]: states = pd.DataFrame({'population': population,
                               'area': area})
        states

Out[19]:             area      population
         California  423967    38332521
         Florida     170312    19552860
         Illinois    149995    12882135
         New York    141297    19651127
         Texas       695662    26448193
```

和 Series 对象一样，DataFrame 也有一个 index 属性可以获取索引标签：

```
In[20]: states.index

Out[20]:
Index(['California', 'Florida', 'Illinois', 'New York', 'Texas'], dtype='object')
```

另外，DataFrame 还有一个 columns 属性，是存放列标签的 Index 对象：

```
In[21]: states.columns

Out[21]: Index(['area', 'population'], dtype='object')
```

因此 DataFrame 可以看作一种通用的 NumPy 二维数组，它的行与列都可以通过索引获取。

2. DataFrame是特殊的字典

与 Series 类似，我们也可以把 DataFrame 看成一种特殊的字典。字典是一个键映射一个

值，而 DataFrame 是一列映射一个 Series 的数据。例如，通过 'area' 的列属性可以返回包含面积数据的 Series 对象：

```
In[22]: states['area']

Out[22]: California    423967
         Florida       170312
         Illinois      149995
         New York      141297
         Texas         695662
         Name: area, dtype: int64
```

这里需要注意的是，在 NumPy 的二维数组里，data[0] 返回第一**行**；而在 DataFrame 中，data['col0'] 返回第一**列**。因此，最好把 DataFrame 看成一种通用字典，而不是通用数组，即使这两种看法在不同情况下都是有用的。3.3 节将介绍更多 DataFrame 灵活取值的方法。

3. 创建DataFrame对象

Pandas 的 DataFrame 对象可以通过许多方式创建，这里举几个常用的例子。

(1) 通过单个 Series 对象创建。DataFrame 是一组 Series 对象的集合，可以用单个 Series 创建一个单列的 DataFrame：

```
In[23]: pd.DataFrame(population, columns=['population'])

Out[23]:               population
         California    38332521
         Florida       19552860
         Illinois      12882135
         New York      19651127
         Texas         26448193
```

(2) 通过字典列表创建。任何元素是字典的列表都可以变成 DataFrame。用一个简单的列表综合来创建一些数据：

```
In[24]: data = [{'a': i, 'b': 2 * i}
                for i in range(3)]
        pd.DataFrame(data)

Out[24]:    a  b
         0  0  0
         1  1  2
         2  2  4
```

即使字典中有些键不存在，Pandas 也会用缺失值 NaN（不是数字，not a number）来表示：

```
In[25]: pd.DataFrame([{'a': 1, 'b': 2}, {'b': 3, 'c': 4}])

Out[25]:    a    b  c
         0  1.0  2  NaN
         1  NaN  3  4.0
```

(3) 通过 Series 对象字典创建。就像之前见过的那样，DataFrame 也可以用一个由 Series 对象构成的字典创建：

```
In[26]: pd.DataFrame({'population': population,
                      'area': area})

Out[26]:              area      population
         California  423967    38332521
         Florida     170312    19552860
         Illinois    149995    12882135
         New York    141297    19651127
         Texas       695662    26448193
```

(4) 通过 NumPy 二维数组创建。假如有一个二维数组，就可以创建一个可以指定行列索引值的 `DataFrame`。如果不指定行列索引值，那么行列默认都是整数索引值：

```
In[27]: pd.DataFrame(np.random.rand(3, 2),
                     columns=['foo', 'bar'],
                     index=['a', 'b', 'c'])

Out[27]:    foo       bar
         a  0.865257  0.213169
         b  0.442759  0.108267
         c  0.047110  0.905718
```

(5) 通过 NumPy 结构化数组创建。2.9 节曾介绍过结构化数组。由于 Pandas 的 `DataFrame` 与结构化数组十分相似，因此可以通过结构化数组创建 `DataFrame`：

```
In[28]: A = np.zeros(3, dtype=[('A', 'i8'), ('B', 'f8')])
        A

Out[28]: array([(0, 0.0), (0, 0.0), (0, 0.0)],
               dtype=[('A', '<i8'), ('B', '<f8')])

In[29]: pd.DataFrame(A)

Out[29]:    A  B
         0  0  0.0
         1  0  0.0
         2  0  0.0
```

3.2.3 Pandas的Index对象

我们已经发现，`Series` 和 `DataFrame` 对象都使用便于引用和调整的显式**索引**。Pandas 的 `Index` 对象是一个很有趣的数据结构，可以将它看作是一个**不可变数组**或**有序集合**（实际上是一个多集，因为 `Index` 对象可能会包含重复值）。这两种观点使得 `Index` 对象能呈现一些有趣的功能。让我们用一个简单的整数列表来创建一个 `Index` 对象：

```
In[30]: ind = pd.Index([2, 3, 5, 7, 11])
        ind

Out[30]: Int64Index([2, 3, 5, 7, 11], dtype='int64')
```

1. 将Index看作不可变数组

`Index` 对象的许多操作都像数组。例如，可以通过标准 Python 的取值方法获取数值，也可以通过切片获取数值：

```
In[31]: ind[1]
```

```
Out[31]: 3
```

```
In[32]: ind[::2]
```

```
Out[32]: Int64Index([2, 5, 11], dtype='int64')
```

Index 对象还有许多与 NumPy 数组相似的属性：

```
In[33]: print(ind.size, ind.shape, ind.ndim, ind.dtype)
```

```
5 (5,) 1 int64
```

Index 对象与 NumPy 数组之间的不同在于，Index 对象的索引是不可变的，也就是说不能通过通常的方式进行调整：

```
In[34]: ind[1] = 0
```

```
---------------------------------------------------------------------------

TypeError                                 Traceback (most recent call last)

<ipython-input-34-40e631c82e8a> in <module>()
----> 1 ind[1] = 0


/Users/jakevdp/anaconda/lib/python3.5/site-packages/pandas/indexes/base.py ...
   1243
   1244     def __setitem__(self, key, value):
-> 1245         raise TypeError("Index does not support mutable operations")
   1246
   1247     def __getitem__(self, key):


TypeError: Index does not support mutable operations
```

Index 对象的不可变特征使得多个 DataFrame 和数组之间进行索引共享时更加安全，尤其是可以避免因修改索引时粗心大意而导致的副作用。

2. 将Index看作有序集合

Pandas 对象被设计用于实现许多操作，如连接（join）数据集，其中会涉及许多集合操作。Index 对象遵循 Python 标准库的集合（set）数据结构的许多习惯用法，包括并集、交集、差集等：

```
In[35]: indA = pd.Index([1, 3, 5, 7, 9])
        indB = pd.Index([2, 3, 5, 7, 11])
```

```
In[36]: indA & indB  # 交集
```

```
Out[36]: Int64Index([3, 5, 7], dtype='int64')
```

```
In[37]: indA | indB  # 并集
```

```
Out[37]: Int64Index([1, 2, 3, 5, 7, 9, 11], dtype='int64')

In[38]: indA ^ indB  # 异或

Out[38]: Int64Index([1, 2, 9, 11], dtype='int64')
```

这些操作还可以通过调用对象方法来实现，例如 `indA.intersection(indB)`。

3.3 数据取值与选择

第 2 章具体介绍了获取、设置、调整 NumPy 数组数值的方法与工具，包括取值操作（如 `arr[2, 1]`）、切片操作（如 `arr[:, 1:5]`）、掩码操作（如 `arr[arr > 0]`）、花哨的索引操作（如 `arr[0, [1, 5]]`），以及组合操作（如 `arr[:, [1, 5]]`）。下面介绍 Pandas 的 `Series` 和 `DataFrame` 对象相似的数据获取与调整操作。如果你用过 NumPy 操作模式，就会非常熟悉 Pandas 的操作模式，只是有几个细节需要注意一下。

我们将从简单的一维 `Series` 对象开始，然后再用比较复杂的二维 `DataFrame` 对象进行演示。

3.3.1 Series数据选择方法

如前所述，`Series` 对象与一维 NumPy 数组和标准 Python 字典在许多方面都一样。只要牢牢记住这两个类比，就可以帮助我们更好地理解 `Series` 对象的数据索引与选择模式。

1. 将Series看作字典

和字典一样，`Series` 对象提供了键值对的映射：

```
In[1]: import pandas as pd
       data = pd.Series([0.25, 0.5, 0.75, 1.0],
                        index=['a', 'b', 'c', 'd'])
       data

Out[1]: a    0.25
        b    0.50
        c    0.75
        d    1.00
        dtype: float64

In[2]: data['b']

Out[2]: 0.5
```

我们还可以用 Python 字典的表达式和方法来检测键 / 索引和值：

```
In[3]: 'a' in data

Out[3]: True

In[4]: data.keys()
```

```
Out[4]: Index(['a', 'b', 'c', 'd'], dtype='object')

In[5]: list(data.items())

Out[5]: [('a', 0.25), ('b', 0.5), ('c', 0.75), ('d', 1.0)]
```

Series 对象还可以用字典语法调整数据。就像你可以通过增加新的键扩展字典一样，你也可以通过增加新的索引值扩展 Series：

```
In[6]: data['e'] = 1.25
       data

Out[6]: a    0.25
        b    0.50
        c    0.75
        d    1.00
        e    1.25
        dtype: float64
```

Series 对象的可变性是一个非常方便的特性：Pandas 在底层已经为可能发生的内存布局和数据复制自动决策，用户不需要担心这些问题。

2. 将Series看作一维数组

Series 不仅有着和字典一样的接口，而且还具备和 NumPy 数组一样的数组数据选择功能，包括**索引**、**掩码**、**花哨的索引**等操作，具体示例如下所示：

```
In[7]: # 将显式索引作为切片
       data['a':'c']

Out[7]: a    0.25
        b    0.50
        c    0.75
        dtype: float64

In[8]: # 将隐式整数索引作为切片
       data[0:2]

Out[8]: a    0.25
        b    0.50
        dtype: float64

In[9]: # 掩码
       data[(data > 0.3) & (data < 0.8)]

Out[9]: b    0.50
        c    0.75
        dtype: float64

In[10]: # 花哨的索引
        data[['a', 'e']]

Out[10]: a    0.25
         e    1.25
         dtype: float64
```

在以上示例中，切片是绝大部分混乱之源。需要注意的是，当使用显式索引（即 data['a':'c']）作切片时，结果**包含**最后一个索引；而当使用隐式索引（即 data[0:2]）作切片时，结果**不包含**最后一个索引。

3. 索引器：loc、iloc和ix

这些切片和取值的习惯用法经常会造成混乱。例如，如果你的 Series 是显式整数索引，那么 data[1] 这样的取值操作会使用显式索引，而 data[1:3] 这样的切片操作却会使用隐式索引。

```
In[11]: data = pd.Series(['a', 'b', 'c'], index=[1, 3, 5])
        data

Out[11]: 1    a
         3    b
         5    c
         dtype: object

In[12]: # 取值操作是显式索引
        data[1]

Out[12]: 'a'

In[13]: # 切片操作是隐式索引
        data[1:3]

Out[13]: 3    b
         5    c
         dtype: object
```

由于整数索引很容易造成混淆，所以 Pandas 提供了一些**索引器**（indexer）属性来作为取值的方法。它们不是 Series 对象的函数方法，而是暴露切片接口的属性。

第一种索引器是 loc 属性，表示取值和切片都是显式的：

```
In[14]: data.loc[1]

Out[14]: 'a'

In[15]: data.loc[1:3]

Out[15]: 1    a
         3    b
         dtype: object
```

第二种是 iloc 属性，表示取值和切片都是 Python 形式的[1]隐式索引：

```
In[16]: data.iloc[1]

Out[16]: 'b'

In[17]: data.iloc[1:3]
```

注 1：从 0 开始，左闭右开区间。——译者注

```
Out[17]: 3    b
         5    c
         dtype: object
```

第三种取值属性是 ix，它是前两种索引器的混合形式，在 Series 对象中 ix 等价于标准的 []（Python 列表）取值方式。ix 索引器主要用于 DataFrame 对象，后面将会介绍。

Python 代码的设计原则之一是“显式优于隐式”。使用 loc 和 iloc 可以让代码更容易维护，可读性更高。特别是在处理整数索引的对象时，我强烈推荐使用这两种索引器。它们既可以让代码阅读和理解起来更容易，也能避免因误用索引 / 切片而产生的小 bug。

3.3.2 DataFrame数据选择方法

前面曾提到，DataFrame 在有些方面像二维或结构化数组，在有些方面又像一个共享索引的若干 Series 对象构成的字典。这两种类比可以帮助我们更好地掌握这种数据结构的数据选择方法。

1. 将DataFrame看作字典

第一种类比是把 DataFrame 当作一个由若干 Series 对象构成的字典。让我们用之前的美国五州面积与人口数据来演示：

```
In[18]: area = pd.Series({'California': 423967, 'Texas': 695662,
                          'New York': 141297, 'Florida': 170312,
                          'Illinois': 149995})
        pop = pd.Series({'California': 38332521, 'Texas': 26448193,
                         'New York': 19651127, 'Florida': 19552860,
                         'Illinois': 12882135})
        data = pd.DataFrame({'area':area, 'pop':pop})
        data

Out[18]:             area    pop
         California  423967  38332521
         Florida     170312  19552860
         Illinois    149995  12882135
         New York    141297  19651127
         Texas       695662  26448193
```

两个 Series 分别构成 DataFrame 的一列，可以通过对列名进行字典形式（dictionary-style）的取值获取数据：

```
In[19]: data['area']

Out[19]: California    423967
         Florida       170312
         Illinois      149995
         New York      141297
         Texas         695662
         Name: area, dtype: int64
```

同样，也可以用属性形式（attribute-style）选择纯字符串列名的数据：

```
In[20]: data.area

Out[20]: California    423967
         Florida       170312
         Illinois      149995
         New York      141297
         Texas         695662
         Name: area, dtype: int64
```

对同一个对象进行属性形式与字典形式的列数据，结果是相同的：

```
In[21]: data.area is data['area']

Out[21]: True
```

虽然属性形式的数据选择方法很方便，但是它并不是通用的。如果列名不是纯字符串，或者列名与 DataFrame 的方法同名，那么就不能用属性索引。例如，DataFrame 有一个 pop() 方法，如果用 data.pop 就不会获取 'pop' 列，而是显示为方法：

```
In[22]: data.pop is data['pop']

Out[22]: False
```

另外，还应该避免对用属性形式选择的列直接赋值（即可以用 data['pop'] = z，但不要用 data.pop = z）。

和前面介绍的 Series 对象一样，还可以用字典形式的语法调整对象，如果要增加一列可以这样做：

```
In[23]: data['density'] = data['pop'] / data['area']
        data

Out[23]:             area    pop       density
         California  423967  38332521   90.413926
         Florida     170312  19552860  114.806121
         Illinois    149995  12882135   85.883763
         New York    141297  19651127  139.076746
         Texas       695662  26448193   38.018740
```

这里演示了两个 Series 对象算术运算的简便语法，我们将在 3.4 节进行详细介绍。

2. 将DataFrame看作二维数组

前面曾提到，可以把 DataFrame 看成是一个增强版的二维数组，用 values 属性按行查看数组数据：

```
In[24]: data.values

Out[24]: array([[  4.23967000e+05,   3.83325210e+07,   9.04139261e+01],
                [  1.70312000e+05,   1.95528600e+07,   1.14806121e+02],
                [  1.49995000e+05,   1.28821350e+07,   8.58837628e+01],
                [  1.41297000e+05,   1.96511270e+07,   1.39076746e+02],
                [  6.95662000e+05,   2.64481930e+07,   3.80187404e+01]])
```

理解了这一点，就可以把许多数组操作方式用在 DataFrame 上。例如，可以对 DataFrame

进行行列转置：

```
In[25]: data.T

Out[25]:
         California    Florida       Illinois      New York      Texas
area     4.239670e+05  1.703120e+05  1.499950e+05  1.412970e+05  6.956620e+05
pop      3.833252e+07  1.955286e+07  1.288214e+07  1.965113e+07  2.644819e+07
density  9.041393e+01  1.148061e+02  8.588376e+01  1.390767e+02  3.801874e+01
```

通过字典形式对列进行取值显然会限制我们把 `DataFrame` 作为 NumPy 数组可以获得的能力，尤其是当我们在 `DataFrame` 数组中使用单个行索引获取一行数据时：

```
In[26]: data.values[0]

Out[26]: array([  4.23967000e+05,   3.83325210e+07,   9.04139261e+01])
```

而获取一列数据就需要向 `DataFrame` 传递单个列索引：

```
In[27]: data['area']

Out[27]: California    423967
         Florida       170312
         Illinois      149995
         New York      141297
         Texas         695662
         Name: area, dtype: int64
```

因此，在进行数组形式的取值时，我们就需要用另一种方法——前面介绍过的 Pandas 索引器 `loc`、`iloc` 和 `ix` 了。通过 `iloc` 索引器，我们就可以像对待 NumPy 数组一样索引 Pandas 的底层数组（Python 的隐式索引），`DataFrame` 的行列标签会自动保留在结果中：

```
In[28]: data.iloc[:3, :2]

Out[28]:             area    pop
         California  423967  38332521
         Florida     170312  19552860
         Illinois    149995  12882135

In[29]: data.loc[:'Illinois', :'pop']

Out[29]:             area    pop
         California  423967  38332521
         Florida     170312  19552860
         Illinois    149995  12882135
```

使用 `ix` 索引器可以实现一种混合效果：

```
In[30]: data.ix[:3, :'pop']

Out[30]:             area    pop
         California  423967  38332521
         Florida     170312  19552860
         Illinois    149995  12882135
```

需要注意的是，`ix` 索引器对于整数索引的处理和之前在 `Series` 对象中介绍的一样，都容

易让人混淆。

任何用于处理 NumPy 形式数据的方法都可以用于这些索引器。例如，可以在 loc 索引器中结合使用掩码与花哨的索引方法：

```
In[31]: data.loc[data.density > 100, ['pop', 'density']]

Out[31]:           pop       density
         Florida   19552860  114.806121
         New York  19651127  139.076746
```

任何一种取值方法都可以用于调整数据，这一点和 NumPy 的常用方法是相同的：

```
In[32]: data.iloc[0, 2] = 90
        data

Out[32]:            area    pop       density
         California 423967  38332521   90.000000
         Florida    170312  19552860  114.806121
         Illinois   149995  12882135   85.883763
         New York   141297  19651127  139.076746
         Texas      695662  26448193   38.018740
```

如果你想熟练使用 Pandas 的数据操作方法，我建议你花点时间在一个简单的 DataFrame 上练习不同的取值方法，包括查看索引类型、切片、掩码和花哨的索引操作。

3. 其他取值方法

还有一些取值方法和前面介绍过的方法不太一样。它们虽然看着有点奇怪，但是在实践中还是很好用的。首先，如果对单个标签**取值**就选择列，而对多个标签用**切片**就选择行：

```
In[33]: data['Florida':'Illinois']

Out[33]:           area    pop       density
         Florida   170312  19552860  114.806121
         Illinois  149995  12882135   85.883763
```

切片也可以不用索引值，而直接用行数来实现：

```
In[34]: data[1:3]

Out[34]:           area    pop       density
         Florida   170312  19552860  114.806121
         Illinois  149995  12882135   85.883763
```

与之类似，掩码操作也可以直接对每一行进行过滤，而不需要使用 loc 索引器：

```
In[35]: data[data.density > 100]

Out[35]:           area    pop       density
         Florida   170312  19552860  114.806121
         New York  141297  19651127  139.076746
```

这两种操作方法其实与 NumPy 数组的语法类似，虽然它们与 Pandas 的操作习惯不太一致，但是在实践中非常好用。

3.4　Pandas数值运算方法

NumPy 的基本能力之一是快速对每个元素进行运算，既包括基本算术运算（加、减、乘、除），也包括更复杂的运算（三角函数、指数函数和对数函数等）。Pandas 继承了 NumPy 的功能，在 2.3 节介绍过的通用函数是关键。

但是 Pandas 也实现了一些高效技巧：对于一元运算（像函数与三角函数），这些通用函数将在输出结果中**保留索引和列标签**；而对于二元运算（如加法和乘法），Pandas 在传递通用函数时会自动**对齐索引**进行计算。这就意味着，保存数据内容与组合不同来源的数据——两处在 NumPy 数组中都容易出错的地方——变成了 Pandas 的杀手锏。后面还会介绍一些关于一维 `Series` 和二维 `DataFrame` 的便捷运算方法。

3.4.1　通用函数：保留索引

因为 Pandas 是建立在 NumPy 基础之上的，所以 NumPy 的通用函数同样适用于 Pandas 的 `Series` 和 `DataFrame` 对象。让我们用一个简单的 `Series` 和 `DataFrame` 来演示：

```
In[1]: import pandas as pd
       import numpy as np

In[2]: rng = np.random.RandomState(42)
       ser = pd.Series(rng.randint(0, 10, 4))
       ser

Out[2]: 0    6
        1    3
        2    7
        3    4
        dtype: int64

In[3]: df = pd.DataFrame(rng.randint(0, 10, (3, 4)),
                         columns=['A', 'B', 'C', 'D'])
       df

Out[3]:    A  B  C  D
        0  6  9  2  6
        1  7  4  3  7
        2  7  2  5  4
```

如果对这两个对象的其中一个使用 NumPy 通用函数，生成的结果是另一个**保留索引的** Pandas 对象：

```
In[4]: np.exp(ser)

Out[4]: 0     403.428793
        1      20.085537
        2    1096.633158
        3      54.598150
        dtype: float64
```

或者，再做一个比较复杂的运算：

```
In[5]: np.sin(df * np.pi / 4)

Out[5]:          A             B         C             D
        0 -1.000000  7.071068e-01  1.000000 -1.000000e+00
        1 -0.707107  1.224647e-16  0.707107 -7.071068e-01
        2 -0.707107  1.000000e+00 -0.707107  1.224647e-16
```

任何一种在 2.3 节介绍过的通用函数都可以按照类似的方式使用。

3.4.2 通用函数：索引对齐

当在两个 `Series` 或 `DataFrame` 对象上进行二元计算时，Pandas 会在计算过程中对齐两个对象的索引。当你处理不完整的数据时，这一点非常方便，我们将在后面的示例中看到。

1. Series索引对齐

来看一个例子，假如你要整合两个数据源的数据，其中一个是美国面积最大的三个州的**面积**数据，另一个是美国人口最多的三个州的**人口**数据：

```
In[6]: area = pd.Series({'Alaska': 1723337, 'Texas': 695662,
                         'California': 423967}, name='area')
       population = pd.Series({'California': 38332521, 'Texas': 26448193,
                               'New York': 19651127}, name='population')
```

来看看如果用人口除以面积会得到什么样的结果：

```
In[7]: population / area

Out[7]: Alaska              NaN
        California    90.413926
        New York            NaN
        Texas         38.018740
        dtype: float64
```

结果数组的索引是两个输入数组索引的**并集**。我们也可以用 Python 标准库的集合运算法则来获得这个索引：

```
In[8]: area.index | population.index

Out[8]: Index(['Alaska', 'California', 'New York', 'Texas'], dtype='object')
```

对于缺失位置的数据，Pandas 会用 `NaN` 填充，表示“此处无数”。这是 Pandas 表示缺失值的方法（详情请参见 3.5 节关于缺失值的介绍）。这种索引对齐方式是通过 Python 内置的集合运算规则实现的，任何缺失值默认都用 `NaN` 填充：

```
In[9]: A = pd.Series([2, 4, 6], index=[0, 1, 2])
       B = pd.Series([1, 3, 5], index=[1, 2, 3])
       A + B

Out[9]: 0    NaN
        1    5.0
        2    9.0
        3    NaN
        dtype: float64
```

如果用 NaN 值不是我们想要的结果，那么可以用适当的对象方法代替运算符。例如，A.add(B) 等价于 A + B，也可以设置参数自定义 A 或 B 缺失的数据：

```
In[10]: A.add(B, fill_value=0)

Out[10]: 0    2.0
         1    5.0
         2    9.0
         3    5.0
         dtype: float64
```

2. DataFrame索引对齐

在计算两个 DataFrame 时，类似的索引对齐规则也同样会出现在**共同**（并集）列中：

```
In[11]: A = pd.DataFrame(rng.randint(0, 20, (2, 2)),
                         columns=list('AB'))
        A

Out[11]:    A   B
         0  1  11
         1  5   1

In[12]: B = pd.DataFrame(rng.randint(0, 10, (3, 3)),
                         columns=list('BAC'))
        B

Out[12]:    B  A  C
         0  4  0  9
         1  5  8  0
         2  9  2  6

In[13]: A + B

Out[13]:       A      B    C
         0   1.0   15.0  NaN
         1  13.0    6.0  NaN
         2   NaN    NaN  NaN
```

你会发现，两个对象的行列索引可以是不同顺序的，结果的索引会自动按顺序排列。在 Series 中，我们可以通过运算符方法的 fill_value 参数自定义缺失值。这里，我们将用 A 中所有值的均值来填充缺失值（计算 A 的均值需要用 stack 将二维数组压缩成一维数组）：

```
In[14]: fill = A.stack().mean()
        A.add(B, fill_value=fill)

Out[14]:       A     B     C
         0   1.0  15.0  13.5
         1  13.0   6.0   4.5
         2   6.5  13.5  10.5
```

表 3-1 列举了与 Python 运算符相对应的 Pandas 对象方法。

表3-1：Python运算符与Pandas方法的映射关系

Python运算符	Pandas方法
+	add()
-	sub()、subtract()
*	mul()、multiply()
/	truediv()、div()、divide()
//	floordiv()
%	mod()
**	pow()

3.4.3 通用函数：DataFrame与Series的运算

我们经常需要对一个 DataFrame 和一个 Series 进行计算，行列对齐方式与之前类似。也就是说，DataFrame 和 Series 的运算规则，与 NumPy 中二维数组与一维数组的运算规则是一样的。来看一个常见运算，让一个二维数组减去自身的一行数据：

```
In[15]: A = rng.randint(10, size=(3, 4))
        A

Out[15]: array([[3, 8, 2, 4],
                [2, 6, 4, 8],
                [6, 1, 3, 8]])

In[16]: A - A[0]

Out[16]: array([[ 0,  0,  0,  0],
                [-1, -2,  2,  4],
                [ 3, -7,  1,  4]])
```

根据 NumPy 的广播规则（详情请参见 2.5 节），让二维数组减自身的一行数据会按行计算。

在 Pandas 里默认也是按行运算的：

```
In[17]: df = pd.DataFrame(A, columns=list('QRST'))
        df - df.iloc[0]

Out[17]:    Q  R  S  T
         0  0  0  0  0
         1 -1 -2  2  4
         2  3 -7  1  4
```

如果你想按列计算，那么就需要利用前面介绍过的运算符方法，通过 axis 参数设置：

```
In[18]: df.subtract(df['R'], axis=0)

Out[18]:    Q  R  S  T
         0 -5  0 -6 -4
         1 -4  0 -2  2
         2  5  0  2  7
```

你会发现 DataFrame / Series 的运算与前面介绍的运算一样，结果的索引都会自动对齐：

```
In[19]: halfrow = df.iloc[0, ::2]
        halfrow

Out[19]: Q    3
         S    2
         Name: 0, dtype: int64

In[20]: df - halfrow

Out[20]:      Q   R    S   T
         0  0.0 NaN  0.0 NaN
         1 -1.0 NaN  2.0 NaN
         2  3.0 NaN  1.0 NaN
```

这些行列索引的保留与对齐方法说明 Pandas 在运算时会一直保存这些数据内容，从而避免在处理数据类型有差异和 / 或维度不一致的 NumPy 数组时可能遇到的问题。

3.5 处理缺失值

大多数教程里使用的数据与现实工作中的数据的区别在于后者很少是干净整齐的，许多目前流行的数据集都会有数据缺失的现象。更为甚者，处理不同数据源缺失值的方法还不同。

我们将在本节介绍一些处理缺失值的通用规则，Pandas 对缺失值的表现形式，并演示 Pandas 自带的几个处理缺失值的工具的用法。本节以及全书涉及的缺失值主要有三种形式：null、NaN 或 NA。

3.5.1 选择处理缺失值的方法

在数据表或 `DataFrame` 中有很多识别缺失值的方法。一般情况下可以分为两种：一种方法是通过一个覆盖全局的**掩码**表示缺失值，另一种方法是用一个**标签值**（sentinel value）表示缺失值。

在掩码方法中，掩码可能是一个与原数组维度相同的完整布尔类型数组，也可能是用一个比特（0 或 1）表示有缺失值的局部状态。

在标签方法中，标签值可能是具体的数据（例如用 −9999 表示缺失的整数），也可能是些极少出现的形式。另外，标签值还可能是更全局的值，比如用 `NaN`（不是一个数）表示缺失的浮点数，它是 IEEE 浮点数规范中指定的特殊字符。

使用这两种方法之前都需要先综合考量：使用单独的掩码数组会额外出现一个布尔类型数组，从而增加存储与计算的负担；而标签值方法缩小了可以被表示为有效值的范围，可能需要在 CPU 或 GPU 算术逻辑单元中增加额外的（往往也不是最优的）计算逻辑。通常使用的 `NaN` 也不能表示所有数据类型。

大多数情况下，都不存在最佳选择，不同的编程语言与系统使用不同的方法。例如，R 语言在每种数据类型中保留一个比特作为缺失数据的标签值，而 SciDB 系统会在每个单元后面加一个额外的字节表示 `NA` 状态。

3.5.2 Pandas的缺失值

Pandas 里处理缺失值的方式延续了 NumPy 程序包的方式，并没有为浮点数据类型提供内置的 NA 作为缺失值。

Pandas 原本也可以按照 R 语言采用的比特模式为每一种数据类型标注缺失值，但是这种方法非常笨拙。R 语言包含 4 种基本数据类型，而 NumPy 支持的类型远超 4 种。例如，R 语言只有一种整数类型，而 NumPy 支持 14 种基本的整数类型，可以根据精度、符号、编码类型按需选择。如果要为 NumPy 的每种数据类型都设置一个比特标注缺失值，可能需要为不同类型的不同操作耗费大量的时间与精力，其工作量几乎相当于创建一个新的 NumPy 程序包。另外，对于一些较小的数据类型（例如 8 位整型数据），牺牲一个比特作为缺失值标注的掩码还会导致其数据范围缩小。

当然，NumPy 也是支持掩码数据的，也就是说可以用一个布尔掩码数组为原数组标注“无缺失值”或“有缺失值”。Pandas 也集成了这个功能，但是在存储、计算和编码维护方面都需要耗费不必要的资源，因此这种方式并不可取。

综合考虑各种方法的优缺点，Pandas 最终选择用标签方法表示缺失值，包括两种 Python 原有的缺失值：浮点数据类型的 NaN 值，以及 Python 的 None 对象。后面我们将会发现，虽然这么做也会有一些副作用，但是在实际运用中的效果还是不错的。

1. None：Python对象类型的缺失值

Pandas 可以使用的第一种缺失值标签是 None，它是一个 Python 单体对象，经常在代码中表示缺失值。由于 None 是一个 Python 对象，所以不能作为任何 NumPy / Pandas 数组类型的缺失值，只能用于 'object' 数组类型（即由 Python 对象构成的数组）：

```
In[1]: import numpy as np
       import pandas as pd

In[2]: vals1 = np.array([1, None, 3, 4])
       vals1

Out[2]: array([1, None, 3, 4], dtype=object)
```

这里 dtype=object 表示 NumPy 认为由于这个数组是 Python 对象构成的，因此将其类型判断为 object。虽然这种类型在某些情景中非常有用，对数据的任何操作最终都会在 Python 层面完成，但是在进行常见的快速操作时，这种类型比其他原生类型数组要消耗更多的资源：

```
In[3]: for dtype in ['object', 'int']:
           print("dtype =", dtype)
           %timeit np.arange(1E6, dtype=dtype).sum()
           print()

dtype = object
10 loops, best of 3: 78.2 ms per loop

dtype = int
100 loops, best of 3: 3.06 ms per loop
```

使用 Python 对象构成的数组就意味着如果你对一个包含 None 的数组进行累计操作，如 sum() 或者 min()，那么通常会出现类型错误：

```
In[4]: vals1.sum()

TypeError                                 Traceback (most recent call last)

<ipython-input-4-749fd8ae6030> in <module>()
----> 1 vals1.sum()


/Users/jakevdp/anaconda/lib/python3.5/site-packages/numpy/core/_methods.py ...
     30
     31 def _sum(a, axis=None, dtype=None, out=None, keepdims=False):
---> 32     return umr_sum(a, axis, dtype, out, keepdims)
     33
     34 def _prod(a, axis=None, dtype=None, out=None, keepdims=False):


TypeError: unsupported operand type(s) for +: 'int' and 'NoneType'
```

这就是说，在 Python 中没有定义整数与 None 之间的加法运算。

2. NaN：数值类型的缺失值

另一种缺失值的标签是 NaN（全称 Not a Number，**不是一个数字**），是一种按照 IEEE 浮点数标准设计、在任何系统中都兼容的特殊浮点数：

```
In[5]: vals2 = np.array([1, np.nan, 3, 4])
       vals2.dtype

Out[5]: dtype('float64')
```

请注意，NumPy 会为这个数组选择一个原生浮点类型，这意味着和之前的 object 类型数组不同，这个数组会被编译成 C 代码从而实现快速操作。你可以把 NaN 看作是一个数据类病毒——它会将与它接触过的数据同化。无论和 NaN 进行何种操作，最终结果都是 NaN：

```
In[6]: 1 + np.nan

Out[6]: nan

In[7]: 0 *  np.nan

Out[7]: nan
```

虽然这些累计操作的结果定义是合理的（即不会抛出异常），但是并非总是有效的：

```
In[8]: vals2.sum(), vals2.min(), vals2.max()

Out[8]: (nan, nan, nan)
```

NumPy 也提供了一些特殊的累计函数，它们可以忽略缺失值的影响：

```
In[9]: np.nansum(vals2), np.nanmin(vals2), np.nanmax(vals2)

Out[9]: (8.0, 1.0, 4.0)
```

谨记，NaN 是一种特殊的浮点数，不是整数、字符串以及其他数据类型。

3. Pandas中NaN与None的差异

虽然 NaN 与 None 各有各的用处，但是 Pandas 把它们看成是可以等价交换的，在适当的时候会将两者进行替换：

```
In[10]: pd.Series([1, np.nan, 2, None])

Out[10]: 0    1.0
         1    NaN
         2    2.0
         3    NaN
         dtype: float64
```

Pandas 会将没有标签值的数据类型自动转换为 NA。例如，当我们将整型数组中的一个值设置为 np.nan 时，这个值就会强制转换成浮点数缺失值 NA。

```
In[11]: x = pd.Series(range(2), dtype=int)
        x

Out[11]: 0    0
         1    1
         dtype: int64

In[12]: x[0] = None
        x

Out[12]: 0    NaN
         1    1.0
         dtype: float64
```

请注意，除了将整型数组的缺失值强制转换为浮点数，Pandas 还会自动将 None 转换为 NaN。（需要注意的是，现在 GitHub 上 Pandas 项目中已经有人提议增加一个原生的整型 NA，不过到编写本书时还尚未实现。）

尽管这些仿佛会魔法的类型比 R 语言等专用统计语言的缺失值要复杂一些，但是 Pandas 的标签 / 转换方法在实践中的效果非常好，在我个人的使用过程中几乎没有出过问题。

Pandas 对 NA 缺失值进行强制转换的规则如表 3-2 所示。

表3-2：Pandas对不同类型缺失值的转换规则

类型	缺失值转换规则	NA标签值
floating 浮点型	无变化	np.nan
object 对象类型	无变化	None 或 np.nan
integer 整数类型	强制转换为 float64	np.nan
boolean 布尔类型	强制转换为 object	None 或 np.nan

需要注意的是，Pandas 中字符串类型的数据通常是用 object 类型存储的。

3.5.3 处理缺失值

我们已经知道，Pandas 基本上把 None 和 NaN 看成是可以等价交换的缺失值形式。为了完成这种交换过程，Pandas 提供了一些方法来发现、剔除、替换数据结构中的缺失值，主要包括以下几种。

`isnull()`
　创建一个布尔类型的掩码标签缺失值。

`notnull()`
　与 `isnull()` 操作相反。

`dropna()`
　返回一个剔除缺失值的数据。

`fillna()`
　返回一个填充了缺失值的数据副本。

本节将用简单的示例演示这些方法。

1. 发现缺失值

Pandas 数据结构有两种有效的方法可以发现缺失值：`isnull()` 和 `notnull()`。每种方法都返回布尔类型的掩码数据，例如：

```
In[13]: data = pd.Series([1, np.nan, 'hello', None])

In[14]: data.isnull()

Out[14]: 0    False
         1     True
         2    False
         3     True
         dtype: bool
```

就像在 3.3 节中介绍的，布尔类型掩码数组可以直接作为 `Series` 或 `DataFrame` 的索引使用：

```
In[15]: data[data.notnull()]

Out[15]: 0        1
         2    hello
         dtype: object
```

在 `Series` 里使用的 `isnull()` 和 `notnull()` 同样适用于 `DataFrame`，产生的结果同样是布尔类型。

2. 剔除缺失值

除了前面介绍的掩码方法，还有两种很好用的缺失值处理方法，分别是 `dropna()`（剔除缺失值）和 `fillna()`（填充缺失值）。在 `Series` 上使用这些方法非常简单：

```
In[16]: data.dropna()

Out[16]: 0        1
```

```
2    hello
dtype: object
```

而在 DataFrame 上使用它们时需要设置一些参数，例如下面的 DataFrame：

```
In[17]: df = pd.DataFrame([[1,      np.nan, 2],
                           [2,      3,      5],
                           [np.nan, 4,      6]])
        df

Out[17]:      0    1  2
         0  1.0  NaN  2
         1  2.0  3.0  5
         2  NaN  4.0  6
```

我们没法从 DataFrame 中单独剔除一个值，要么是剔除缺失值所在的整行，要么是整列。根据实际需求，有时你需要剔除整行，有时可能是整列，DataFrame 中的 dropna() 会有一些参数可以配置。

默认情况下，dropna() 会剔除**任何**包含缺失值的整行数据：

```
In[18]: df.dropna()

Out[18]:      0    1  2
         1  2.0  3.0  5
```

可以设置按不同的坐标轴剔除缺失值，比如 axis=1（或 axis='columns'）会剔除**任何**包含缺失值的整列数据：

```
In[19]: df.dropna(axis='columns')

Out[19]:    2
         0  2
         1  5
         2  6
```

但是这么做也会把非缺失值一并剔除，因为可能有时候只需要剔除**全部**是缺失值的行或列，或者绝大多数是缺失值的行或列。这些需求可以通过设置 how 或 thresh 参数来满足，它们可以设置剔除行或列缺失值的数量阈值。

默认设置是 how='any'，也就是说只要有缺失值就剔除整行或整列（通过 axis 设置坐标轴）。你还可以设置 how='all'，这样就只会剔除全部是缺失值的行或列了：

```
In[20]: df[3] = np.nan
        df

Out[20]:      0    1  2   3
         0  1.0  NaN  2 NaN
         1  2.0  3.0  5 NaN
         2  NaN  4.0  6 NaN

In[21]: df.dropna(axis='columns', how='all')

Out[21]:      0    1  2
```

```
     0  1.0  NaN  2
     1  2.0  3.0  5
     2  NaN  4.0  6
```

还可以通过 `thresh` 参数设置行或列中**非缺失值**的最小数量，从而实现更加个性化的配置：

```
In[22]: df.dropna(axis='rows', thresh=3)

Out[22]:      0    1  2   3
         1  2.0  3.0  5 NaN
```

第 1 行与第 3 行被剔除了，因为它们只包含两个非缺失值。

3. 填充缺失值

有时候你可能并不想移除缺失值，而是想把它们替换成有效的数值。有效的值可能是像 0、1、2 那样单独的值，也可能是经过填充（imputation）或转换（interpolation）得到的。虽然你可以通过 `isnull()` 方法建立掩码来填充缺失值，但是 Pandas 为此专门提供了一个 `fillna()` 方法，它将返回填充了缺失值后的数组副本。

来用下面的 `Series` 演示：

```
In[23]: data = pd.Series([1, np.nan, 2, None, 3], index=list('abcde'))
        data

Out[23]: a    1.0
         b    NaN
         c    2.0
         d    NaN
         e    3.0
         dtype: float64
```

我们将用一个单独的值来填充缺失值，例如用 0：

```
In[24]: data.fillna(0)

Out[24]: a    1.0
         b    0.0
         c    2.0
         d    0.0
         e    3.0
         dtype: float64
```

可以用缺失值前面的有效值来从前往后填充（forward-fill）：

```
In[25]: # 从前往后填充
        data.fillna(method='ffill')

Out[25]: a    1.0
         b    1.0
         c    2.0
         d    2.0
         e    3.0
         dtype: float64
```

也可以用缺失值后面的有效值来从后往前填充（back-fill）：

```
In[26]: # 从后往前填充
        data.fillna(method='bfill')

Out[26]: a    1.0
         b    2.0
         c    2.0
         d    3.0
         e    3.0
         dtype: float64
```

DataFrame 的操作方法与 Series 类似，只是在填充时需要设置坐标轴参数 axis：

```
In[27]: df

Out[27]:      0    1  2   3
         0  1.0  NaN  2 NaN
         1  2.0  3.0  5 NaN
         2  NaN  4.0  6 NaN

In[28]: df.fillna(method='ffill', axis=1)

Out[28]:      0    1    2    3
         0  1.0  1.0  2.0  2.0
         1  2.0  3.0  5.0  5.0
         2  NaN  4.0  6.0  6.0
```

需要注意的是，假如在从前往后填充时，需要填充的缺失值前面没有值，那么它就仍然是缺失值。

3.6 层级索引

当目前为止，我们接触的都是一维数据和二维数据，用 Pandas 的 Series 和 DataFrame 对象就可以存储。但我们也经常会遇到存储多维数据的需求，数据索引超过一两个键。因此，Pandas 提供了 Panel 和 Panel4D 对象解决三维数据与四维数据（详情请参见 3.7 节）。而在实践中，更直观的形式是通过**层级索引**（hierarchical indexing，也被称为**多级索引**，multi-indexing）配合多个有不同**等级**（level）的一级索引一起使用，这样就可以将高维数组转换成类似一维 Series 和二维 DataFrame 对象的形式。

在这一节中，我们将介绍创建 MultiIndex 对象的方法，多级索引数据的取值、切片和统计值的计算，以及普通索引与层级索引的转换方法。

首先导入 Pandas 和 NumPy：

```
In[1]: import pandas as pd
       import numpy as np
```

3.6.1 多级索引Series

让我们看看如何用一维的 Series 对象表示二维数据——用一系列包含特征与数值的数据点来简单演示。

1. 笨办法

假设你想要分析美国各州在两个不同年份的数据。如果你用前面介绍的 Pandas 工具来处理，那么可能会用一个 Python 元组来表示索引：

```
In[2]: index = [('California', 2000), ('California', 2010),
                ('New York', 2000), ('New York', 2010),
                ('Texas', 2000), ('Texas', 2010)]
       populations = [33871648, 37253956,
                      18976457, 19378102,
                      20851820, 25145561]
       pop = pd.Series(populations, index=index)
       pop

Out[2]: (California, 2000)    33871648
        (California, 2010)    37253956
        (New York, 2000)      18976457
        (New York, 2010)      19378102
        (Texas, 2000)         20851820
        (Texas, 2010)         25145561
        dtype: int64
```

通过元组构成的多级索引，你可以直接在 `Series` 上取值或用切片查询数据：

```
In[3]: pop[('California', 2010):('Texas', 2000)]

Out[3]: (California, 2010)    37253956
        (New York, 2000)      18976457
        (New York, 2010)      19378102
        (Texas, 2000)         20851820
        dtype: int64
```

但是这么做很不方便。假如你想要选择所有 2000 年的数据，那么就得用一些比较复杂的（可能也比较慢的）清理方法了：

```
In[4]: pop[[i for i in pop.index if i[1] == 2010]]

Out[4]: (California, 2010)    37253956
        (New York, 2010)      19378102
        (Texas, 2010)         25145561
        dtype: int64
```

这么做虽然也能得到需要的结果，但是与 Pandas 令人爱不释手的切片语法相比，这种方法确实不够简洁（在处理较大的数据时也不够高效）。

2. 好办法：Pandas多级索引

好在 Pandas 提供了更好的解决方案。用元组表示索引其实是多级索引的基础，Pandas 的 `MultiIndex` 类型提供了更丰富的操作方法。我们可以用元组创建一个多级索引，如下所示：

```
In[5]: index = pd.MultiIndex.from_tuples(index)
       index

Out[5]: MultiIndex(levels=[['California', 'New York', 'Texas'], [2000, 2010]],
                   labels=[[0, 0, 1, 1, 2, 2], [0, 1, 0, 1, 0, 1]])
```

你会发现 MultiIndex 里面有一个 levels 属性表示索引的**等级**——这样做可以将州名和年份作为每个数据点的不同**标签**。

如果将前面创建的 pop 的索引重置（reindex）为 MultiIndex，就会看到层级索引：

```
In[6]: pop = pop.reindex(index)
       pop

Out[6]: California  2000    33871648
                    2010    37253956
        New York    2000    18976457
                    2010    19378102
        Texas       2000    20851820
                    2010    25145561
        dtype: int64
```

其中前两列表示 Series 的多级索引值，第三列是数据。你会发现有些行仿佛缺失了第一列数据——这其实是多级索引的表现形式，每个空格与上面的索引相同。

现在可以直接用第二个索引获取 2010 年的全部数据，与 Pandas 的切片查询用法一致：

```
In[7]: pop[:, 2010]

Out[7]: California    37253956
        New York      19378102
        Texas         25145561
        dtype: int64
```

结果是单索引的数组，正是我们需要的。与之前的元组索引相比，多级索引的语法更简洁。（操作也更方便！）下面继续介绍层级索引的取值操作方法。

3. 高维数据的多级索引

你可能已经注意到，我们其实完全可以用一个带行列索引的简单 DataFrame 代替前面的多级索引。其实 Pandas 已经实现了类似的功能。unstack() 方法可以快速将一个多级索引的 Series 转化为普通索引的 DataFrame：

```
In[8]: pop_df = pop.unstack()
       pop_df

Out[8]:                 2000      2010
        California  33871648  37253956
        New York    18976457  19378102
        Texas       20851820  25145561
```

当然了，也有 stack() 方法实现相反的效果：

```
In[9]: pop_df.stack()

Out[9]:  California  2000    33871648
                     2010    37253956
         New York    2000    18976457
                     2010    19378102
         Texas       2000    20851820
                     2010    25145561
         dtype: int64
```

你可能会纠结于为什么要费时间研究层级索引。其实理由很简单：如果我们可以用含多级索引的一维 Series 数据表示二维数据，那么我们就可以用 Series 或 DataFrame 表示三维甚至更高维度的数据。多级索引每增加一级，就表示数据增加一维，利用这一特点就可以轻松表示任意维度的数据了。假如要增加一列显示每一年各州的人口统计指标（例如 18 岁以下的人口），那么对于这种带有 MultiIndex 的对象，增加一列就像 DataFrame 的操作一样简单：

```
In[10]: pop_df = pd.DataFrame({'total': pop,
                               'under18': [9267089, 9284094,
                                           4687374, 4318033,
                                           5906301, 6879014]})
        pop_df

Out[10]:                     total  under18
         California 2000  33871648  9267089
                    2010  37253956  9284094
         New York   2000  18976457  4687374
                    2010  19378102  4318033
         Texas      2000  20851820  5906301
                    2010  25145561  6879014
```

另外，所有在 3.4 节介绍过的通用函数和其他功能也同样适用于层级索引。我们可以计算上面数据中 18 岁以下的人口占总人口的比例：

```
In[11]: f_u18 = pop_df['under18'] / pop_df['total']
        f_u18.unstack()

Out[11]:                 2000      2010
         California  0.273594  0.249211
         New York    0.247010  0.222831
         Texas       0.283251  0.273568
```

同样，我们也可以快速浏览和操作高维数据。

3.6.2　多级索引的创建方法

为 Series 或 DataFrame 创建多级索引最直接的办法就是将 index 参数设置为至少二维的索引数组，如下所示：

```
In[12]: df = pd.DataFrame(np.random.rand(4, 2),
                          index=[['a', 'a', 'b', 'b'], [1, 2, 1, 2]],
                          columns=['data1', 'data2'])
        df

Out[12]:         data1     data2
         a 1  0.554233  0.356072
           2  0.925244  0.219474
         b 1  0.441759  0.610054
           2  0.171495  0.886688
```

MultiIndex 的创建工作将在后台完成。

同理，如果你把将元组作为键的字典传递给 Pandas，Pandas 也会默认转换为 MultiIndex：

```
In[13]: data = {('California', 2000): 33871648,
                ('California', 2010): 37253956,
                ('Texas', 2000): 20851820,
                ('Texas', 2010): 25145561,
                ('New York', 2000): 18976457,
                ('New York', 2010): 19378102}
        pd.Series(data)

Out[13]: California  2000    33871648
                     2010    37253956
         New York    2000    18976457
                     2010    19378102
         Texas       2000    20851820
                     2010    25145561
         dtype: int64
```

但是有时候显式地创建 MultiIndex 也是很有用的，下面来介绍一些创建方法。

1. 显式地创建多级索引

你可以用 pd.MultiIndex 中的类方法更加灵活地构建多级索引。例如，就像前面介绍的，你可以通过一个有不同等级的若干简单数组组成的列表来构建 MultiIndex：

```
In[14]: pd.MultiIndex.from_arrays([['a', 'a', 'b', 'b'], [1, 2, 1, 2]])

Out[14]: MultiIndex(levels=[['a', 'b'], [1, 2]],
                    labels=[[0, 0, 1, 1], [0, 1, 0, 1]])
```

也可以通过包含多个索引值的元组构成的列表创建 MultiIndex：

```
In[15]: pd.MultiIndex.from_tuples([('a', 1), ('a', 2), ('b', 1), ('b', 2)])

Out[15]: MultiIndex(levels=[['a', 'b'], [1, 2]],
                    labels=[[0, 0, 1, 1], [0, 1, 0, 1]])
```

还可以用两个索引的笛卡尔积（Cartesian product）创建 MultiIndex：

```
In[16]: pd.MultiIndex.from_product([['a', 'b'], [1, 2]])

Out[16]: MultiIndex(levels=[['a', 'b'], [1, 2]],
                    labels=[[0, 0, 1, 1], [0, 1, 0, 1]])
```

更可以直接提供 levels（包含每个等级的索引值列表的列表）和 labels（包含每个索引值标签列表的列表）创建 MultiIndex：

```
In[17]: pd.MultiIndex(levels=[['a', 'b'], [1, 2]],
                      labels=[[0, 0, 1, 1], [0, 1, 0, 1]])

Out[17]: MultiIndex(levels=[['a', 'b'], [1, 2]],
                    labels=[[0, 0, 1, 1], [0, 1, 0, 1]])
```

在创建 Series 或 DataFrame 时，可以将这些对象作为 index 参数，或者通过 reindex 方法更新 Series 或 DataFrame 的索引。

2. 多级索引的等级名称

给 MultiIndex 的等级加上名称会为一些操作提供便利。你可以在前面任何一个 MultiIndex 构造器中通过 names 参数设置等级名称，也可以在创建之后通过索引的 names 属性来修改名称：

```
In[18]: pop.index.names = ['state', 'year']
        pop

Out[18]: state       year
         California  2000    33871648
                     2010    37253956
         New York    2000    18976457
                     2010    19378102
         Texas       2000    20851820
                     2010    25145561
         dtype: int64
```

在处理复杂的数据时，为等级设置名称是管理多个索引值的好办法。

3. 多级列索引

每个 DataFrame 的行与列都是对称的，也就是说既然有多级行索引，那么同样可以有多级列索引。让我们通过一份医学报告的模拟数据来演示：

```
In[19]:
# 多级行列索引
index = pd.MultiIndex.from_product([[2013, 2014], [1, 2]],
                                   names=['year', 'visit'])
columns = pd.MultiIndex.from_product([['Bob', 'Guido', 'Sue'], ['HR', 'Temp']],
                                     names=['subject', 'type'])

# 模拟数据
data = np.round(np.random.randn(4, 6), 1)
data[:, ::2] *= 10
data += 37

# 创建DataFrame
health_data = pd.DataFrame(data, index=index, columns=columns)
health_data

Out[19]: subject      Bob       Guido         Sue
         type          HR  Temp    HR  Temp    HR  Temp
         year visit
         2013 1      31.0  38.7  32.0  36.7  35.0  37.2
              2      44.0  37.7  50.0  35.0  29.0  36.7
         2014 1      30.0  37.4  39.0  37.8  61.0  36.9
              2      47.0  37.8  48.0  37.3  51.0  36.5
```

多级行列索引的创建**非常**简单。上面创建了一个简易的四维数据，四个维度分别为被检查人的姓名、检查项目、检查年份和检查次数。可以在列索引的第一级查询姓名，从而获取包含一个人（例如 Guido）全部检查信息的 DataFrame：

```
In[20]: health_data['Guido']

Out[20]: type          HR  Temp
```

```
year visit
2013 1      32.0  36.7
     2      50.0  35.0
2014 1      39.0  37.8
     2      48.0  37.3
```

如果想获取包含多种标签的数据，需要通过对多个维度（姓名、国家、城市等标签）的多次查询才能实现，这时使用多级行列索引进行查询会非常方便。

3.6.3 多级索引的取值与切片

对 `MultiIndex` 的取值和切片操作很直观，你可以直接把索引看成额外增加的维度。我们先来介绍 `Series` 多级索引的取值与切片方法，再介绍 `DataFrame` 的用法。

1. Series多级索引

看看下面由各州历年人口数量创建的多级索引 `Series`：

```
In[21]: pop

Out[21]: state       year
         California  2000    33871648
                     2010    37253956
         New York    2000    18976457
                     2010    19378102
         Texas       2000    20851820
                     2010    25145561
         dtype: int64
```

可以通过对多个级别索引值获取单个元素：

```
In[22]: pop['California', 2000]

Out[22]: 33871648
```

`MultiIndex` 也支持**局部取值**（partial indexing），即只取索引的某一个层级。假如只取最高级的索引，获得的结果是一个新的 `Series`，未被选中的低层索引值会被保留：

```
In[23]: pop['California']

Out[23]: year
         2000    33871648
         2010    37253956
         dtype: int64
```

类似的还有局部切片，不过要求 `MultiIndex` 是按顺序排列的（就像将在 3.6.4 节介绍的那样）：

```
In[24]: pop.loc['California':'New York']

Out[24]: state       year
         California  2000    33871648
                     2010    37253956
         New York    2000    18976457
                     2010    19378102
         dtype: int64
```

如果索引已经排序，那么可以用较低层级的索引取值，第一层级的索引可以用空切片：

```
In[25]: pop[:, 2000]

Out[25]: state
         California    33871648
         New York      18976457
         Texas         20851820
         dtype: int64
```

其他取值与数据选择的方法（详情请参见 3.3 节）也都起作用。下面的例子是通过布尔掩码选择数据：

```
In[26]: pop[pop > 22000000]

Out[26]: state       year
         California  2000    33871648
                     2010    37253956
         Texas       2010    25145561
         dtype: int64
```

也可以用花哨的索引选择数据：

```
In[27]: pop[['California', 'Texas']]

Out[27]: state       year
         California  2000    33871648
                     2010    37253956
         Texas       2000    20851820
                     2010    25145561
         dtype: int64
```

2. DataFrame多级索引

DataFrame 多级索引的用法与 Series 类似。还用之前的体检报告数据来演示：

```
In[28]: health_data

Out[28]: subject      Bob       Guido         Sue
         type          HR  Temp    HR  Temp    HR  Temp
         year visit
         2013 1      31.0  38.7  32.0  36.7  35.0  37.2
              2      44.0  37.7  50.0  35.0  29.0  36.7
         2014 1      30.0  37.4  39.0  37.8  61.0  36.9
              2      47.0  37.8  48.0  37.3  51.0  36.5
```

由于 DataFrame 的基本索引是列索引，因此 Series 中多级索引的用法到了 DataFrame 中就应用在列上了。例如，可以通过简单的操作获取 Guido 的心率数据：

```
In[29]: health_data['Guido', 'HR']

Out[29]: year  visit
         2013  1        32.0
               2        50.0
         2014  1        39.0
               2        48.0
         Name: (Guido, HR), dtype: float64
```

与单索引类似，在 3.3 节介绍的 loc、iloc 和 ix 索引器都可以使用，例如：

```
In[30]: health_data.iloc[:2, :2]

Out[30]: subject      Bob
         type          HR  Temp
         year visit
         2013 1      31.0  38.7
              2      44.0  37.7
```

虽然这些索引器将多维数据当作二维数据处理，但是在 loc 和 iloc 中可以传递多个层级的索引元组，例如：

```
In[31]: health_data.loc[:, ('Bob', 'HR')]

Out[31]: year  visit
         2013  1        31.0
               2        44.0
         2014  1        30.0
               2        47.0
         Name: (Bob, HR), dtype: float64
```

这种索引元组的用法不是很方便，如果在元组中使用切片还会导致语法错误：

```
In[32]: health_data.loc[(:, 1), (:, 'HR')]

  File "<ipython-input-32-8e3cc151e316>", line 1
    health_data.loc[(:, 1), (:, 'HR')]
                     ^
SyntaxError: invalid syntax
```

虽然你可以用 Python 内置的 slice() 函数获取想要的切片，但是还有一种更好的办法，就是使用 IndexSlice 对象。Pandas 专门用它解决这类问题，例如：

```
In[33]: idx = pd.IndexSlice
        health_data.loc[idx[:, 1], idx[:, 'HR']]

Out[33]: subject      Bob  Guido    Sue
         type          HR     HR     HR
         year visit
         2013 1      31.0   32.0   35.0
         2014 1      30.0   39.0   61.0
```

和带多级索引的 Series 和 DataFrame 进行数据交互的方法有很多，但就像本书中的诸多工具一样，若想掌握它们，最好的办法就是使用它们！

3.6.4 多级索引行列转换

使用多级索引的关键是掌握有效数据转换的方法。Pandas 提供了许多操作，可以让数据在内容保持不变的同时，按照需要进行行列转换。之前我们用一个简短的例子演示过 stack() 和 unstack() 的用法，但其实还有许多合理控制层级行列索引的方法，让我们来一探究竟。

1. 有序的索引和无序的索引

在前面的内容里，我们曾经简单提过多级索引排序，这里需要详细介绍一下。**如果 `MultiIndex` 不是有序的索引，那么大多数切片操作都会失败**。让我们演示一下。

首先创建一个**不按字典顺序（lexographically）排列的**多级索引 `Series`：

```
In[34]: index = pd.MultiIndex.from_product([['a', 'c', 'b'], [1, 2]])
        data = pd.Series(np.random.rand(6), index=index)
        data.index.names = ['char', 'int']
        data

Out[34]: char  int
          a     1      0.003001
                2      0.164974
          c     1      0.741650
                2      0.569264
          b     1      0.001693
                2      0.526226
          dtype: float64
```

如果想对索引使用局部切片，那么错误就会出现：

```
In[35]: try:
            data['a':'b']
        except KeyError as e:
            print(type(e))
            print(e)

<class 'KeyError'>
'Key length (1) was greater than MultiIndex lexsort depth (0)'
```

尽管从错误信息里面看不出具体的细节，但问题是出在 `MultiIndex` 无序排列上。局部切片和许多其他相似的操作都要求 `MultiIndex` 的各级索引是有序的（即按照字典顺序由 A 至 Z）。为此，Pandas 提供了许多便捷的操作完成排序，如 `sort_index()` 和 `sortlevel()` 方法。我们用最简单的 `sort_index()` 方法来演示：

```
In[36]: data = data.sort_index()
        data

Out[36]: char  int
          a     1      0.003001
                2      0.164974
          b     1      0.001693
                2      0.526226
          c     1      0.741650
                2      0.569264
          dtype: float64
```

索引排序之后，局部切片就可以正常使用了：

```
In[37]: data['a':'b']

Out[37]: char  int
          a     1      0.003001
```

```
      2      0.164974
b     1      0.001693
      2      0.526226
dtype: float64
```

2. 索引stack与unstack

前文曾提过，我们可以将一个多级索引数据集转换成简单的二维形式，可以通过 `level` 参数设置转换的索引层级：

```
In[38]: pop.unstack(level=0)

Out[38]:  state  California   New York     Texas
          year
          2000     33871648   18976457  20851820
          2010     37253956   19378102  25145561

In[39]: pop.unstack(level=1)

Out[39]: year            2000      2010
         state
         California  33871648  37253956
         New York    18976457  19378102
         Texas       20851820  25145561
```

`unstack()` 是 `stack()` 的逆操作，同时使用这两种方法让数据保持不变：

```
In[40]: pop.unstack().stack()

Out[40]: state       year
         California  2000    33871648
                     2010    37253956
         New York    2000    18976457
                     2010    19378102
         Texas       2000    20851820
                     2010    25145561
         dtype: int64
```

3. 索引的设置与重置

层级数据维度转换的另一种方法是行列标签转换，可以通过 `reset_index` 方法实现。如果在上面的人口数据 `Series` 中使用该方法，则会生成一个列标签中包含之前行索引标签 state 和 year 的 `DataFrame`。也可以用数据的 `name` 属性为列设置名称：

```
In[41]: pop_flat = pop.reset_index(name='population')
        pop_flat

Out[41]:         state  year  population
         0  California  2000    33871648
         1  California  2010    37253956
         2    New York  2000    18976457
         3    New York  2010    19378102
         4       Texas  2000    20851820
         5       Texas  2010    25145561
```

在解决实际问题的时候，如果能将类似这样的原始输入数据的列直接转换成 `MultiIndex`，

通常将大有裨益。其实可以通过 DataFrame 的 set_index 方法实现，返回结果就会是一个带多级索引的 DataFrame：

```
In[42]: pop_flat.set_index(['state', 'year'])

Out[42]:                  population
         state      year
         California 2000    33871648
                    2010    37253956
         New York   2000    18976457
                    2010    19378102
         Texas      2000    20851820
                    2010    25145561
```

在实践中，我发现用这种重建索引的方法处理数据集非常好用。

3.6.5 多级索引的数据累计方法

前面我们已经介绍过一些 Pandas 自带的数据累计方法，比如 mean()、sum() 和 max()。而对于层级索引数据，可以设置参数 level 实现对数据子集的累计操作。

再一次以体检数据为例：

```
In[43]: health_data

Out[43]:  subject      Bob       Guido         Sue
          type          HR  Temp    HR  Temp    HR  Temp
          year visit
          2013 1      31.0  38.7  32.0  36.7  35.0  37.2
               2      44.0  37.7  50.0  35.0  29.0  36.7
          2014 1      30.0  37.4  39.0  37.8  61.0  36.9
               2      47.0  37.8  48.0  37.3  51.0  36.5
```

如果你需要计算每一年各项指标的平均值，那么可以将参数 level 设置为索引 year：

```
In[44]: data_mean = health_data.mean(level='year')
        data_mean

Out[44]: subject   Bob       Guido          Sue
         type       HR  Temp    HR   Temp    HR   Temp
         year
         2013     37.5  38.2  41.0  35.85  32.0  36.95
         2014     38.5  37.6  43.5  37.55  56.0  36.70
```

如果再设置 axis 参数，就可以对列索引进行类似的累计操作了：

```
In[45]: data_mean.mean(axis=1, level='type')

Out[45]: type          HR       Temp
         year
         2013  36.833333  37.000000
         2014  46.000000  37.283333
```

通过这两行数据，我们就可以获取每一年所有人的平均心率和体温了。这种语法其实就是

GroupBy 功能的快捷方式，我们将在 3.9 节详细介绍。尽管这只是一个简单的示例，但是其原理和实际工作中遇到的情况类似。

Panel 数据

这里还有一些 Pandas 的基本数据结构没有介绍到，包括 pd.Panel 对象和 pd.Panel4D 对象。这两种数据结构可以分别看成是（一维数组）Series 和（二维数组）DataFrame 的三维与四维形式。如果你熟悉 Series 和 DataFrame 的使用方法，那么 Panel 和 Panel4D 使用起来也会很简单，ix、loc 和 iloc 索引器（详情请参见 3.3 节）在高维数据结构上的用法更是完全相同。

但是本书并不打算进一步介绍这两种数据结构，我个人认为多级索引在大多数情况下都是更实用、更直观的高维数据形式。另外，Panel 采用密集数据存储形式，而多级索引采用稀疏数据存储形式。在解决许多真实的数据集时，随着维度的不断增加，密集数据存储形式的效率将越来越低。但是这类数据结构对一些有特殊需求的应用还是有用的。如果你想对 Panel 与 Panel4D 数据结构有更多的认识，请参见 3.14 节。

3.7　合并数据集：Concat与Append操作

将不同的数据源进行合并是数据科学中最有趣的事情之一，这既包括将两个不同的数据集非常简单地拼接在一起，也包括用数据库那样的连接（join）与合并（merge）操作处理有重叠字段的数据集。Series 与 DataFrame 都具备这类操作，Pandas 的函数与方法让数据合并变得快速简单。

先来用 pd.concat 函数演示一个 Series 与 DataFrame 的简单合并操作。之后，我们将介绍 Pandas 中更复杂的 merge 和 join 内存数据合并操作。

首先导入 Pandas 和 NumPy：

```
In[1]: import pandas as pd
       import numpy as np
```

简单起见，定义一个能够创建 DataFrame 某种形式的函数，后面将会用到：

```
In[2]: def make_df(cols, ind):
           """一个简单的DataFrame"""
           data = {c: [str(c) + str(i) for i in ind]
                   for c in cols}
           return pd.DataFrame(data, ind)

       # DataFrame示例
       make_df('ABC', range(3))

Out[2]:     A   B   C
        0  A0  B0  C0
        1  A1  B1  C1
        2  A2  B2  C2
```

3.7.1 知识回顾：NumPy数组的合并

合并 Series 与 DataFrame 与合并 NumPy 数组基本相同，后者通过 2.2 节中介绍的 np.concatenate 函数即可完成。你可以用这个函数将两个或两个以上的数组合并成一个数组。

```
In[4]: x = [1, 2, 3]
       y = [4, 5, 6]
       z = [7, 8, 9]
       np.concatenate([x, y, z])

Out[4]: array([1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9])
```

第一个参数是需要合并的数组列表或元组。还有一个 axis 参数可以设置合并的坐标轴方向：

```
In[5]: x = [[1, 2],
            [3, 4]]
       np.concatenate([x, x], axis=1)

Out[5]: array([[1, 2, 1, 2],
               [3, 4, 3, 4]])
```

3.7.2 通过pd.concat实现简易合并

Pandas 有一个 pd.concat() 函数与 np.concatenate 语法类似，但是配置参数更多，功能也更强大：

```
# Pandas 0.18版中的函数签名
pd.concat(objs, axis=0, join='outer', join_axes=None, ignore_index=False,
          keys=None, levels=None, names=None, verify_integrity=False,
          copy=True)
```

pd.concat() 可以简单地合并一维的 Series 或 DataFrame 对象，与 np.concatenate() 合并数组一样：

```
In[6]: ser1 = pd.Series(['A', 'B', 'C'], index=[1, 2, 3])
       ser2 = pd.Series(['D', 'E', 'F'], index=[4, 5, 6])
       pd.concat([ser1, ser2])

Out[6]: 1    A
        2    B
        3    C
        4    D
        5    E
        6    F
        dtype: object
```

它也可以用来合并高维数据，例如下面的 DataFrame：

```
In[7]: df1 = make_df('AB', [1, 2])
       df2 = make_df('AB', [3, 4])
       print(df1); print(df2); print(pd.concat([df1, df2]))
```

```
df1              df2            pd.concat([df1, df2])
     A   B            A   B          A   B
 1  A1  B1       3  A3  B3       1  A1  B1
 2  A2  B2       4  A4  B4       2  A2  B2
                                 3  A3  B3
                                 4  A4  B4
```

默认情况下，DataFrame 的合并都是逐行进行的（默认设置是 axis=0）。与 np.concatenate() 一样，pd.concat 也可以设置合并坐标轴，例如下面的示例：

```
In[8]: df3 = make_df('AB', [0, 1])
       df4 = make_df('CD', [0, 1])
       print(df3); print(df4); print(pd.concat([df3, df4], axis='col'))

df3              df4            pd.concat([df3, df4], axis='col')
     A   B            C   D          A   B   C   D
 0  A0  B0       0  C0  D0       0  A0  B0  C0  D0
 1  A1  B1       1  C1  D1       1  A1  B1  C1  D1
```

这里也可以使用 axis=1，效果是一样的。但是用 axis='col' 会更直观。

1. 索引重复

np.concatenate 与 pd.concat 最主要的差异之一就是 Pandas 在合并时会**保留索引**，即使索引是重复的！例如下面的简单示例：

```
In[9]: x = make_df('AB', [0, 1])
       y = make_df('AB', [2, 3])
       y.index = x.index  # 复制索引
       print(x); print(y); print(pd.concat([x, y]))

x              y              pd.concat([x, y])
     A   B          A   B          A   B
 0  A0  B0     0  A2  B2       0  A0  B0
 1  A1  B1     1  A3  B3       1  A1  B1
                               0  A2  B2
                               1  A3  B3
```

你会发现结果中的索引是重复的。虽然 DataFrame 允许这么做，但结果并不是我们想要的。pd.concat() 提供了一些解决这个问题的方法。

(1) **捕捉索引重复的错误**。如果你想要检测 pd.concat() 合并的结果中是否出现了重复的索引，可以设置 verify_integrity 参数。将参数设置为 True，合并时若有索引重复就会触发异常。下面的示例可以让我们清晰地捕捉并打印错误信息：

```
In[10]: try:
            pd.concat([x, y], verify_integrity=True)
        except ValueError as e:
            print("ValueError:", e)

ValueError: Indexes have overlapping values: [0, 1]
```

(2) **忽略索引**。有时索引无关紧要，那么合并时就可以忽略它们，可以通过设置 ignore_index 参数来实现。如果将参数设置为 True，那么合并时将会创建一个新的整数索引。

```
In[11]: print(x); print(y); print(pd.concat([x, y], ignore_index=True))

x             y            pd.concat([x, y], ignore_index=True)
     A   B         A   B        A   B
 0  A0  B0    0  A2  B2    0  A0  B0
 1  A1  B1    1  A3  B3    1  A1  B1
                           2  A2  B2
                           3  A3  B3
```

(3) **增加多级索引**。另一种处理索引重复的方法是通过 keys 参数为数据源设置多级索引标签，这样结果数据就会带上多级索引：

```
In[12]: print(x); print(y); print(pd.concat([x, y], keys=['x', 'y']))

x               y               pd.concat([x, y], keys=['x', 'y'])
     A   B           A   B             A   B
 0  A0  B0      0  A2  B2       x  0  A0  B0
 1  A1  B1      1  A3  B3          1  A1  B1
                                y  0  A2  B2
                                   1  A3  B3
```

示例合并后的结果是多级索引的 DataFrame，可以用 3.6 节介绍的方法将它转换成我们需要的形式。

2. 类似join的合并

前面介绍的简单示例都有一个共同特点，那就是合并的 DataFrame 都是同样的列名。而在实际工作中，需要合并的数据往往带有不同的列名，而 pd.concat 提供了一些选项来解决这类合并问题。看下面两个 DataFrame，它们的列名部分相同，却又不完全相同：

```
In[13]: df5 = make_df('ABC', [1, 2])
        df6 = make_df('BCD', [3, 4])
        print(df5); print(df6); print(pd.concat([df5, df6]))

df5                df6                pd.concat([df5, df6])
     A   B   C          B   C   D          A   B   C    D
 1  A1  B1  C1     3  B3  C3  D3      1   A1  B1  C1  NaN
 2  A2  B2  C2     4  B4  C4  D4      2   A2  B2  C2  NaN
                                      3  NaN  B3  C3   D3
                                      4  NaN  B4  C4   D4
```

默认情况下，某个位置上缺失的数据会用 NaN 表示。如果不想这样，可以用 join 和 join_axes 参数设置合并方式。默认的合并方式是对所有输入列进行并集合并（join='outer'），当然也可以用 join='inner' 实现对输入列的交集合并：

```
In[14]: print(df5); print(df6);
        print(pd.concat([df5, df6], join='inner'))

df5                df6                pd.concat([df5, df6], join='inner')
     A   B   C          B   C   D          B   C
 1  A1  B1  C1     3  B3  C3  D3      1  B1  C1
 2  A2  B2  C2     4  B4  C4  D4      2  B2  C2
                                      3  B3  C3
                                      4  B4  C4
```

另一种合并方式是直接确定结果使用的列名，设置 join_axes 参数，里面是索引对象构成的列表（是列表的列表）。如下面示例所示，将结果的列名设置为第一个输入的列名：

```
In[15]: print(df5); print(df6);
        print(pd.concat([df5, df6], join_axes=[df5.columns]))

df5                df6                pd.concat([df5, df6], join_axes=[df5.columns])
     A   B   C          B   C   D          A   B   C
 1  A1  B1  C1     3  B3  C3  D3     1    A1  B1  C1
 2  A2  B2  C2     4  B4  C4  D4     2    A2  B2  C2
                                     3   NaN  B3  C3
                                     4   NaN  B4  C4
```

pd.concat 的合并功能可以满足你在合并两个数据集时的许多需求，操作时请记住这一点。

3. append()方法

因为直接进行数组合并的需求非常普遍，所以 Series 和 DataFrame 对象都支持 append 方法，让你通过最少的代码实现合并功能。例如，你可以使用 df1.append(df2)，效果与 pd.concat([df1, df2]) 一样：

```
In[16]: print(df1); print(df2); print(df1.append(df2))

df1               df2              df1.append(df2)
     A   B             A   B            A   B
 1  A1  B1        3   A3  B3       1   A1  B1
 2  A2  B2        4   A4  B4       2   A2  B2
                                   3   A3  B3
                                   4   A4  B4
```

需要注意的是，与 Python 列表中的 append() 和 extend() 方法不同，Pandas 的 append() 不直接更新原有对象的值，而是为合并后的数据创建一个新对象。因此，它不能被称之为一个非常高效的解决方案，因为每次合并都需要重新创建索引**和**数据缓存。总之，如果你需要进行多个 append 操作，还是建议先创建一个 DataFrame 列表，然后用 concat() 函数一次性解决所有合并任务。

下一节将介绍另一种功能强大的数据组合方法——类似数据库的数据合并，在 pd.merge 里实现。关于 concat() 与 append() 的更多信息，请参考 Pandas 文档中“Merge, Join, and Concatenate”（http://pandas.pydata.org/pandas-docs/stable/merging.html）节。

3.8 合并数据集：合并与连接

Pandas 的基本特性之一就是高性能的内存式数据连接（join）与合并（merge）操作。如果你有使用数据库的经验，那么对这类操作一定很熟悉。Pandas 的主接口是 pd.merge 函数，下面让我们通过一些示例来介绍它的用法。

3.8.1 关系代数

pd.merge() 实现的功能基于**关系代数**（relational algebra）的一部分。关系代数是处理关系型数据的通用理论，绝大部分数据库的可用操作都以此为理论基础。关系代数方法论

的强大之处在于，它提出的若干简单操作规则经过组合就可以为任意数据集构建十分复杂的操作。借助在数据库或程序里已经高效实现的基本操作规则，你可以完成许多非常复杂的操作。

Pandas 在 `pd.merge()` 函数与 `Series` 和 `DataFrame` 的 `join()` 方法里实现了这些基本操作规则。下面来看看如何用这些简单的规则连接不同数据源的数据。

3.8.2 数据连接的类型

`pd.merge()` 函数实现了三种数据连接的类型：**一对一**、**多对一**和**多对多**。这三种数据连接类型都通过 `pd.merge()` 接口进行调用，根据不同的数据连接需求进行不同的操作。下面将通过一些示例来演示这三种类型，并进一步介绍更多的细节。

1. 一对一连接

一对一连接可能是最简单的数据合并类型了，与 3.7 节介绍的按列合并十分相似。如下面示例所示，有两个包含同一所公司员工不同信息的 `DataFrame`：

```
In[2]:
df1 = pd.DataFrame({'employee': ['Bob', 'Jake', 'Lisa', 'Sue'],
                    'group': ['Accounting', 'Engineering', 'Engineering', 'HR']})
df2 = pd.DataFrame({'employee': ['Lisa', 'Bob', 'Jake', 'Sue'],
                    'hire_date': [2004, 2008, 2012, 2014]})
print(df1); print(df2)

df1                         df2
  employee        group       employee  hire_date
0      Bob   Accounting     0     Lisa       2004
1     Jake  Engineering     1      Bob       2008
2     Lisa  Engineering     2     Jake       2012
3      Sue           HR     3      Sue       2014
```

若想将这两个 `DataFrame` 合并成一个 `DataFrame`，可以用 `pd.merge()` 函数实现：

```
In[3]: df3 = pd.merge(df1, df2)
       df3

Out[3]:   employee        group  hire_date
        0      Bob   Accounting       2008
        1     Jake  Engineering       2012
        2     Lisa  Engineering       2004
        3      Sue           HR       2014
```

`pd.merge()` 方法会发现两个 `DataFrame` 都有“employee”列，并会自动以这列作为键进行连接。两个输入的合并结果是一个新的 `DataFrame`。需要注意的是，共同列的位置可以是不一致的。例如在这个例子中，虽然 `df1` 与 `df2` 中“employee”列的位置是不一样的，但是 `pd.merge()` 函数会正确处理这个问题。另外还需要注意的是，`pd.merge()` 会默认丢弃原来的行索引，不过也可以自定义（详情请参见 3.8.3 节）。

2. 多对一连接

多对一连接是指，在需要连接的两个列中，有一列的值有重复。通过多对一连接获得的结果 `DataFrame` 将会保留重复值。请看下面的例子：

```
In[4]: df4 = pd.DataFrame({'group': ['Accounting', 'Engineering', 'HR'],
                          'supervisor': ['Carly', 'Guido', 'Steve']})
       print(df3); print(df4); print(pd.merge(df3, df4))

df3                                   df4
  employee        group  hire_date            group supervisor
0      Bob   Accounting       2008    0   Accounting      Carly
1     Jake  Engineering       2012    1  Engineering      Guido
2     Lisa  Engineering       2004    2           HR      Steve
3      Sue           HR       2014

pd.merge(df3, df4)
  employee        group  hire_date supervisor
0      Bob   Accounting       2008      Carly
1     Jake  Engineering       2012      Guido
2     Lisa  Engineering       2004      Guido
3      Sue           HR       2014      Steve
```

在结果 `DataFrame` 中多了一个“supervisor”列，里面有些值会因为输入数据的对应关系而有所重复。

3. 多对多连接

多对多连接是个有点儿复杂的概念，不过也可以理解。如果左右两个输入的共同列都包含重复值，那么合并的结果就是一种多对多连接。用一个例子来演示可能更容易理解。来看下面的例子，里面有一个 `DataFrame` 显示不同岗位人员的一种或多种能力。

通过多对多链接，就可以得知每位员工所具备的能力：

```
In[5]: df5 = pd.DataFrame({'group': ['Accounting', 'Accounting',
                                     'Engineering', 'Engineering', 'HR', 'HR'],

                          'skills': ['math', 'spreadsheets', 'coding', 'linux',
                                      'spreadsheets', 'organization']})
print(df1); print(df5); print(pd.merge(df1, df5))

df1                          df5
  employee        group            group        skills
0      Bob   Accounting      0   Accounting          math
1     Jake  Engineering      1   Accounting  spreadsheets
2     Lisa  Engineering      2  Engineering        coding
3      Sue           HR      3  Engineering         linux
                             4           HR  spreadsheets
                             5           HR  organization

pd.merge(df1, df5)
  employee        group        skills
0      Bob   Accounting          math
1      Bob   Accounting  spreadsheets
2     Jake  Engineering        coding
3     Jake  Engineering         linux
4     Lisa  Engineering        coding
5     Lisa  Engineering         linux
6      Sue           HR  spreadsheets
7      Sue           HR  organization
```

这三种数据连接类型可以直接与其他 Pandas 工具组合使用，从而实现各种各样的功能。但是工作中的真实数据集往往并不像示例中演示的那么干净、整洁。下面就来介绍 pd.merge() 的一些功能，它们可以让你更好地应对数据连接中的问题。

3.8.3 设置数据合并的键

我们已经见过 pd.merge() 的默认行为：它会将两个输入的一个或多个共同列作为键进行合并。但由于两个输入要合并的列通常都不是同名的，因此 pd.merge() 提供了一些参数处理这个问题。

1. 参数on的用法

最简单的方法就是直接将参数 on 设置为一个列名字符串或者一个包含多列名称的列表：

```
In[6]: print(df1); print(df2); print(pd.merge(df1, df2, on='employee'))

df1                            df2
  employee        group           employee  hire_date
0      Bob   Accounting        0     Lisa       2004
1     Jake  Engineering        1      Bob       2008
2     Lisa  Engineering        2     Jake       2012
3      Sue           HR        3      Sue       2014

pd.merge(df1, df2, on='employee')
  employee        group  hire_date
0      Bob   Accounting       2008
1     Jake  Engineering       2012
2     Lisa  Engineering       2004
3      Sue           HR       2014
```

这个参数只能在两个 DataFrame 有共同列名的时候才可以使用。

2. left_on与right_on参数

有时你也需要合并两个列名不同的数据集，例如前面的员工信息表中有一个字段不是“employee”而是“name”。在这种情况下，就可以用 left_on 和 right_on 参数来指定列名：

```
In[7]:
df3 = pd.DataFrame({'name': ['Bob', 'Jake', 'Lisa', 'Sue'],
                    'salary': [70000, 80000, 120000, 90000]})
print(df1); print(df3);
print(pd.merge(df1, df3, left_on="employee", right_on="name"))

df1                            df3
  employee        group           name  salary
0      Bob   Accounting        0   Bob   70000
1     Jake  Engineering        1  Jake   80000
2     Lisa  Engineering        2  Lisa  120000
3      Sue           HR        3   Sue   90000


pd.merge(df1, df3, left_on="employee", right_on="name")
```

```
  employee        group  name  salary
0      Bob   Accounting   Bob   70000
1     Jake  Engineering  Jake   80000
2     Lisa  Engineering  Lisa  120000
3      Sue           HR   Sue   90000
```

获取的结果中会有一个多余的列，可以通过 DataFrame 的 drop() 方法将这列去掉：

```
In[8]:
pd.merge(df1, df3, left_on="employee", right_on="name").drop('name', axis=1)

Out[8]:   employee        group  salary
        0      Bob   Accounting   70000
        1     Jake  Engineering   80000
        2     Lisa  Engineering  120000
        3      Sue           HR   90000
```

3. left_index与right_index参数

除了合并列之外，你可能还需要合并索引。就像下面例子中的数据那样：

```
In[9]: df1a = df1.set_index('employee')
       df2a = df2.set_index('employee')
       print(df1a); print(df2a)

df1a                           df2a
                group                      hire_date
employee                        employee
Bob         Accounting          Lisa            2004
Jake       Engineering          Bob             2008
Lisa       Engineering          Jake            2012
Sue                 HR          Sue             2014
```

你可以通过设置 pd.merge() 中的 left_index 和 / 或 right_index 参数将索引设置为键来实现合并：

```
In[10]:
print(df1a); print(df2a);
print(pd.merge(df1a, df2a, left_index=True, right_index=True))

df1a                           df2a
                group                      hire_date
employee                        employee
Bob         Accounting          Lisa            2004
Jake       Engineering          Bob             2008
Lisa       Engineering          Jake            2012
Sue                 HR          Sue             2014

pd.merge(df1a, df2a, left_index=True, right_index=True)
                 group  hire_date
employee
Lisa       Engineering       2004
Bob         Accounting       2008
Jake       Engineering       2012
Sue                 HR       2014
```

为了方便考虑，DataFrame 实现了 join() 方法，它可以按照索引进行数据合并：

```
In[11]: print(df1a); print(df2a); print(df1a.join(df2a))

df1a                      df2a
                group                hire_date
employee                   employee
Bob        Accounting      Lisa           2004
Jake      Engineering      Bob            2008
Lisa      Engineering      Jake           2012
Sue                HR      Sue            2014

df1a.join(df2a)
                group  hire_date
employee
Bob        Accounting       2008
Jake      Engineering       2012
Lisa      Engineering       2004
Sue                HR       2014
```

如果想将索引与列混合使用，那么可以通过结合 left_index 与 right_on，或者结合 left_on 与 right_index 来实现：

```
In[12]:
print(df1a); print(df3);
print(pd.merge(df1a, df3, left_index=True, right_on='name'))


df1a                        df3
                group
employee                    name  salary
Bob        Accounting    0   Bob   70000
Jake      Engineering    1  Jake   80000
Lisa      Engineering    2  Lisa  120000
Sue                HR    3   Sue   90000

pd.merge(df1a, df3, left_index=True, right_on='name')
          group  name  salary
0    Accounting   Bob   70000
1   Engineering  Jake   80000
2   Engineering  Lisa  120000
3            HR   Sue   90000
```

当然，这些参数都适用于多个索引和 / 或多个列名，函数接口非常简单。若想了解 Pandas 数据合并的更多信息，请参考 Pandas 文档中“Merge, Join, and Concatenate”（http://pandas.pydata.org/pandas-docs/stable/merging.html）节。

3.8.4　设置数据连接的集合操作规则

通过前面的示例，我们总结出数据连接的一个重要条件：集合操作规则。当一个值出现在一列，却没有出现在另一列时，就需要考虑集合操作规则了。来看看下面的例子：

```
In[13]: df6 = pd.DataFrame({'name': ['Peter', 'Paul', 'Mary'],
                            'food': ['fish', 'beans', 'bread']},
                           columns=['name', 'food'])
        df7 = pd.DataFrame({'name': ['Mary', 'Joseph'],
                            'drink': ['wine', 'beer']},
                           columns=['name', 'drink'])
        print(df6); print(df7); print(pd.merge(df6, df7))

df6                   df7                 pd.merge(df6, df7)
    name   food           name drink          name   food  drink
0  Peter   fish       0    Mary  wine     0   Mary  bread   wine
1   Paul  beans       1  Joseph  beer
2   Mary  bread
```

我们合并两个数据集，在“name”列中只有一个共同的值：Mary。默认情况下，结果中只会包含两个输入集合的**交集**，这种连接方式被称为**内连接**（inner join）。我们可以用 how 参数设置连接方式，默认值为 'inner'：

```
In[14]: pd.merge(df6, df7, how='inner')

Out[14]:    name   food drink
         0  Mary  bread  wine
```

how 参数支持的数据连接方式还有 'outer'、'left' 和 'right'。**外连接**（outer join）返回两个输入列的并集，所有缺失值都用 NaN 填充：

```
In[15]: print(df6); print(df7); print(pd.merge(df6, df7, how='outer'))

df6                   df7                   pd.merge(df6, df7, how='outer')
     name   food           name drink          name   food drink
0  Peter   fish       0    Mary  wine       0   Peter   fish   NaN
1   Paul  beans       1  Joseph  beer       1    Paul  beans   NaN
2   Mary  bread                             2    Mary  bread  wine
                                            3  Joseph    NaN  beer
```

左连接（left join）和**右连接**（right join）返回的结果分别只包含左列和右列，如下所示：

```
In[16]: print(df6); print(df7); print(pd.merge(df6, df7, how='left'))

df6                   df7                   pd.merge(df6, df7, how='left')
     name   food           name drink          name   food drink
0  Peter   fish       0    Mary  wine       0   Peter   fish   NaN
1   Paul  beans       1  Joseph  beer       1    Paul  beans   NaN
2   Mary  bread                             2    Mary  bread  wine
```

现在输出的行中只包含左边输入列的值。如果用 how='right' 的话，输出的行则只包含右边输入列的值。

这四种数据连接的集合操作规则都可以直接应用于前面介绍过的连接类型。

3.8.5 重复列名：suffixes参数

最后，你可能会遇到两个输入 DataFrame 有重名列的情况。来看看下面的例子：

```
In[17]: df8 = pd.DataFrame({'name': ['Bob', 'Jake', 'Lisa', 'Sue'],
                            'rank': [1, 2, 3, 4]})
        df9 = pd.DataFrame({'name': ['Bob', 'Jake', 'Lisa', 'Sue'],
                            'rank': [3, 1, 4, 2]})
        print(df8); print(df9); print(pd.merge(df8, df9, on="name"))

df8                  df9                  pd.merge(df8, df9, on="name")
    name  rank           name  rank          name  rank_x  rank_y
0   Bob     1        0   Bob     3       0   Bob       1       3
1  Jake     2        1  Jake     1       1  Jake       2       1
2  Lisa     3        2  Lisa     4       2  Lisa       3       4
3   Sue     4        3   Sue     2       3   Sue       4       2
```

由于输出结果中有两个重复的列名，因此 pd.merge() 函数会自动为它们增加后缀 _x 或 _y，当然也可以通过 suffixes 参数自定义后缀名：

```
In[18]:
print(df8); print(df9);
print(pd.merge(df8, df9, on="name", suffixes=["_L", "_R"]))

df8                  df9
    name  rank           name  rank
0   Bob     1        0   Bob     3
1  Jake     2        1  Jake     1
2  Lisa     3        2  Lisa     4
3   Sue     4        3   Sue     2


pd.merge(df8, df9, on="name", suffixes=["_L", "_R"])
   name  rank_L  rank_R
0   Bob       1       3
1  Jake       2       1
2  Lisa       3       4
3   Sue       4       2
```

suffixes 参数同样适用于任何连接方式，即使有三个及三个以上的重复列名时也同样适用。

关于关系代数的更多信息，请参见 3.9 节，里面对关系代数进行了更加深入的介绍。另外，还可以参考 Pandas 文档中“Merge, Join, and Concatenate”（http://pandas.pydata.org/pandas-docs/stable/merging.html）节。

3.8.6　案例：美国各州的统计数据

数据的合并与连接是组合来源不同的数据的最常用方法。下面通过美国各州的统计数据来进行一个演示，请到 https://github.com/jakevdp/data-USstates/ 下载数据：

```
In[19]:
# 请使用用下面的shell下载数据
# !curl -O https://raw.githubusercontent.com/jakevdp/
#    data-USstates/master/state-population.csv
# !curl -O https://raw.githubusercontent.com/jakevdp/
#    data-USstates/master/state-areas.csv
# !curl -O https://raw.githubusercontent.com/jakevdp/
#    data-USstates/master/state-abbrevs.csv
```

用 Pandas 的 read_csv() 函数看看这三个数据集：

```
In[20]: pop = pd.read_csv('state-population.csv')
        areas = pd.read_csv('state-areas.csv')
        abbrevs = pd.read_csv('state-abbrevs.csv')

        print(pop.head()); print(areas.head()); print(abbrevs.head())

pop.head()                                        areas.head()
  state/region     ages  year  population                 state  area (sq. mi)
0           AL  under18  2012   1117489.0         0     Alabama          52423
1           AL    total  2012   4817528.0         1      Alaska         656425
2           AL  under18  2010   1130966.0         2     Arizona         114006
3           AL    total  2010   4785570.0         3    Arkansas          53182
4           AL  under18  2011   1125763.0         3    Arkansas          53182
                                                  4  California         163707


abbrevs.head()
        state abbreviation
0     Alabama           AL
1      Alaska           AK
2     Arizona           AZ
3    Arkansas           AR
4  California           CA
```

看过这些数据之后，我们想要计算一个比较简单的指标：美国各州的人口密度排名。虽然可以直接通过计算每张表获取结果，但这次试着用数据集连接来解决这个问题。

首先用一个多对一合并获取人口（pop）DataFrame 中各州名称缩写对应的全称。我们需要将 pop 的 state/region 列与 abbrevs 的 abbreviation 列进行合并，还需要通过 how='outer' 确保数据没有丢失。

```
In[21]: merged = pd.merge(pop, abbrevs, how='outer',
                          left_on='state/region', right_on='abbreviation')
        merged = merged.drop('abbreviation', 1) # 丢弃重复信息
        merged.head()

Out[21]:   state/region     ages  year  population    state
         0           AL  under18  2012   1117489.0  Alabama
         1           AL    total  2012   4817528.0  Alabama
         2           AL  under18  2010   1130966.0  Alabama
         3           AL    total  2010   4785570.0  Alabama
         4           AL  under18  2011   1125763.0  Alabama
```

来全面检查一下数据是否有缺失，我们可以对每个字段逐行检查是否有缺失值：

```
In[22]: merged.isnull().any()

Out[22]: state/region    False
         ages            False
         year            False
         population       True
         state            True
         dtype: bool
```

部分 population 是缺失值，让我们仔细看看那些数据！

```
In[23]: merged[merged['population'].isnull()].head()

Out[23]:      state/region     ages  year  population state
         2448           PR  under18  1990         NaN   NaN
         2449           PR    total  1990         NaN   NaN
         2450           PR    total  1991         NaN   NaN
         2451           PR  under18  1991         NaN   NaN
         2452           PR    total  1993         NaN   NaN
```

好像所有的人口缺失值都出现在 2000 年之前的波多黎各[2]，此前并没有统计过波多黎各的人口。

更重要的是，我们还发现一些新的州的数据也有缺失，可能是由于名称缩写没有匹配上全程！来看看究竟是哪个州有缺失：

```
In[24]: merged.loc[merged['state'].isnull(), 'state/region'].unique()

Out[24]: array(['PR', 'USA'], dtype=object)
```

我们可以快速解决这个问题：人口数据中包含波多黎各（PR）和全国总数（USA），但这两项没有出现在州名称缩写表中。来快速填充对应的全称：

```
In[25]: merged.loc[merged['state/region'] == 'PR', 'state'] = 'Puerto Rico'
        merged.loc[merged['state/region'] == 'USA', 'state'] = 'United States'
        merged.isnull().any()

Out[25]: state/region    False
         ages            False
         year            False
         population       True
         state           False
         dtype: bool
```

现在 state 列没有缺失值了，万事俱备！

让我们用类似的规则将面积数据也合并进来。用两个数据集共同的 state 列来合并：

```
In[26]: final = pd.merge(merged, areas, on='state', how='left')
        final.head()

Out[26]:   state/region     ages  year  population    state  area (sq. mi)
         0           AL  under18  2012   1117489.0  Alabama        52423.0
         1           AL    total  2012   4817528.0  Alabama        52423.0
         2           AL  under18  2010   1130966.0  Alabama        52423.0
         3           AL    total  2010   4785570.0  Alabama        52423.0
         4           AL  under18  2011   1125763.0  Alabama        52423.0
```

再检查一下数据，看看哪些列还有缺失值，没有匹配上：

```
In[27]: final.isnull().any()

Out[27]: state/region     False
         ages             False
```

注 2：Puerto Rico，目前尚未成为美国的第 51 个州，2017 年 6 月第五次入美公投。——译者注

```
year               False
population          True
state              False
area (sq. mi)       True
dtype: bool
```

面积 area 列里面还有缺失值。来看看究竟是哪些地区面积缺失：

```
In[28]: final['state'][final['area (sq. mi)'].isnull()].unique()

Out[28]: array(['United States'], dtype=object)
```

我们发现面积（areas）DataFrame 里面不包含全美国的面积数据。可以插入全国总面积数据（对各州面积求和即可），但是针对本案例，我们要去掉这个缺失值，因为全国的人口密度在此无关紧要：

```
In[29]: final.dropna(inplace=True)
        final.head()

Out[29]:   state/region     ages  year  population    state  area (sq. mi)
         0           AL  under18  2012   1117489.0  Alabama        52423.0
         1           AL    total  2012   4817528.0  Alabama        52423.0
         2           AL  under18  2010   1130966.0  Alabama        52423.0
         3           AL    total  2010   4785570.0  Alabama        52423.0
         4           AL  under18  2011   1125763.0  Alabama        52423.0
```

现在所有的数据都准备好了。为了解决眼前的问题，先选择 2010 年的各州人口以及总人口数据。让我们用 query() 函数进行快速计算（这需要用到 numexpr 程序库，详情请参见 3.13 节）：

```
In[30]: data2010 = final.query("year == 2010 & ages == 'total'")
        data2010.head()

Out[30]:     state/region   ages  year  population       state  area (sq. mi)
         3             AL  total  2010   4785570.0     Alabama        52423.0
         91            AK  total  2010    713868.0      Alaska       656425.0
         101           AZ  total  2010   6408790.0     Arizona       114006.0
         189           AR  total  2010   2922280.0    Arkansas        53182.0
         197           CA  total  2010  37333601.0  California       163707.0
```

现在来计算人口密度并按序排列。首先对索引进行重置，然后再计算结果：

```
In[31]: data2010.set_index('state', inplace=True)
        density = data2010['population'] / data2010['area (sq. mi)']

In[32]: density.sort_values(ascending=False, inplace=True)
        density.head()

Out[32]: state
         District of Columbia    8898.897059
         Puerto Rico             1058.665149
         New Jersey              1009.253268
         Rhode Island             681.339159
         Connecticut              645.600649
         dtype: float64
```

计算结果是美国各州加上华盛顿特区（Washington, DC）、波多黎各在 2010 年的人口密度排序，以万人 / 平方英里为单位。我们发现人口密度最高的地区是华盛顿特区的哥伦比亚地区（the District of Columbia）。在各州的人口密度中，新泽西州（New Jersey）是最高的。

还可以看看人口密度最低的几个州的数据：

```
In[33]: density.tail()

Out[33]: state
         South Dakota    10.583512
         North Dakota     9.537565
         Montana          6.736171
         Wyoming          5.768079
         Alaska           1.087509
         dtype: float64
```

可以看出，人口密度最低的州是阿拉斯加（Alaska），刚刚超过 1 万人 / 平方英里。

当人们用现实世界的数据解决问题时，合并这类脏乱的数据是十分常见的任务。希望这个案例可以帮你把前面介绍过的工具串起来，从而在数据中找到想要的答案！

3.9 累计与分组

在对较大的数据进行分析时，一项基本的工作就是有效的数据累计（summarization）：计算累计（aggregation）指标，如 `sum()`、`mean()`、`median()`、`min()` 和 `max()`，其中每一个指标都呈现了大数据集的特征。在这一节中，我们将探索 Pandas 的累计功能，从类似前面 NumPy 数组中的简单操作，到基于 `groupby` 实现的复杂操作。

3.9.1 行星数据

我们将通过 Seaborn 程序库（http://seaborn.pydata.org，详情请参见 4.16 节）用一份行星数据来进行演示，其中包含天文学家观测到的围绕恒星运转的行星数据（通常简称为**太阳系外行星**或**外行星**）。行星数据可以直接通过 Seaborn 下载：

```
In[2]: import seaborn as sns
       planets = sns.load_dataset('planets')
       planets.shape

Out[2]: (1035, 6)

In[3]: planets.head()

Out[3]:    method           number  orbital_period  mass   distance  year
        0  Radial Velocity  1       269.300         7.10   77.40     2006
        1  Radial Velocity  1       874.774         2.21   56.95     2008
        2  Radial Velocity  1       763.000         2.60   19.84     2011
        3  Radial Velocity  1       326.030         19.40  110.62    2007
        4  Radial Velocity  1       516.220         10.50  119.47    2009
```

数据中包含了截至 2014 年已被发现的一千多颗外行星的资料。

3.9.2 Pandas的简单累计功能

之前我们介绍过 NumPy 数组的一些数据累计指标（详情请参见 2.4 节）。与一维 NumPy 数组相同，Pandas 的 Series 的累计函数也会返回一个统计值：

```
In[4]: rng = np.random.RandomState(42)
       ser = pd.Series(rng.rand(5))
       ser

Out[4]: 0    0.374540
        1    0.950714
        2    0.731994
        3    0.598658
        4    0.156019
        dtype: float64

In[5]: ser.sum()

Out[5]: 2.8119254917081569

In[6]: ser.mean()

Out[6]: 0.56238509834163142
```

DataFrame 的累计函数默认对每列进行统计：

```
In[7]: df = pd.DataFrame({'A': rng.rand(5),
                          'B': rng.rand(5)})
       df

Out[7]:           A         B
        0  0.155995  0.020584
        1  0.058084  0.969910
        2  0.866176  0.832443
        3  0.601115  0.212339
        4  0.708073  0.181825

In[8]: df.mean()

Out[8]: A    0.477888
        B    0.443420
        dtype: float64
```

设置 axis 参数，你就可以对每一行进行统计了：

```
In[9]: df.mean(axis='columns')

Out[9]: 0    0.088290
        1    0.513997
        2    0.849309
        3    0.406727
        4    0.444949
        dtype: float64
```

Pandas 的 Series 和 DataFrame 支持所有 2.4 节中介绍的常用累计函数。另外，还有一个非

常方便的 describe() 方法可以计算每一列的若干常用统计值。让我们在行星数据上试验一下，首先丢弃有缺失值的行：

```
In[10]: planets.dropna().describe()

Out[10]:           number  orbital_period        mass    distance         year
         count  498.00000      498.000000  498.000000  498.000000   498.000000
         mean     1.73494      835.778671    2.509320   52.068213  2007.377510
         std      1.17572     1469.128259    3.636274   46.596041     4.167284
         min      1.00000        1.328300    0.003600    1.350000  1989.000000
         25%      1.00000       38.272250    0.212500   24.497500  2005.000000
         50%      1.00000      357.000000    1.245000   39.940000  2009.000000
         75%      2.00000      999.600000    2.867500   59.332500  2011.000000
         max      6.00000    17337.500000   25.000000  354.000000  2014.000000
```

这是一种理解数据集所有统计属性的有效方法。例如，从年份 year 列中可以看出，1989 年首次发现外行星，而且一半的已知外行星都是在 2010 年及以后的年份被发现的。这主要得益于**开普勒计划**——一个通过激光望远镜发现恒星周围椭圆轨道行星的太空计划。

Pandas 内置的一些累计方法如表 3-3 所示。

表3-3：Pandas的累计方法

指标	描述
count()	计数项
first()、last()	第一项与最后一项
mean()、median()	均值与中位数
min()、max()	最小值与最大值
std()、var()	标准差与方差
mad()	均值绝对偏差（mean absolute deviation）
prod()	所有项乘积
sum()	所有项求和

DataFrame 和 Series 对象支持以上所有方法。

但若想深入理解数据，仅仅依靠累计函数是远远不够的。数据累计的下一级别是 groupby 操作，它可以让你快速、有效地计算数据各子集的累计值。

3.9.3 GroupBy：分割、应用和组合

简单的累计方法可以让我们对数据集有一个笼统的认识，但是我们经常还需要对某些标签或索引的局部进行累计分析，这时就需要用到 groupby 了。虽然“分组”（group by）这个名字是借用 SQL 数据库语言的命令，但其理念引用发明 R 语言 frame 的 Hadley Wickham 的观点可能更合适：**分割**（split）、**应用**（apply）和**组合**（combine）。

1. 分割、应用和组合

一个经典分割 – 应用 – 组合操作示例如图 3-1 所示，其中“apply”的是一个求和函数。

图 3-1 清晰地描述了 GroupBy 的过程。

- 分割步骤将 DataFrame 按照指定的键分割成若干组。
- 应用步骤对每个组应用函数，通常是累计、转换或过滤函数。
- 组合步骤将每一组的结果合并成一个输出数组。

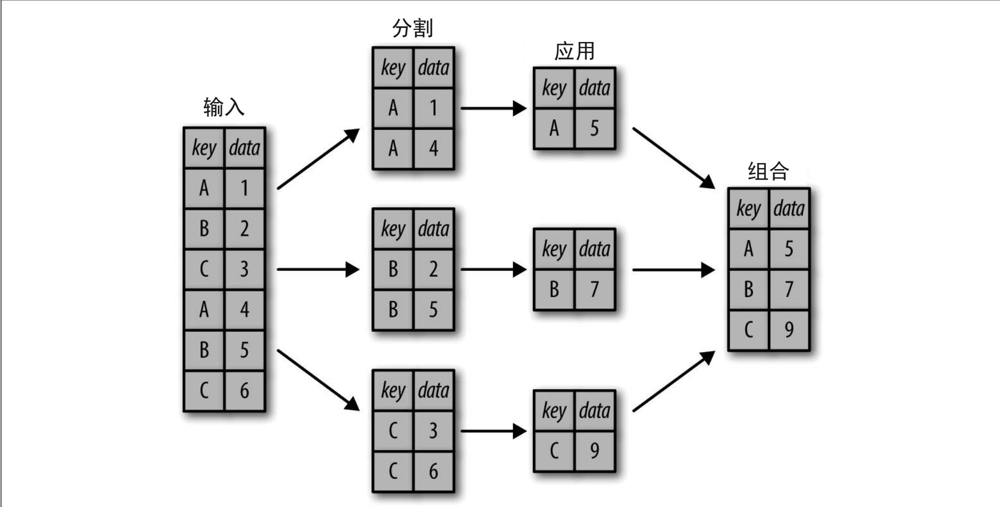


图 3-1：groupby 操作的可视化过程

虽然我们也可以通过前面介绍的一系列的掩码、累计与合并操作来实现，但是意识到**中间分割过程不需要显式地暴露出来**这一点十分重要。而且 GroupBy（经常）只需要一行代码，就可以计算每组的和、均值、计数、最小值以及其他累计值。GroupBy 的用处就是将这些步骤进行抽象：用户不需要知道在底层**如何**计算，只要**把操作看成一个整体**就够了。

用 Pandas 进行图 3-1 所示的计算作为具体的示例。从创建输入 DataFrame 开始：

```
In[11]: df = pd.DataFrame({'key': ['A', 'B', 'C', 'A', 'B', 'C'],
                           'data': range(6)}, columns=['key', 'data'])
        df

Out[11]:   key  data
        0   A     0
        1   B     1
        2   C     2
        3   A     3
        4   B     4
        5   C     5
```

我们可以用 DataFrame 的 groupby() 方法进行绝大多数常见的分割 – 应用 – 组合操作，将需要分组的列名传进去即可：

```
In[12]: df.groupby('key')

Out[12]: <pandas.core.groupby.DataFrameGroupBy object at 0x117272160>
```

需要注意的是，这里的返回值不是一个 DataFrame 对象，而是一个 DataFrameGroupBy 对象。这个对象的魔力在于，你可以将它看成是一种特殊形式的 DataFrame，里面隐藏着若干组数据，但是在没有应用累计函数之前不会计算。这种"延迟计算"(lazy evaluation)的方法使得大多数常见的累计操作可以通过一种对用户而言几乎是透明的(感觉操作仿佛不存在)方式非常高效地实现。

为了得到这个结果，可以对 DataFrameGroupBy 对象应用累计函数，它会完成相应的应用 / 组合步骤并生成结果：

```
In[13]: df.groupby('key').sum()

Out[13]:      data
         key
         A       3
         B       5
         C       7
```

sum() 只是众多可用方法中的一个。你可以用 Pandas 或 NumPy 的任意一种累计函数，也可以用任意有效的 DataFrame 对象。下面就会介绍。

2. GroupBy对象

GroupBy 对象是一种非常灵活的抽象类型。在大多数场景中，你可以将它看成是 DataFrame 的集合，在底层解决所有难题。让我们用行星数据来做一些演示。

GroupBy 中最重要的操作可能就是 aggregate、filter、transform 和 apply(累计、过滤、转换、应用)了，后文将详细介绍这些内容，现在先来介绍一些 GroupBy 的基本操作方法。

(1) **按列取值**。GroupBy 对象与 DataFrame 一样，也支持按列取值，并返回一个修改过的 GroupBy 对象，例如：

```
In[14]: planets.groupby('method')

Out[14]: <pandas.core.groupby.DataFrameGroupBy object at 0x1172727b8>

In[15]: planets.groupby('method')['orbital_period']

Out[15]: <pandas.core.groupby.SeriesGroupBy object at 0x117272da0>
```

这里从原来的 DataFrame 中取某个列名作为一个 Series 组。与 GroupBy 对象一样，直到我们运行累计函数，才会开始计算：

```
In[16]: planets.groupby('method')['orbital_period'].median()

Out[16]: method
         Astrometry                         631.180000
         Eclipse Timing Variations         4343.500000
         Imaging                          27500.000000
         Microlensing                      3300.000000
         Orbital Brightness Modulation        0.342887
         Pulsar Timing                       66.541900
         Pulsation Timing Variations       1170.000000
         Radial Velocity                    360.200000
```

```
Transit                          5.714932
Transit Timing Variations       57.011000
Name: orbital_period, dtype: float64
```

这样就可以获得不同方法下所有行星公转周期（按天计算）的中位数。

(2) **按组迭代**。GroupBy 对象支持直接按组进行迭代，返回的每一组都是 Series 或 DataFrame：

```
In[17]: for (method, group) in planets.groupby('method'):
            print("{0:30s} shape={1}".format(method, group.shape))

Astrometry                     shape=(2, 6)
Eclipse Timing Variations      shape=(9, 6)
Imaging                        shape=(38, 6)
Microlensing                   shape=(23, 6)
Orbital Brightness Modulation  shape=(3, 6)
Pulsar Timing                  shape=(5, 6)
Pulsation Timing Variations    shape=(1, 6)
Radial Velocity                shape=(553, 6)
Transit                        shape=(397, 6)
Transit Timing Variations      shape=(4, 6)
```

尽管通常还是使用内置的 apply 功能速度更快，但这种方式在手动处理某些问题时非常有用，后面会详细介绍。

(3) **调用方法**。借助 Python 类的魔力（@classmethod），可以让任何不由 GroupBy 对象直接实现的方法直接应用到每一组，无论是 DataFrame 还是 Series 对象都同样适用。例如，你可以用 DataFrame 的 describe() 方法进行累计，对每一组数据进行描述性统计：

```
In[18]: planets.groupby('method')['year'].describe().unstack()

Out[18]:
                               count         mean       std     min      25%  \\
method
Astrometry                       2.0  2011.500000  2.121320  2010.0  2010.75
Eclipse Timing Variations        9.0  2010.000000  1.414214  2008.0  2009.00
Imaging                         38.0  2009.131579  2.781901  2004.0  2008.00
Microlensing                    23.0  2009.782609  2.859697  2004.0  2008.00
Orbital Brightness Modulation    3.0  2011.666667  1.154701  2011.0  2011.00
Pulsar Timing                    5.0  1998.400000  8.384510  1992.0  1992.00
Pulsation Timing Variations      1.0  2007.000000       NaN  2007.0  2007.00
Radial Velocity                553.0  2007.518987  4.249052  1989.0  2005.00
Transit                        397.0  2011.236776  2.077867  2002.0  2010.00
Transit Timing Variations        4.0  2012.500000  1.290994  2011.0  2011.75

                                  50%      75%     max
method
Astrometry                     2011.5  2012.25  2013.0
Eclipse Timing Variations      2010.0  2011.00  2012.0
Imaging                        2009.0  2011.00  2013.0
Microlensing                   2010.0  2012.00  2013.0
Orbital Brightness Modulation  2011.0  2012.00  2013.0
Pulsar Timing                  1994.0  2003.00  2011.0
Pulsation Timing Variations    2007.0  2007.00  2007.0
```

```
Radial Velocity              2009.0  2011.00  2014.0
Transit                      2012.0  2013.00  2014.0
Transit Timing Variations    2012.5  2013.25  2014.0
```

这张表可以帮助我们对数据有更深刻的认识，例如大多数行星都是通过 Radial Velocity 和 Transit 方法发现的，而且后者在近十年变得越来越普遍（得益于更新、更精确的望远镜）。最新的 Transit Timing Variation 和 Orbital Brightness Modulation 方法在 2011 年之后才有新的发现。

这只是演示 Pandas 调用方法的示例之一。方法首先会应用到每组数据上，然后结果由 `GroupBy` 组合后返回。另外，任意 `DataFrame` / `Series` 的方法都可以由 `GroupBy` 方法调用，从而实现非常灵活强大的操作。

3. 累计、过滤、转换和应用

虽然前面的章节只重点介绍了组合操作，但是还有许多操作没有介绍，尤其是 `GroupBy` 对象的 `aggregate()`、`filter()`、`transform()` 和 `apply()` 方法，在数据组合之前实现了大量高效的操作。

为了方便后面内容的演示，使用下面这个 `DataFrame`：

```
In[19]: rng = np.random.RandomState(0)
        df = pd.DataFrame({'key': ['A', 'B', 'C', 'A', 'B', 'C'],
                           'data1': range(6),
                           'data2': rng.randint(0, 10, 6)},
                           columns = ['key', 'data1', 'data2'])
        df

Out[19]:   key  data1  data2
         0   A      0      5
         1   B      1      0
         2   C      2      3
         3   A      3      3
         4   B      4      7
         5   C      5      9
```

(1) **累计**。我们目前比较熟悉的 `GroupBy` 累计方法只有 `sum()` 和 `median()` 之类的简单函数，但是 `aggregate()` 其实可以支持更复杂的操作，比如字符串、函数或者函数列表，并且能一次性计算所有累计值。下面来快速演示一个例子：

```
In[20]: df.groupby('key').aggregate(['min', np.median, max])

Out[20]:       data1            data2
               min median max   min median max
         key
         A       0    1.5   3     3    4.0   5
         B       1    2.5   4     0    3.5   7
         C       2    3.5   5     3    6.0   9
```

另一种用法就是通过 Python 字典指定不同列需要累计的函数：

```
In[21]: df.groupby('key').aggregate({'data1': 'min',
                                     'data2': 'max'})
```

```
Out[21]:      data1  data2
         key
         A        0      5
         B        1      7
         C        2      9
```

(2) **过滤**。过滤操作可以让你按照分组的属性丢弃若干数据。例如，我们可能只需要保留标准差超过某个阈值的组：

```
In[22]:
def filter_func(x):
    return x['data2'].std() > 4

print(df); print(df.groupby('key').std());
print(df.groupby('key').filter(filter_func))

df                        df.groupby('key').std()
   key  data1  data2      key      data1     data2
0   A      0      5       A    2.12132  1.414214
1   B      1      0       B    2.12132  4.949747
2   C      2      3       C    2.12132  4.242641
3   A      3      3
4   B      4      7
5   C      5      9

df.groupby('key').filter(filter_func)
  key  data1  data2
1   B      1      0
2   C      2      3
4   B      4      7
5   C      5      9
```

`filter()` 函数会返回一个布尔值，表示每个组是否通过过滤。由于 A 组 `'data2'` 列的标准差不大于 4，所以被丢弃了。

(3) **转换**。累计操作返回的是对组内全量数据缩减过的结果，而转换操作会返回一个新的全量数据。数据经过转换之后，其形状与原来的输入数据是一样的。常见的例子就是将每一组的样本数据减去各组的均值，实现数据标准化：

```
In[23]: df.groupby('key').transform(lambda x: x - x.mean())

Out[23]:   data1  data2
         0   -1.5    1.0
         1   -1.5   -3.5
         2   -1.5   -3.0
         3    1.5   -1.0
         4    1.5    3.5
         5    1.5    3.0
```

(4) **`apply()` 方法**。`apply()` 方法让你可以在每个组上应用任意方法。这个函数输入一个 `DataFrame`，返回一个 Pandas 对象（`DataFrame` 或 `Series`）或一个标量（scalar，单个数值）。组合操作会适应返回结果类型。

下面的例子就是用 apply() 方法将第一列数据以第二列的和为基数进行标准化：

```
In[24]: def norm_by_data2(x):
            # x是一个分组数据的DataFrame
            x['data1'] /= x['data2'].sum()
            return x

        print(df); print(df.groupby('key').apply(norm_by_data2))

df                      df.groupby('key').apply(norm_by_data2)
  key  data1  data2       key     data1  data2
0   A      0      5     0   A  0.000000      5
1   B      1      0     1   B  0.142857      0
2   C      2      3     2   C  0.166667      3
3   A      3      3     3   A  0.375000      3
4   B      4      7     4   B  0.571429      7
5   C      5      9     5   C  0.416667      9
```

GroupBy 里的 apply() 方法非常灵活，唯一需要注意的地方是它总是输入分组数据的 DataFrame，返回 Pandas 对象或标量。具体如何选择需要视情况而定。

4. 设置分割的键

前面的简单例子一直在用列名分割 DataFrame。这只是众多分组操作中的一种，下面将继续介绍更多的分组方法。

(1) **将列表、数组、Series 或索引作为分组键**。分组键可以是长度与 DataFrame 匹配的任意 Series 或列表，例如：

```
In[25]: L = [0, 1, 0, 1, 2, 0]
print(df); print(df.groupby(L).sum())

df                      df.groupby(L).sum()
  key  data1  data2         data1  data2
0   A      0      5     0      7     17
1   B      1      0     1      4      3
2   C      2      3     2      4      7
3   A      3      3
4   B      4      7
5   C      5      9
```

因此，还有一种比前面直接用列名更啰嗦的表示方法 df.groupby('key')：

```
In[26]: print(df); print(df.groupby(df['key']).sum())

df                         df.groupby(df['key']).sum()
  key  data1  data2             data1  data2
0   A      0      5        A        3      8
1   B      1      0        B        5      7
2   C      2      3        C        7     12
3   A      3      3
4   B      4      7
5   C      5      9
```

(2) **用字典或 Series 将索引映射到分组名称**。另一种方法是提供一个字典，将索引映射到分组键：

```
In[27]: df2 = df.set_index('key')
        mapping = {'A': 'vowel', 'B': 'consonant', 'C': 'consonant'}
        print(df2); print(df2.groupby(mapping).sum())

df2                        df2.groupby(mapping).sum()
key  data1  data2                     data1  data2
A        0      5          consonant     12     19
B        1      0          vowel          3      8
C        2      3
A        3      3
B        4      7
C        5      9
```

(3) **任意 Python 函数**。与前面的字典映射类似，你可以将任意 Python 函数传入 `groupby`，函数映射到索引，然后新的分组输出：

```
In[28]: print(df2); print(df2.groupby(str.lower).mean())

df2                        df2.groupby(str.lower).mean()
key  data1  data2             data1  data2
A        0      5          a    1.5    4.0
B        1      0          b    2.5    3.5
C        2      3          c    3.5    6.0
A        3      3
B        4      7
C        5      9
```

(4) **多个有效键构成的列表**。此外，任意之前有效的键都可以组合起来进行分组，从而返回一个多级索引的分组结果：

```
In[29]: df2.groupby([str.lower, mapping]).mean()

Out[29]:              data1  data2
         a vowel        1.5    4.0
         b consonant    2.5    3.5
         c consonant    3.5    6.0
```

5. 分组案例

通过下例中的几行 Python 代码，我们就可以运用上述知识，获取不同方法和不同年份发现的行星数量：

```
In[30]: decade = 10 * (planets['year'] // 10)
        decade = decade.astype(str) + 's'
        decade.name = 'decade'
        planets.groupby(['method', decade])['number'].sum().unstack().fillna(0)

Out[30]: decade                         1980s  1990s  2000s  2010s
         method
         Astrometry                       0.0    0.0    0.0    2.0
         Eclipse Timing Variations        0.0    0.0    5.0   10.0
         Imaging                          0.0    0.0   29.0   21.0
         Microlensing                     0.0    0.0   12.0   15.0
         Orbital Brightness Modulation    0.0    0.0    0.0    5.0
         Pulsar Timing                    0.0    9.0    1.0    1.0
         Pulsation Timing Variations      0.0    0.0    1.0    0.0
```

```
Radial Velocity                 1.0   52.0  475.0  424.0
Transit                         0.0    0.0   64.0  712.0
Transit Timing Variations       0.0    0.0    0.0    9.0
```

此例足以展现 `GroupBy` 在探索真实数据集时快速组合多种操作的能力——只用寥寥几行代码，就可以让我们立即对过去几十年里不同年代的行星发现方法有一个大概的了解。

我建议你花点时间分析这几行代码，确保自己真正理解了每一行代码对结果产生了怎样的影响。虽然这个例子的确有点儿复杂，但是理解这几行代码的含义可以帮你掌握分析类似数据的方法。

3.10 数据透视表

我们已经介绍过 `GroupBy` 抽象类是如何探索数据集内部的关联性的了。**数据透视表**（pivot table）是一种类似的操作方法，常见于 Excel 与类似的表格应用中。数据透视表将每一列数据作为输入，输出将数据不断细分成多个维度累计信息的二维数据表。人们有时容易弄混数据透视表与 `GroupBy`，但我觉得数据透视表更像是一种**多维的** `GroupBy` 累计操作。也就是说，虽然你也可以分割 – 应用 – 组合，但是分割与组合不是发生在一维索引上，而是在二维网格上（行列同时分组）。

3.10.1 演示数据透视表

这一节的示例将采用**泰坦尼克号**的乘客信息数据库来演示，可以在 Seaborn 程序库（详情请参见 4.16 节）获取：

```
In[1]: import numpy as np
       import pandas as pd
       import seaborn as sns
       titanic = sns.load_dataset('titanic')

In[2]: titanic.head()

Out[2]:
   survived  pclass     sex   age  sibsp  parch     fare embarked  class  \\
0         0       3    male  22.0      1      0   7.2500        S  Third
1         1       1  female  38.0      1      0  71.2833        C  First
2         1       3  female  26.0      0      0   7.9250        S  Third
3         1       1  female  35.0      1      0  53.1000        S  First
4         0       3    male  35.0      0      0   8.0500        S  Third

     who adult_male deck  embark_town alive  alone
0    man       True  NaN  Southampton    no  False
1  woman      False    C    Cherbourg   yes  False
2  woman      False  NaN  Southampton   yes   True
3  woman      False    C  Southampton   yes  False
4    man       True  NaN  Southampton    no   True
```

这份数据包含了惨遭厄运的每位乘客的大量信息，包括性别（gender）、年龄（age）、船舱等级（class）和船票价格（fare paid）等。

3.10.2 手工制作数据透视表

在研究这些数据之前，先将它们按照性别、最终生还状态或其他组合属性进行分组。如果你看过前面的章节，你可能会用 GroupBy 来实现，例如这样统计不同性别乘客的生还率：

```
In[3]: titanic.groupby('sex')[['survived']].mean()

Out[3]:         survived
        sex
        female  0.742038
        male    0.188908
```

这组数据会立刻给我们一个直观感受：总体来说，有四分之三的女性被救，但只有五分之一的男性被救！

这组数据很有用，但是我们可能还想进一步探索，同时观察不同性别与船舱等级的生还情况。根据 GroupBy 的操作流程，我们也许能够实现想要的结果：将船舱等级（'class'）与性别（'sex'）**分组**，然后**选择**生还状态（'survived'）列，**应用**均值（'mean'）累计函数，再将各组结果**组合**，最后通过**行索引转列索引**操作将最里层的行索引转换成列索引，形成二维数组。代码如下所示：

```
In[4]: titanic.groupby(['sex', 'class'])['survived'].aggregate('mean').unstack()

Out[4]: class      First    Second     Third
        sex
        female  0.968085  0.921053  0.500000
        male    0.368852  0.157407  0.135447
```

虽然这样就可以更清晰地观察乘客性别、船舱等级对其是否生还的影响，但是代码看上去有点复杂。尽管这个管道命令的每一步都是前面介绍过的，但是要理解这个长长的语句可不是那么容易的事。由于二维的 GroupBy 应用场景非常普遍，因此 Pandas 提供了一个快捷方式 pivot_table 来快速解决多维的累计分析任务。

3.10.3 数据透视表语法

用 DataFrame 的 pivot_table 实现的效果等同于上一节的管道命令的代码：

```
In[5]: titanic.pivot_table('survived', index='sex', columns='class')

Out[5]: class      First    Second     Third
        sex
        female  0.968085  0.921053  0.500000
        male    0.368852  0.157407  0.135447
```

与 GroupBy 方法相比，这行代码可读性更强，而且取得的结果也一样。可能与你对 20 世纪初的那场灾难的猜想一致，生还率最高的是船舱等级高的女性。一等舱的女性乘客基本全部生还（露丝自然得救），而三等舱男性乘客的生还率仅为十分之一（杰克为爱牺牲）。

1. 多级数据透视表

与 GroupBy 类似，数据透视表中的分组也可以通过各种参数指定多个等级。例如，我们

可能想把年龄（'age'）也加进去作为第三个维度，这就可以通过 pd.cut 函数将年龄进行分段：

```
In[6]: age = pd.cut(titanic['age'], [0, 18, 80])
       titanic.pivot_table('survived', ['sex', age], 'class')

Out[6]:   class               First    Second     Third
          sex    age
          female (0, 18]   0.909091  1.000000  0.511628
                 (18, 80]  0.972973  0.900000  0.423729
          male   (0, 18]   0.800000  0.600000  0.215686
                 (18, 80]  0.375000  0.071429  0.133663
```

对某一列也可以使用同样的策略——让我们用 pd.qcut 将船票价格按照计数项等分为两份，加入数据透视表看看：

```
In[7]: fare = pd.qcut(titanic['fare'], 2)
       titanic.pivot_table('survived', ['sex', age], [fare, 'class'])

Out[7]:
fare            [0, 14.454]
class                 First    Second     Third      \\
sex    age
female (0, 18]          NaN  1.000000  0.714286
       (18, 80]         NaN  0.880000  0.444444
male   (0, 18]          NaN  0.000000  0.260870
       (18, 80]         0.0  0.098039  0.125000

fare            (14.454, 512.329]
class                 First    Second     Third
sex    age
female (0, 18]     0.909091  1.000000  0.318182
       (18, 80]    0.972973  0.914286  0.391304
male   (0, 18]     0.800000  0.818182  0.178571
       (18, 80]    0.391304  0.030303  0.192308
```

结果是一个带层级索引（详情请参见 3.6 节）的四维累计数据表，通过网格显示不同数值之间的相关性。

2. 其他数据透视表选项

DataFrame 的 pivot_table 方法的完整签名如下所示：

```
# Pandas 0.18版的函数签名
DataFrame.pivot_table(data, values=None, index=None, columns=None,
                      aggfunc='mean', fill_value=None, margins=False,
                      dropna=True, margins_name='All')
```

我们已经介绍过前面三个参数了，现在来看看其他参数。fill_value 和 dropna 这两个参数用于处理缺失值，用法很简单，我们将在后面的示例中演示其用法。

aggfunc 参数用于设置累计函数类型，默认值是均值（mean）。与 GroupBy 的用法一样，累计函数可以用一些常见的字符串（'sum'、'mean'、'count'、'min'、'max' 等）表示，也可以用标准的累计函数（np.sum()、min()、sum() 等）表示。另外，还可以通过字典为不

同的列指定不同的累计函数：

```
In[8]: titanic.pivot_table(index='sex', columns='class',
                           aggfunc={'survived':sum, 'fare':'mean'})

Out[8]:              fare                            survived
        class        First     Second      Third     First Second Third
        sex
        female  106.125798  21.970121  16.118810      91.0   70.0  72.0
        male     67.226127  19.741782  12.661633      45.0   17.0  47.0
```

需要注意的是，这里忽略了一个参数 `values`。当我们为 `aggfunc` 指定映射关系的时候，待透视的数值就已经确定了。

当需要计算每一组的总数时，可以通过 `margins` 参数来设置：

```
In[9]: titanic.pivot_table('survived', index='sex', columns='class', margins=True)

Out[9]: class      First    Second     Third       All
        sex
        female  0.968085  0.921053  0.500000  0.742038
        male    0.368852  0.157407  0.135447  0.188908
        All     0.629630  0.472826  0.242363  0.383838
```

这样就可以自动获取不同性别下船舱等级与生还率的相关信息、不同船舱等级下性别与生还率的相关信息，以及全部乘客的生还率为 38%。`margin` 的标签可以通过 `margins_name` 参数进行自定义，默认值是 `"All"`。

3.10.4　案例：美国人的生日

再来看一个有趣的例子——由美国疾病防治中心（Centers for Disease Control，CDC）提供的公开生日数据，这些数据可以从 https://raw.githubusercontent.com/jakevdp/data-CDCbirths/master/births.csv 下载。（Andrew Gelman 和他的团队已经对这个数据集进行了深入的分析，详情请参见博文 http://bit.ly/2fZzW8K。）

```
In[10]:
# shell下载数据
# !curl -O https://raw.githubusercontent.com/jakevdp/data-CDCbirths/
# master/births.csv

In[11]: births = pd.read_csv('births.csv')
```

只简单浏览一下，就会发现这些数据比较简单，只包含了不同出生日期（年月日）与性别的出生人数：

```
In[12]: births.head()

Out[12]:   year  month day gender  births
         0  1969      1   1      F    4046
         1  1969      1   1      M    4440
         2  1969      1   2      F    4454
         3  1969      1   2      M    4548
         4  1969      1   3      F    4548
```

可以用一个数据透视表来探索这份数据。先增加一列表示不同年代，看看各年代的男女出生比例：

```
In[13]:
births['decade'] = 10 * (births['year'] // 10)
births.pivot_table('births', index='decade', columns='gender', aggfunc='sum')

Out[13]: gender         F         M
         decade
         1960     1753634   1846572
         1970    16263075  17121550
         1980    18310351  19243452
         1990    19479454  20420553
         2000    18229309  19106428
```

我们马上就会发现，每个年代的男性出生率都比女性出生率高。如果希望更直观地体现这种趋势，可以用 Pandas 内置的画图功能将每一年的出生人数画出来（如图 3-2 所示，详情请参见第 4 章中用 Matplotlib 画图的内容）：

```
In[14]:
%matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
sns.set()  # 使用Seaborn风格
births.pivot_table('births', index='year', columns='gender', aggfunc='sum').plot()
plt.ylabel('total births per year');
```

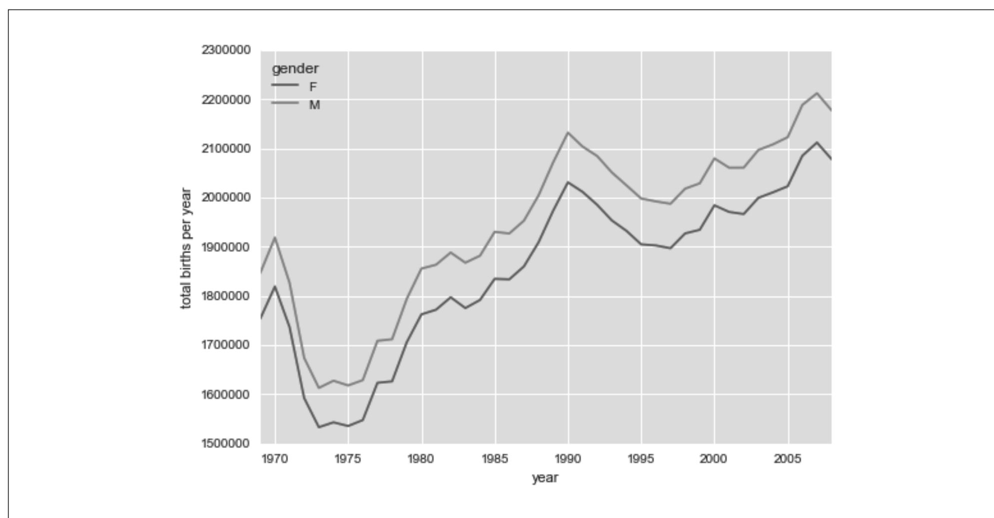


图 3-2：各年不同性别出生人数分布图

借助一个简单的数据透视表和 plot() 方法，我们马上就可以发现不同性别出生率的趋势。通过肉眼观察，得知过去 50 年间的男性出生率比女性出生率高 5%。

深入探索

虽然使用数据透视表并不是必须的，但是通过 Pandas 的这个工具可以展现一些有趣的特

征。我们必须对数据做一点儿清理工作，消除由于输错了日期而造成的异常点（如 6 月 31 号）或者是缺失值（如 1999 年 6 月）。消除这些异常的简便方法就是直接删除异常值，可以通过更稳定的 sigma 消除法（sigma-clipping，按照正态分布标准差划定范围，SciPy 中默认是四个标准差）操作来实现：[3]

```
In[15]: quartiles = np.percentile(births['births'], [25, 50, 75])
        mu = quartiles[1]
        sig = 0.74 * (quartiles[2] - quartiles[0])
```

最后一行是样本均值的稳定性估计（robust estimate），其中 0.74 是指标准正态分布的分位数间距。在 `query()` 方法（详情请参见 3.13 节）中用这个范围就可以将有效的生日数据筛选出来了：

```
In[16]:
births = births.query('(births > @mu - 5 * @sig) & (births < @mu + 5 * @sig)')
```

然后，将 `day` 列设置为整数。这列数据在筛选之前是字符串，因为数据集中有的列含有缺失值 `'null'`：

```
In[17]: # 将'day'列设置为整数。由于其中含有缺失值null，因此是字符串
        births['day'] = births['day'].astype(int)
```

现在就可以将年月日组合起来创建一个日期索引了（详情请参见 3.12 节），这样就可以快速计算每一行是星期几：

```
In[18]: # 从年月日创建一个日期索引
        births.index = pd.to_datetime(10000 * births.year +
                                      100 * births.month +
                                      births.day, format='%Y%m%d')

        births['dayofweek'] = births.index.dayofweek
```

用这个索引可以画出不同年代不同星期的日均出生数据（如图 3-3 所示）：

```
In[19]:
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib as mpl

births.pivot_table('births', index='dayofweek',
                    columns='decade', aggfunc='mean').plot()
plt.gca().set_xticklabels(['Mon', 'Tues', 'Wed', 'Thurs', 'Fri', 'Sat', 'Sun'])
plt.ylabel('mean births by day');
```

注 3：你可以从我与 Željko Ivezi、Andrew J. Connolly 以及 Alexander Gray 合著的，由普林斯顿大学出版社于 2014 年出版的 *Statistics, Data Mining, and Machine Learning in Astronomy: A Practical Python Guide for the Analysis of Survey Data* 一书中了解更多关于 sigma 消除法操作的内容。

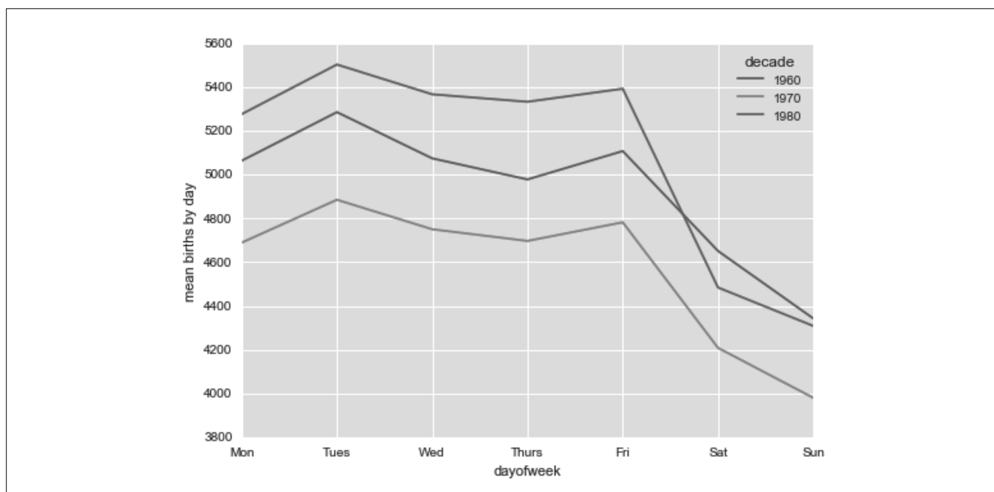


图 3-3：不同年代不同星期的日均出生数据

由图可知，周末的出生人数比工作日要低很多。另外，因为 CDC 只提供了 1989 年之前的数据，所以没有 20 世纪 90 年代和 21 世纪的数据。

另一个有趣的图表是画出各个**年份**平均每天的出生人数，可以按照月和日两个维度分别对数据进行分组：

```
In[20]:
births_by_date = births.pivot_table('births',
                                    [births.index.month, births.index.day])
births_by_date.head()

Out[20]: 1  1    4009.225
            2    4247.400
            3    4500.900
            4    4571.350
            5    4603.625
         Name: births, dtype: float64
```

这是一个包含月和日的多级索引。为了让数据可以用图形表示，我们可以虚构一个年份，与月和日组合成新索引（注意日期为 2 月 29 日时，索引年份需要用闰年，例如 2012）：

```
In[21]: births_by_date.index = [pd.datetime(2012, month, day)
                                for (month, day) in births_by_date.index]
        births_by_date.head()

Out[21]: 2012-01-01    4009.225
         2012-01-02    4247.400
         2012-01-03    4500.900
         2012-01-04    4571.350
         2012-01-05    4603.625
         Name: births, dtype: float64
```

如果只关心月和日的话，这就是一个可以反映一年中平均每天出生人数的时间序列。可以

用 plot 方法将数据画成图（如图 3-4 所示），从图中可以看到一些有趣的趋势：

```
In[22]: # 将结果画成图
        fig, ax = plt.subplots(figsize=(12, 4))
        births_by_date.plot(ax=ax);
```

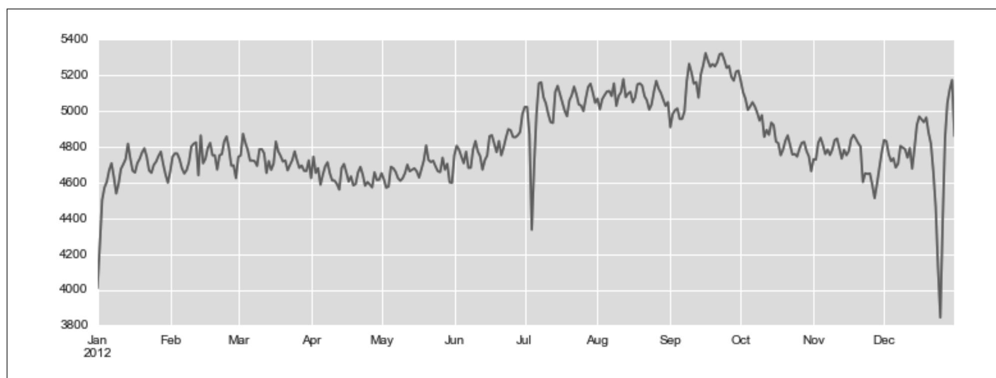


图 3-4：平均每天的出生人数

从图中可以明显看出，在美国节假日的时候，出生人数急速下降（例如美国独立日、劳动节、感恩节、圣诞节以及新年）。这种现象可能是由于医院放假导致的接生减少（自己在家生），而非某种自然生育的心理学效应。关于这个趋势的更详细介绍，请参考 Andrew Gelman 的博客（http://bit.ly/2fZzW8K）。我们将在 4.11.1 节再次使用这张图，那时将用 Matplotlib 的画图工具为这张图增加标注。

通过这个简单的案例，你会发现许多前面介绍过的 Python 和 Pandas 工具都可以相互结合，并用于从大量数据集中获取信息。我们将在后面的章节中介绍如何用这些工具创建更复杂的应用。

3.11　向量化字符串操作

使用 Python 的一个优势就是字符串处理起来比较容易。在此基础上创建的 Pandas 同样提供了一系列**向量化字符串操作**（vectorized string operation），它们都是在处理（清洗）现实工作中的数据时不可或缺的功能。在这一节中，我们将介绍 Pandas 的字符串操作，学习如何用它们对一个从网络采集来的杂乱无章的数据集进行局部清理。

3.11.1　Pandas字符串操作简介

前面的章节已经介绍过如何用 NumPy 和 Pandas 进行一般的运算操作，因此我们也能简便快速地对多个数组元素执行同样的操作，例如：

```
In[1]: import numpy as np
       x = np.array([2, 3, 5, 7, 11, 13])
       x * 2

Out[1]: array([ 4,  6, 10, 14, 22, 26])
```

向量化操作简化了纯数值的数组操作语法——我们不需要再担心数组的长度或维度，只需要关心需要的操作。然而，由于 NumPy 并没有为字符串数组提供简单的接口，因此需要通过繁琐的 for 循环来解决问题：

```
In[2]: data = ['peter', 'Paul', 'MARY', 'gUIDO']
       [s.capitalize() for s in data]

Out[2]: ['Peter', 'Paul', 'Mary', 'Guido']
```

虽然这么做对于某些数据可能是有效的，但是假如数据中出现了缺失值，那么这样做就会引起异常，例如：

```
In[3]: data = ['peter', 'Paul', None, 'MARY', 'gUIDO']
       [s.capitalize() for s in data]

---------------------------------------------------------------------------
---------------------------------------------------------------------------

AttributeError                            Traceback (most recent call last)

<ipython-input-3-fc1d891ab539> in <module>()
      1 data = ['peter', 'Paul', None, 'MARY', 'gUIDO']
----> 2 [s.capitalize() for s in data]


<ipython-input-3-fc1d891ab539> in <listcomp>(.0)
      1 data = ['peter', 'Paul', None, 'MARY', 'gUIDO']
----> 2 [s.capitalize() for s in data]


AttributeError: 'NoneType' object has no attribute 'capitalize'
---------------------------------------------------------------------------
```

Pandas 为包含字符串的 Series 和 Index 对象提供的 str 属性堪称两全其美的方法，它既可以满足向量化字符串操作的需求，又可以正确地处理缺失值。例如，我们用前面的数据 data 创建了一个 Pandas 的 Series：

```
In[4]: import pandas as pd
       names = pd.Series(data)
       names

Out[4]: 0    peter
        1     Paul
        2     None
        3     MARY
        4    gUIDO
        dtype: object
```

现在就可以直接调用转换大写方法 capitalize() 将所有的字符串变成大写形式，缺失值会被跳过：

```
In[5]: names.str.capitalize()

Out[5]: 0    Peter
        1     Paul
        2     None
```

```
3     Mary
4    Guido
dtype: object
```

在 str 属性后面用 Tab 键，可以看到 Pandas 支持的所有向量化字符串方法。

3.11.2 Pandas字符串方法列表

如果你熟悉 Python 的字符串方法的话，就会发现 Pandas 绝大多数的字符串语法都很直观，甚至可以列成一个表格。在深入论述后面的内容之前，让我们先从这一步开始。这一节的示例将采用一些人名来演示：

```
In[6]: monte = pd.Series(['Graham Chapman', 'John Cleese', 'Terry Gilliam',
                          'Eric Idle', 'Terry Jones', 'Michael Palin'])
```

1. 与Python字符串方法相似的方法

几乎所有 Python 内置的字符串方法都被复制到 Pandas 的向量化字符串方法中。下面的表格列举了 Pandas 的 str 方法借鉴 Python 字符串方法的内容：

len()	lower()	translate()	islower()
ljust()	upper()	startswith()	isupper()
rjust()	find()	endswith()	isnumeric()
center()	rfind()	isalnum()	isdecimal()
zfill()	index()	isalpha()	split()
strip()	rindex()	isdigit()	rsplit()
rstrip()	capitalize()	isspace()	partition()
lstrip()	swapcase()	istitle()	rpartition()

需要注意的是，这些方法的返回值不同，例如 lower() 方法返回一个字符串 Series：

```
In[7]: monte.str.lower()

Out[7]: 0    graham chapman
        1       john cleese
        2     terry gilliam
        3         eric idle
        4       terry jones
        5     michael palin
        dtype: object
```

但是有些方法返回数值：

```
In[8]: monte.str.len()

Out[8]: 0    14
        1    11
        2    13
        3     9
        4    11
        5    13
        dtype: int64
```

有些方法返回布尔值：

```
In[9]: monte.str.startswith('T')

Out[9]: 0    False
        1    False
        2     True
        3    False
        4     True
        5    False
        dtype: bool
```

还有些方法返回列表或其他复合值：

```
In[10]: monte.str.split()

Out[10]: 0    [Graham, Chapman]
         1       [John, Cleese]
         2     [Terry, Gilliam]
         3        [Eric, Idle]
         4       [Terry, Jones]
         5     [Michael, Palin]
         dtype: object
```

在接下来的内容中，我们将进一步学习这类由列表元素构成的 `Series`（series-of-lists）对象。

2. 使用正则表达式的方法

还有一些支持正则表达式的方法可以用来处理每个字符串元素。表 3-4 中的内容是 Pandas 向量化字符串方法根据 Python 标准库的 `re` 模块函数实现的 API。

表3-4：Pandas向量化字符串方法与Python标准库的re模块函数的对应关系

方法	描述
`match()`	对每个元素调用 `re.match()`，返回布尔类型值
`extract()`	对每个元素调用 `re.match()`，返回匹配的字符串组（`groups`）
`findall()`	对每个元素调用 `re.findall()`
`replace()`	用正则模式替换字符串
`contains()`	对每个元素调用 `re.search()`，返回布尔类型值
`count()`	计算符合正则模式的字符串的数量
`split()`	等价于 `str.split()`，支持正则表达式
`rsplit()`	等价于 `str.rsplit()`，支持正则表达式

通过这些方法，你就可以实现各种有趣的操作了。例如，可以提取元素前面的连续字母作为每个人的名字（first name）：

```
In[11]: monte.str.extract('([A-Za-z]+)')

Out[11]: 0     Graham
         1       John
         2      Terry
         3       Eric
         4      Terry
```

```
         5    Michael
         dtype: object
```

我们还能实现更复杂的操作，例如找出所有开头和结尾都是辅音字母的名字——这可以用正则表达式中的开始符号（^）与结尾符号（$）来实现：

```
In[12]: monte.str.findall(r'^[^AEIOU].*[^aeiou]$')

Out[12]: 0    [Graham Chapman]
         1                  []
         2     [Terry Gilliam]
         3                  []
         4       [Terry Jones]
         5     [Michael Palin]
         dtype: object
```

能将正则表达式应用到 Series 与 DataFrame 之中的话，就有可能实现更多的数据分析与清洗方法。

3. 其他字符串方法

还有其他一些方法也可以实现方便的操作（如表 3-5 所示）。

表3-5 其他Pandas字符串方法

方法	描述
get()	获取元素索引位置上的值，索引从 0 开始
slice()	对元素进行切片取值
slice_replace()	对元素进行切片替换
cat()	连接字符串（此功能比较复杂，建议阅读文档）
repeat()	重复元素
normalize()	将字符串转换为 Unicode 规范形式
pad()	在字符串的左边、右边或两边增加空格
wrap()	将字符串按照指定的宽度换行
join()	用分隔符连接 Series 的每个元素
get_dummies()	按照分隔符提取每个元素的 dummy 变量，转换为独热（one-hot）编码的 DataFrame

(1) **向量化字符串的取值与切片操作**。这里需要特别指出的是，get() 与 slice() 操作可以从每个字符串数组中获取向量化元素。例如，我们可以通过 str.slice(0, 3) 获取每个字符串数组的前三个字符。通过 Python 的标准取值方法也可以取得同样的效果，例如 df.str.slice(0, 3) 等价于 df.str[0:3]：

```
In[13]: monte.str[0:3]

Out[13]: 0    Gra
         1    Joh
         2    Ter
         3    Eri
         4    Ter
         5    Mic
         dtype: object
```

df.str.get(i) 与 df.str[i] 的按索引取值效果类似。

get() 与 slice() 操作还可以在 split() 操作之后使用。例如，要获取每个姓名的姓（last name），可以结合使用 split() 与 get()：

```
In[14]: monte.str.split().str.get(-1)

Out[14]: 0    Chapman
         1     Cleese
         2    Gilliam
         3       Idle
         4      Jones
         5      Palin
         dtype: object
```

(2) **指标变量**。另一个需要多花点儿时间解释的是 get_dummies() 方法。当你的数据有一列包含了若干已被编码的指标（coded indicator）时，这个方法就能派上用场了。例如，假设有一个包含了某种编码信息的数据集，如 A= 出生在美国、B= 出生在英国、C= 喜欢奶酪、D= 喜欢午餐肉：

```
In[15]:
full_monte = pd.DataFrame({'name': monte,
                           'info': ['B|C|D', 'B|D', 'A|C', 'B|D', 'B|C',
                           'B|C|D']})
full_monte

Out[15]:     info            name
         0  B|C|D  Graham Chapman
         1    B|D     John Cleese
         2    A|C   Terry Gilliam
         3    B|D       Eric Idle
         4    B|C     Terry Jones
         5  B|C|D   Michael Palin
```

get_dummies() 方法可以让你快速将这些指标变量分割成一个独热编码的 DataFrame（每个元素都是 0 或 1）：

```
In[16]: full_monte['info'].str.get_dummies('|')

Out[16]:    A  B  C  D
         0  0  1  1  1
         1  0  1  0  1
         2  1  0  1  0
         3  0  1  0  1
         4  0  1  1  0
         5  0  1  1  1
```

通过 Pandas 自带的这些字符串操作方法，你就可以建立一个功能无比强大的字符串处理程序来清洗自己的数据了。

虽然本书将不再继续介绍这些方法，但是希望你仔细阅读 Pandas 在线文档中“Working with Text Data”（http://pandas.pydata.org/pandas-docs/stable/text.html）节，或者阅读 3.14 节的相关资源。

3.11.3　案例：食谱数据库

前面介绍的这些向量化字符串操作方法非常适合用来处理现实中那些凌乱的数据。下面将通过一个从不同网站获取的公开食谱数据库的案例来进行演示。我们的目标是将这些食谱数据解析为食材列表，这样就可以根据现有的食材快速找到食谱。

获取数据的脚本可以在 https://github.com/fictivekin/openrecipes 上找到，那里还有最新版的数据库链接。

截至 2016 年春，这个数据集已经有 30MB 了。可以通过下面的命令下载并解压数据：

```
In[17]: # !curl -O http://openrecipes.s3.amazonaws.com/recipeitems-latest.json.gz
        # !gunzip recipeitems-latest.json.gz
```

这个数据库是 JSON 格式的，来试试通过 `pd.read_json` 读取数据：

```
In[18]: try:
            recipes = pd.read_json('recipeitems-latest.json')
        except ValueError as e:
            print("ValueError:", e)

ValueError: Trailing data
```

糟糕！我们得到的竟然是提示数据里有“trailing data”（数据断行）的 `ValueError` 错误。从网上搜索这个错误，得知原因好像是虽然文件中的**每一行**都是一个有效的 JSON 对象，但是全文却不是这样。来看看文件是不是这样：

```
In[19]: with open('recipeitems-latest.json') as f:
            line = f.readline()
        pd.read_json(line).shape

Out[19]: (2, 12)
```

显然每一行都是一个有效的 JSON 对象，因此需要将这些字符串连接在一起。解决这个问题的一种方法就是新建一个字符串，将所有行 JSON 对象连接起来，然后再通过 `pd.read_json` 来读取所有数据：

```
In[20]: # 将文件内容读取成Python数组
        with open('recipeitems-latest.json', 'r') as f:
            # 提取每一行内容
            data = (line.strip() for line in f)
            # 将所有内容合并成一个列表
            data_json = "[{0}]".format(','.join(data))
        # 用JSON形式读取数据
        recipes = pd.read_json(data_json)

In[21]: recipes.shape

Out[21]: (173278, 17)
```

这样就会看到将近 20 万份食谱，共 17 列。抽一行看看具体内容：

```
In[22]: recipes.iloc[0]
```

```
Out[22]:
_id                                {'$oid': '5160756b96cc62079cc2db15'}
cookTime                                                          PT30M
creator                                                             NaN
dateModified                                                        NaN
datePublished                                                2013-03-11
description           Late Saturday afternoon, after Marlboro Man ha...
image                 http://static.thepioneerwoman.com/cooking/file...
ingredients           Biscuits\n3 cups All-purpose Flour\n2 Tablespo...
name                                    Drop Biscuits and Sausage Gravy
prepTime                                                          PT10M
recipeCategory                                                      NaN
recipeInstructions                                                  NaN
recipeYield                                                          12
source                                                  thepioneerwoman
totalTime                                                           NaN
ts                                             {'$date': 1365276011104}
url                   http://thepioneerwoman.com/cooking/2013/03/dro...
Name: 0, dtype: object
```

这里有一堆信息，而且其中有不少都和从网站上抓取的数据一样，字段形式混乱。值得关注的是，食材列表是字符串形式，我们需要从中抽取感兴趣的信息。下面来仔细看看这个字段：

```
In[23]: recipes.ingredients.str.len().describe()

Out[23]: count    173278.000000
         mean        244.617926
         std         146.705285
         min           0.000000
         25%         147.000000
         50%         221.000000
         75%         314.000000
         max        9067.000000
         Name: ingredients, dtype: float64
```

食材列表平均 250 个字符，最短的字符串是 0，最长的竟然接近 1 万字符！

出于好奇心，来看看这个拥有最长食材列表的究竟是哪道菜：

```
In[24]: recipes.name[np.argmax(recipes.ingredients.str.len())]

Out[24]: 'Carrot Pineapple Spice &amp; Brownie Layer Cake with Whipped Cream
&amp; Cream Cheese Frosting and Marzipan Carrots'
```

从名字就可以看出，这绝对是个复杂的食谱。

我们还可以再做一些累计探索，例如看看哪些食谱是早餐：

```
In[33]: recipes.description.str.contains('[Bb]reakfast').sum()

Out[33]: 3524
```

或者看看有多少食谱用肉桂（cinnamon）作为食材：

```
In[34]: recipes.ingredients.str.contains('[Cc]innamon').sum()

Out[34]: 10526
```

还可以看看究竟是哪些食谱里把肉桂错写成了“cinamon”：

```
In[27]: recipes.ingredients.str.contains('[Cc]inamon').sum()

Out[27]: 11
```

这些基本的数据探索都可以用 Pandas 的字符串工具来处理，Python 非常适合进行类似的数据清理工作。

1. 制作简易的美食推荐系统

现在让我们更进一步，来制作一个简易的美食推荐系统：如果用户提供一些食材，系统就会推荐使用了所有食材的食谱。这说起来是容易，但是由于大量不规则（heterogeneity）数据的存在，这个任务变得十分复杂，例如并没有一个简单直接的办法可以从每一行数据中清理出一份干净的食材列表。因此，我们在这里简化处理：首先提供一些常见食材列表，然后通过简单搜索判断这些食材是否在食谱中。为了简化任务，这里只列举常用的香料和调味料：

```
In[28]: spice_list = ['salt', 'pepper', 'oregano', 'sage', 'parsley',
                      'rosemary', 'tarragon', 'thyme', 'paprika', 'cumin']
```

现在就可以通过一个由 `True` 与 `False` 构成的布尔类型的 `DataFrame` 来判断食材是否出现在某个食谱中：

```
In[29]:
import re
spice_df = pd.DataFrame(
           dict((spice, recipes.ingredients.str.contains(spice, re.IGNORECASE))
                                                   for spice in spice_list))
spice_df.head()

Out[29]:
   cumin oregano paprika parsley pepper rosemary   sage   salt tarragon  thyme
0  False   False   False   False  False    False   True  False    False  False
1  False   False   False   False  False    False  False  False    False  False
2   True   False   False   False   True    False  False   True    False  False
3  False   False   False   False  False    False  False  False    False  False
4  False   False   False   False  False    False  False  False    False  False
```

现在，来找一份使用了欧芹（parsley）、辣椒粉（paprika）和龙蒿叶（tarragon）这三种食材的食谱。我们可以通过 3.13 节介绍的 `DataFrame` 的 `query()` 方法来快速完成计算：

```
In[30]: selection = spice_df.query('parsley & paprika & tarragon')
        len(selection)

Out[30]: 10
```

最后只找到了十份同时包含这三种食材的食谱，让我们用索引看看究竟是哪些食谱：

```
In[31]: recipes.name[selection.index]

Out[31]: 2069      All cremat with a Little Gem, dandelion and wa...
         74964                         Lobster with Thermidor butter
         93768      Burton's Southern Fried Chicken with White Gravy
         113926                     Mijo's Slow Cooker Shredded Beef
         137686                     Asparagus Soup with Poached Eggs
         140530                                 Fried Oyster Po'boys
         158475                Lamb shank tagine with herb tabbouleh
         158486                 Southern fried chicken in buttermilk
         163175            Fried Chicken Sliders with Pickles + Slaw
         165243                        Bar Tartine Cauliflower Salad
         Name: name, dtype: object
```

现在已经将搜索范围缩小到了原来近两万份食谱的两千分之一了，这样就可以从这个小集合中精挑细选出中意的食谱。

2. 继续完善美食推荐系统

希望这个示例能让你对 Pandas 字符串方法可以高效解决哪些数据清理问题有个初步概念。当然，如果要建立一个稳定的美食推荐系统，还需要做**大量的**工作！从每个食谱中提取完整的食材列表是这个任务的重中之重。不过，由于食材的书写格式千奇百怪，解析它们需要耗费大量时间。这其实也揭示了数据科学的真相——真实数据的清洗与整理工作往往会占据的大部分时间，而使用 Pandas 提供的工具可以提高你的工作效率。

3.12 处理时间序列

由于 Pandas 最初是为金融模型而创建的，因此它拥有一些功能非常强大的日期、时间、带时间索引数据的处理工具。本节将介绍的日期与时间数据主要包含三类。

- **时间戳**表示某个具体的时间点（例如 2015 年 7 月 4 日上午 7 点）。
- **时间间隔**与**周期**表示开始时间点与结束时间点之间的时间长度，例如 2015 年（指的是 2015 年 1 月 1 日至 2015 年 12 月 31 日这段时间间隔）。周期通常是指一种特殊形式的时间间隔，每个间隔长度相同，彼此之间不会重叠（例如，以 24 小时为周期构成每一天）。
- **时间增量**（time delta）或**持续时间**（duration）表示精确的时间长度（例如，某程序运行持续时间 22.56 秒）。

在本节内容中，我们将介绍 Pandas 中的 3 种日期 / 时间数据类型的具体用法。由于篇幅有限，后文无法对 Python 或 Pandas 的时间序列工具进行详细的介绍，仅仅是通过一个宽泛的综述，总结何时应该使用它们。在开始介绍 Pandas 的时间序列工具之前，我们先简单介绍一下 Python 处理日期与时间数据的工具。在介绍完一些值得深入学习的资源之后，再通过一些简短的示例来演示 Pandas 处理时间序列数据的方法。

3.12.1 Python的日期与时间工具

在 Python 标准库与第三方库中有许多可以表示日期、时间、时间增量和时间跨度（timespan）的工具。尽管 Pandas 提供的时间序列工具更适合用来处理数据科学问题，但是

了解 Pandas 与 Python 标准库以及第三方库中的其他时间序列工具之间的关联性将大有裨益。

1. 原生Python的日期与时间工具：datetime与dateutil

Python 基本的日期与时间功能都在标准库的 `datetime` 模块中。如果和第三方库 `dateutil` 模块搭配使用，可以快速实现许多处理日期与时间的功能。例如，你可以用 `datetime` 类型创建一个日期：

```
In[1]: from datetime import datetime
       datetime(year=2015, month=7, day=4)

Out[1]: datetime.datetime(2015, 7, 4, 0, 0)
```

或者使用 `dateutil` 模块对各种字符串格式的日期进行正确解析：

```
In[2]: from dateutil import parser
       date = parser.parse("4th of July, 2015")
       date

Out[2]: datetime.datetime(2015, 7, 4, 0, 0)
```

一旦有了 `datetime` 对象，就可以进行许多操作了，例如打印出这一天是星期几：

```
In[3]: date.strftime('%A')

Out[3]: 'Saturday'
```

在最后一行代码中，为了打印出是星期几，我们使用了一个标准字符串格式（standard string format）代码 `"%A"`，你可以在 Python 的 datetime 文档（https://docs.python.org/3/library/datetime.html）的"strftime"节（https://docs.python.org/3/library/datetime.html#strftime-and-strptime-behavior）查看具体信息。关于 `dateutil` 的其他日期功能可以通过 dateutil 的在线文档（http://labix.org/python-dateutil）学习。还有一个值得关注的程序包是 `pytz`（http://pytz.sourceforge.net/），这个工具解决了绝大多数时间序列数据都会遇到的难题：时区。

`datetime` 和 `dateutil` 模块在灵活性与易用性方面都表现出色，你可以用这些对象及其相应的方法轻松完成你感兴趣的任意操作。但如果你处理的时间数据量比较大，那么速度就会比较慢。就像之前介绍过的 Python 的原生列表对象没有 NumPy 中已经被编码的数值类型数组的性能好一样，Python 的原生日期对象同样也没有 NumPy 中已经被编码的日期（encoded dates）类型数组的性能好。

2. 时间类型数组：NumPy的datetime64类型

Python 原生日期格式的性能弱点促使 NumPy 团队为 NumPy 增加了自己的时间序列类型。`datetime64` 类型将日期编码为 64 位整数，这样可以让日期数组非常紧凑（节省内存）。`datetime64` 需要在设置日期时确定具体的输入类型：

```
In[4]: import numpy as np
       date = np.array('2015-07-04', dtype=np.datetime64)
       date

Out[4]: array(datetime.date(2015, 7, 4), dtype='datetime64[D]')
```

但只要有了这个日期格式，就可以进行快速的向量化运算：

```
In[5]: date + np.arange(12)

Out[5]:
array(['2015-07-04', '2015-07-05', '2015-07-06', '2015-07-07',
       '2015-07-08', '2015-07-09', '2015-07-10', '2015-07-11',
       '2015-07-12', '2015-07-13', '2015-07-14', '2015-07-15'],
       dtype='datetime64[D]')
```

因为 NumPy 的 datetime64 数组内元素的类型是统一的，所以这种数组的运算速度会比 Python 的 datetime 对象的运算速度快很多，尤其是在处理较大数组时（关于向量化运算的内容已经在 2.3 节介绍过）。

datetime64 与 timedelta64 对象的一个共同特点是，它们都是在**基本时间单位**（fundamental time unit）的基础上建立的。由于 datetime64 对象是 64 位精度，所以可编码的时间范围可以是基本单元的 2^{64} 倍。也就是说，datetime64 在**时间精度**（time resolution）与**最大时间跨度**（maximum time span）之间达成了一种平衡。

比如你想要一个时间纳秒（nanosecond，ns）级的时间精度，那么你就可以将时间编码到 $0\sim2^{64}$ 纳秒或 600 年之内，NumPy 会自动判断输入时间需要使用的时间单位。例如，下面是一个以天为单位的日期：

```
In[6]: np.datetime64('2015-07-04')

Out[6]: numpy.datetime64('2015-07-04')
```

而这是一个以分钟为单位的日期：

```
In[7]: np.datetime64('2015-07-04 12:00')

Out[7]: numpy.datetime64('2015-07-04T12:00')
```

需要注意的是，时区将自动设置为执行代码的操作系统的当地时区。你可以通过各种格式的代码设置基本时间单位。例如，将时间单位设置为纳秒：

```
In[8]: np.datetime64('2015-07-04 12:59:59.50', 'ns')

Out[8]: numpy.datetime64('2015-07-04T12:59:59.500000000')
```

NumPy 的 datetime64 文档（http://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/arrays.datetime.html）总结了所有支持相对与绝对时间跨度的时间与日期单位格式代码，表 3-6 对此总结如下。

表3-6：日期与时间单位格式代码

代码	含义	时间跨度 (相对)	时间跨度 (绝对)
Y	年（year）	± 9.2e18 年	[9.2e18 BC, 9.2e18 AD]
M	月（month）	± 7.6e17 年	[7.6e17 BC, 7.6e17 AD]
W	周（week）	± 1.7e17 年	[1.7e17 BC, 1.7e17 AD]
D	日（day）	± 2.5e16 年	[2.5e16 BC, 2.5e16 AD]
h	时（hour）	± 1.0e15 年	[1.0e15 BC, 1.0e15 AD]
m	分（minute）	± 1.7e13 年	[1.7e13 BC, 1.7e13 AD]
s	秒（second）	± 2.9e12 年	[2.9e9 BC, 2.9e9 AD]

（续）

代码	含义	时间跨度 (相对)	时间跨度 (绝对)
`ms`	毫秒（millisecond）	± 2.9e9 年	[2.9e6 BC, 2.9e6 AD]
`us`	微秒（microsecond）	± 2.9e6 年	[290301 BC, 294241 AD]
`ns`	纳秒（nanosecond）	± 292 年	[1678 AD, 2262 AD]
`ps`	皮秒（picosecond）	± 106 天	[1969 AD, 1970 AD]
`fs`	飞秒（femtosecond）	± 2.6 小时	[1969 AD, 1970 AD]
`as`	原秒（attosecond）	± 9.2 秒	[1969 AD, 1970 AD]

对于日常工作中的时间数据类型，默认单位都用纳秒 `datetime64[ns]`，因为用它来表示时间范围精度可以满足绝大部分需求。

最后还需要说明一点，虽然 `datetime64` 弥补了 Python 原生的 `datetime` 类型的不足，但它缺少了许多 `datetime`（尤其是 `dateutil`）原本具备的便捷方法与函数，具体内容请参考 NumPy 的 datetime64 文档（http://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/arrays.datetime.html）。

3. Pandas的日期与时间工具：理想与现实的最佳解决方案

Pandas 所有关于日期与时间的处理方法全部都是通过 `Timestamp` 对象实现的，它利用 `numpy.datetime64` 的有效存储和向量化接口将 `datetime` 和 `dateutil` 的易用性有机结合起来。Pandas 通过一组 `Timestamp` 对象就可以创建一个可以作为 `Series` 或 `DataFrame` 索引的 `DatetimeIndex`，我们将在后面介绍许多类似的例子。

例如，可以用 Pandas 的方式演示前面介绍的日期与时间功能。我们可以灵活处理不同格式的日期与时间字符串，获取某一天是星期几：

```
In[9]: import pandas as pd
       date = pd.to_datetime("4th of July, 2015")
       date

Out[9]: Timestamp('2015-07-04 00:00:00')

In[10]: date.strftime('%A')

Out[10]: 'Saturday'
```

另外，也可以直接进行 NumPy 类型的向量化运算：

```
In[11]: date + pd.to_timedelta(np.arange(12), 'D')

Out[11]: DatetimeIndex(['2015-07-04', '2015-07-05', '2015-07-06', '2015-07-07',
                        '2015-07-08', '2015-07-09', '2015-07-10', '2015-07-11',
                        '2015-07-12', '2015-07-13', '2015-07-14', '2015-07-15'],
                       dtype='datetime64[ns]', freq=None)
```

下面将详细介绍 Pandas 用来处理时间序列数据的工具。

3.12.2 Pandas时间序列：用时间作索引

Pandas 时间序列工具非常适合用来处理**带时间戳的索引数据**。例如，我们可以通过一个时

间索引数据创建一个 Series 对象：

```
In[12]: index = pd.DatetimeIndex(['2014-07-04', '2014-08-04',
                                  '2015-07-04', '2015-08-04'])
        data = pd.Series([0, 1, 2, 3], index=index)
        data

Out[12]: 2014-07-04    0
         2014-08-04    1
         2015-07-04    2
         2015-08-04    3
         dtype: int64
```

有了一个带时间索引的 Series 之后，就能用它来演示之前介绍过的 Series 取值方法，可以直接用日期进行切片取值：

```
In[13]: data['2014-07-04':'2015-07-04']

Out[13]: 2014-07-04    0
         2014-08-04    1
         2015-07-04    2
         dtype: int64
```

另外，还有一些仅在此类 Series 上可用的取值操作，例如直接通过年份切片获取该年的数据：

```
In[14]: data['2015']

Out[14]: 2015-07-04    2
         2015-08-04    3
         dtype: int64
```

下面将介绍一些示例，体现将日期作为索引为运算带来的便利性。在此之前，让我们仔细看看现有的时间序列数据结构。

3.12.3　Pandas时间序列数据结构

本节将介绍 Pandas 用来处理时间序列的基础数据类型。

- 针对时间戳数据，Pandas 提供了 Timestamp 类型。与前面介绍的一样，它本质上是 Python 的原生 datetime 类型的替代品，但是在性能更好的 numpy.datetime64 类型的基础上创建。对应的索引数据结构是 DatetimeIndex。
- 针对时间周期数据，Pandas 提供了 Period 类型。这是利用 numpy.datetime64 类型将固定频率的时间间隔进行编码。对应的索引数据结构是 PeriodIndex。
- 针对时间增量或持续时间，Pandas 提供了 Timedelta 类型。Timedelta 是一种代替 Python 原生 datetime.timedelta 类型的高性能数据结构，同样是基于 numpy.timedelta64 类型。对应的索引数据结构是 TimedeltaIndex。

最基础的日期 / 时间对象是 Timestamp 和 DatetimeIndex。这两种对象可以直接使用，最常用的方法是 pd.to_datetime() 函数，它可以解析许多日期与时间格式。对 pd.to_datetime() 传递一个日期会返回一个 Timestamp 类型，传递一个时间序列会返回一个 DatetimeIndex 类型：

```
In[15]: dates = pd.to_datetime([datetime(2015, 7, 3), '4th of July, 2015',
                               '2015-Jul-6', '07-07-2015', '20150708'])
        dates

Out[15]: DatetimeIndex(['2015-07-03', '2015-07-04', '2015-07-06', '2015-07-07',
                        '2015-07-08'],
                       dtype='datetime64[ns]', freq=None)
```

任何 DatetimeIndex 类型都可以通过 to_period() 方法和一个频率代码转换成 PeriodIndex 类型。下面用 'D' 将数据转换成单日的时间序列：

```
In[16]: dates.to_period('D')

Out[16]: PeriodIndex(['2015-07-03', '2015-07-04', '2015-07-06', '2015-07-07',
                      '2015-07-08'],
                     dtype='int64', freq='D')
```

当用一个日期减去另一个日期时，返回的结果是 TimedeltaIndex 类型：

```
In[17]: dates - dates[0]

Out[17]:
TimedeltaIndex(['0 days', '1 days', '3 days', '4 days', '5 days'],
               dtype='timedelta64[ns]', freq=None)
```

有规律的时间序列：pd.date_range()

为了能更简便地创建有规律的时间序列，Pandas 提供了一些方法：pd.date_range() 可以处理时间戳、pd.period_range() 可以处理周期、pd.timedelta_range() 可以处理时间间隔。我们已经介绍过，Python 的 range() 和 NumPy 的 np.arange() 可以用起点、终点和步长（可选的）创建一个序列。pd.date_range() 与之类似，通过开始日期、结束日期和频率代码（同样是可选的）创建一个有规律的日期序列，默认的频率是天：

```
In[18]: pd.date_range('2015-07-03', '2015-07-10')

Out[18]: DatetimeIndex(['2015-07-03', '2015-07-04', '2015-07-05', '2015-07-06',
                        '2015-07-07', '2015-07-08', '2015-07-09', '2015-07-10'],
                       dtype='datetime64[ns]', freq='D')
```

此外，日期范围不一定非是开始时间与结束时间，也可以是开始时间与周期数 periods：

```
In[19]: pd.date_range('2015-07-03', periods=8)

Out[19]: DatetimeIndex(['2015-07-03', '2015-07-04', '2015-07-05', '2015-07-06',
                        '2015-07-07', '2015-07-08', '2015-07-09', '2015-07-10'],
                       dtype='datetime64[ns]', freq='D')
```

你可以通过 freq 参数改变时间间隔，默认值是 D。例如，可以创建一个按小时变化的时间戳：

```
In[20]: pd.date_range('2015-07-03', periods=8, freq='H')

Out[20]: DatetimeIndex(['2015-07-03 00:00:00', '2015-07-03 01:00:00',
                        '2015-07-03 02:00:00', '2015-07-03 03:00:00',
                        '2015-07-03 04:00:00', '2015-07-03 05:00:00',
                        '2015-07-03 06:00:00', '2015-07-03 07:00:00'],
                       dtype='datetime64[ns]', freq='H')
```

如果要创建一个有规律的周期或时间间隔序列，有类似的函数 pd.period_range() 和 pd.timedelta_range()。下面是一个以月为周期的示例：

```
In[21]: pd.period_range('2015-07', periods=8, freq='M')

Out[21]:
PeriodIndex(['2015-07', '2015-08', '2015-09', '2015-10', '2015-11', '2015-12',
             '2016-01', '2016-02'],
            dtype='int64', freq='M')
```

以及一个以小时递增的序列：

```
In[22]: pd.timedelta_range(0, periods=10, freq='H')

Out[22]:
TimedeltaIndex(['00:00:00', '01:00:00', '02:00:00', '03:00:00', '04:00:00',
                '05:00:00', '06:00:00', '07:00:00', '08:00:00', '09:00:00'],
               dtype='timedelta64[ns]', freq='H')
```

掌握 Pandas 频率代码是使用所有这些时间序列创建方法的必要条件。接下来，我们将总结这些代码。

3.12.4　时间频率与偏移量

Pandas 时间序列工具的基础是时间频率或偏移量（offset）代码。就像之前见过的 D（day）和 H（hour）代码，我们可以用这些代码设置任意需要的时间间隔。表 3-7 总结了主要的频率代码。

表3-7：Pandas频率代码

代码	描述	代码	描述
D	天（calendar day，按日历算，含双休日）	B	天（business day，仅含工作日）
W	周（weekly）		
M	月末（month end）	BM	月末（business month end，仅含工作日）
Q	季末（quarter end）	BQ	季末（business quarter end，仅含工作日）
A	年末（year end）	BA	年末（business year end，仅含工作日）
H	小时（hours）	BH	小时（business hours，工作时间）
T	分钟（minutes）		
S	秒（seconds）		
L	毫秒（milliseonds）		
U	微秒（microseconds）		
N	纳秒（nanoseconds）		

月、季、年频率都是具体周期的结束时间（月末、季末、年末），而有一些以 S（start，开始）为后缀的代码表示日期开始（如表 3-8 所示）。

表3-8：带开始索引的频率代码

代码	频率
MS	月初（month start）
BMS	月初（business month start，仅含工作日）
QS	季初（quarter start）
BQS	季初（business quarter start，仅含工作日）
AS	年初（year start）
BAS	年初（business year start，仅含工作日）

另外，你可以在频率代码后面加三位月份缩写字母来改变季、年频率的开始时间。

- Q-JAN、BQ-FEB、QS-MAR、BQS-APR 等。
- A-JAN、BA-FEB、AS-MAR、BAS-APR 等。

同理，也可以在后面加三位星期缩写字母来改变一周的开始时间。

- W-SUN、W-MON、W-TUE、W-WED 等。

在这些代码的基础上，还可以将频率组合起来创建的新的周期。例如，可以用小时（H）和分钟（T）的组合来实现 2 小时 30 分钟：

```
In[23]: pd.timedelta_range(0, periods=9, freq="2H30T")

Out[23]:
TimedeltaIndex(['00:00:00', '02:30:00', '05:00:00', '07:30:00', '10:00:00',
                '12:30:00', '15:00:00', '17:30:00', '20:00:00'],
               dtype='timedelta64[ns]', freq='150T')
```

所有这些频率代码都对应 Pandas 时间序列的偏移量，具体内容可以在 pd.tseries.offsets 模块中找到。例如，可以用下面的方法直接创建一个工作日偏移序列：

```
In[24]: from pandas.tseries.offsets import BDay
        pd.date_range('2015-07-01', periods=5, freq=BDay())

Out[24]: DatetimeIndex(['2015-07-01', '2015-07-02', '2015-07-03', '2015-07-06',
                        '2015-07-07'],
                       dtype='datetime64[ns]', freq='B')
```

关于时间频率与偏移量的更多内容，请参考 Pandas 在线文档“Date Offset objects”（http://pandas.pydata.org/pandas-docs/stable/timeseries.html#dateoffset-objects）节。

3.12.5 重新取样、迁移和窗口

用日期和时间直观地组织与获取数据是 Pandas 时间序列工具最重要的功能之一。Pandas 不仅支持普通索引功能（合并数据时自动索引对齐、直观的数据切片和取值方法等），还专为时间序列提供了额外的操作。

下面让我们用一些股票数据来演示这些功能。由于 Pandas 最初是为金融数据模型服务的，因此可以用它非常方便地获取金融数据。例如，`pandas-datareader` 程序包（可以通过 `conda install pandas-datareader` 进行安装）知道如何从一些可用的数据源导入金融数据，包含 Yahoo 财经、Google 财经和其他数据源。下面来导入 Google 的历史股票价格：

```
In[25]: from pandas_datareader import data

        goog = data.DataReader('GOOG', start='2004', end='2016',
                               data_source='google')
        goog.head()

Out[25]:             Open   High    Low  Close  Volume
         Date
         2004-08-19  49.96  51.98  47.93  50.12     NaN
         2004-08-20  50.69  54.49  50.20  54.10     NaN
         2004-08-23  55.32  56.68  54.47  54.65     NaN
         2004-08-24  55.56  55.74  51.73  52.38     NaN
         2004-08-25  52.43  53.95  51.89  52.95     NaN
```

出于简化的目的，这里只用收盘价：

```
In[26]: goog = goog['Close']
```

设置 Matplotlib 之后，就可以通过 `plot()` 画出可视化图了（如图 3-5 所示）：

```
In[27]: %matplotlib inline
        import matplotlib.pyplot as plt
        import seaborn; seaborn.set()

In[28]: goog.plot();
```

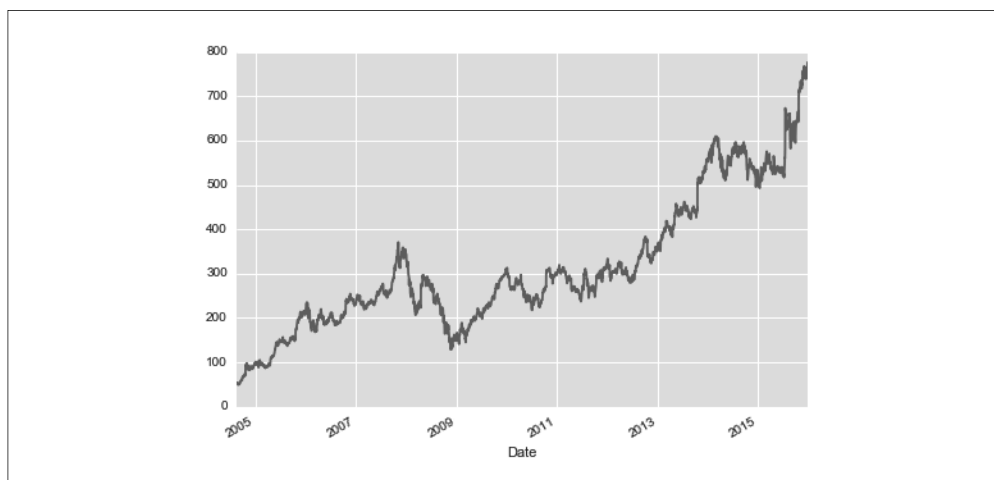


图 3-5：Google 收盘价随时间变化的趋势

1. 重新取样与频率转换

处理时间序列数据时，经常需要按照新的频率（更高频率、更低频率）对数据进行重新

取样。你可以通过 resample() 方法解决这个问题，或者用更简单的 asfreq() 方法。这两个方法的主要差异在于，resample() 方法是以**数据累计**（data aggregation）为基础，而 asfreq() 方法是以**数据选择**（data selection）为基础。

看到 Google 的收盘价之后，让我们用两种方法对数据进行向后取样（down-sample）。这里用年末（'BA'，最后一个工作日）对数据进行重新取样（如图 3-6 所示）：

```
In[29]: goog.plot(alpha=0.5, style='-')
        goog.resample('BA').mean().plot(style=':')
        goog.asfreq('BA').plot(style='--');
        plt.legend(['input', 'resample', 'asfreq'],
                   loc='upper left');
```

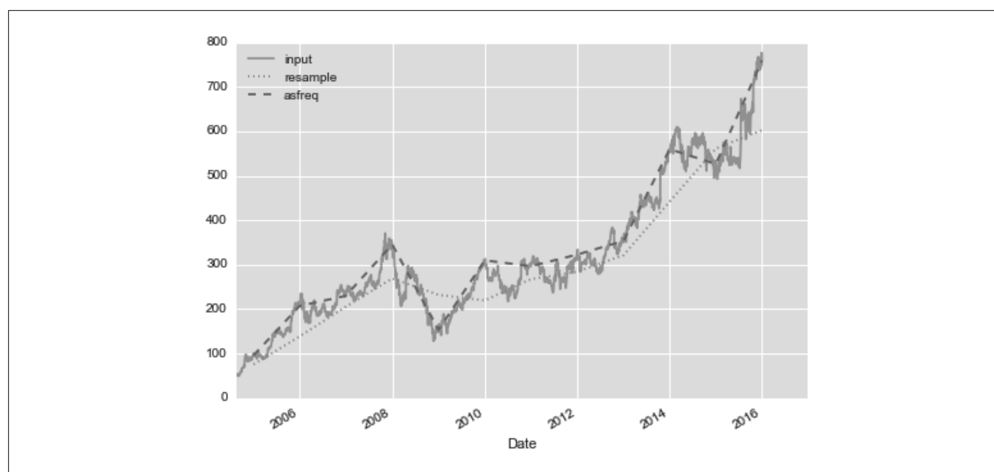


图 3-6：对 Google 股票收盘价进行重新取样

请注意这两种取样方法的差异：在每个数据点上，resample 反映的是**上一年的均值**，而 asfreq 反映的是**上一年最后一个工作日的收盘价**。

在进行向前取样（up-sampling）时，resample() 与 asfreq() 的用法大体相同，不过重新取样有许多种配置方式。操作时，两种方法都默认将向前取样作为缺失值处理，也就是说在里面填充 NaN。与前面介绍过的 pd.fillna() 函数类似，asfreq() 有一个 method 参数可以设置填充缺失值的方式。下面将对工作日数据按天进行重新取样（即包含周末），结果如图 3-7 所示：

```
In[30]: fig, ax = plt.subplots(2, sharex=True)
        data = goog.iloc[:10]

        data.asfreq('D').plot(ax=ax[0], marker='o')

        data.asfreq('D', method='bfill').plot(ax=ax[1], style='-o')
        data.asfreq('D', method='ffill').plot(ax=ax[1], style='--o')
        ax[1].legend(["back-fill", "forward-fill"]);
```

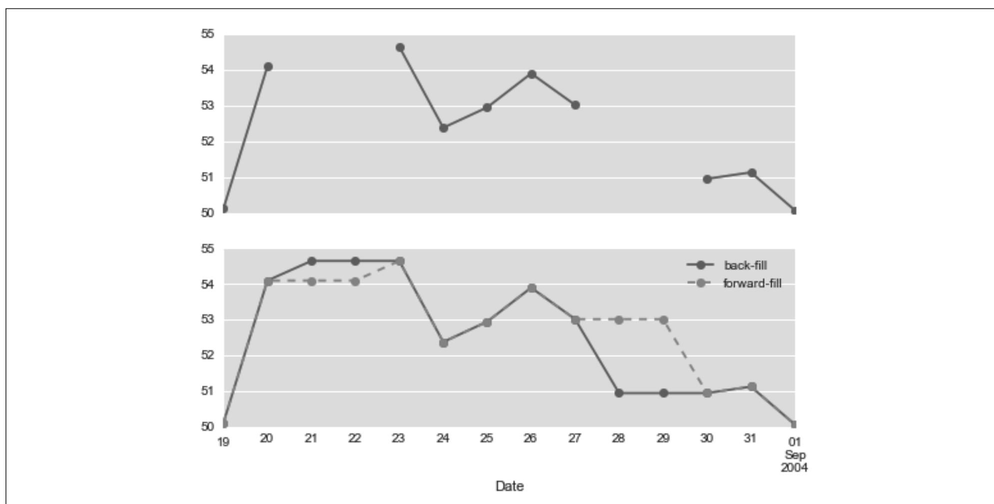


图 3-7：`asfreq()` 向前填充与向后填充缺失值的结果对比

上面那幅图是原始数据：非工作日的股价是缺失值，所以不会出现在图上。而下面那幅图通过向前填充与向后填充这两种方法填补了缺失值。

2. 时间迁移

另一种常用的时间序列操作是对数据按时间进行迁移。Pandas 有两种解决这类问题的方法：`shift()` 和 `tshift()`。简单来说，`shift()` 就是**迁移数据**，而 `tshift()` 就是**迁移索引**。两种方法都是按照频率代码进行迁移。

下面我们将用 `shift()` 和 `tshift()` 这两种方法让数据迁移 900 天（如图 3-8 所示）：

```
In[31]: fig, ax = plt.subplots(3, sharey=True)

        # 对数据应用时间频率，用向后填充解决缺失值
        goog = goog.asfreq('D', method='pad')

        goog.plot(ax=ax[0])
        goog.shift(900).plot(ax=ax[1])
        goog.tshift(900).plot(ax=ax[2])

        # 设置图例与标签
        local_max = pd.to_datetime('2007-11-05')
        offset = pd.Timedelta(900, 'D')

        ax[0].legend(['input'], loc=2)
        ax[0].get_xticklabels()[4].set(weight='heavy', color='red')
        ax[0].axvline(local_max, alpha=0.3, color='red')

        ax[1].legend(['shift(900)'], loc=2)
        ax[1].get_xticklabels()[4].set(weight='heavy', color='red')
        ax[1].axvline(local_max + offset, alpha=0.3, color='red')

        ax[2].legend(['tshift(900)'], loc=2)
```

```
ax[2].get_xticklabels()[1].set(weight='heavy', color='red')
ax[2].axvline(local_max + offset, alpha=0.3, color='red');
```

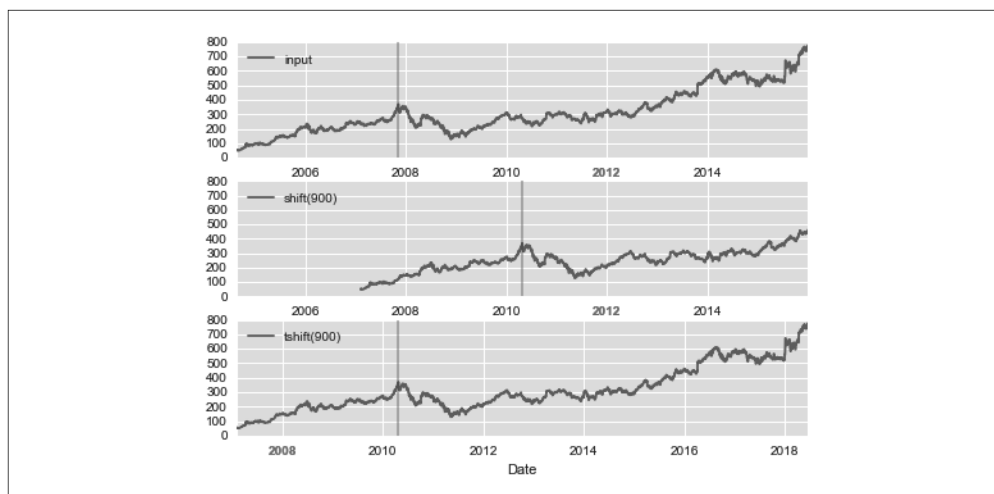


图 3-8：对比 `shift` 与 `tshift` 方法

我们会发现，`shift(900)` 将**数据**向前推进了 900 天，这样图形中的一段就消失了（最左侧就变成了缺失值），而 `tshift(900)` 方法是将**时间索引值**向前推进了 900 天。

这类迁移方法的常见使用场景就是计算数据在不同时段的差异。例如，我们可以用迁移后的值来计算 Google 股票一年期的投资回报率（如图 3-9 所示）：

```
In[32]: ROI = 100 * (goog.tshift(-365) / goog - 1)
        ROI.plot()
        plt.ylabel('% Return on Investment');
```

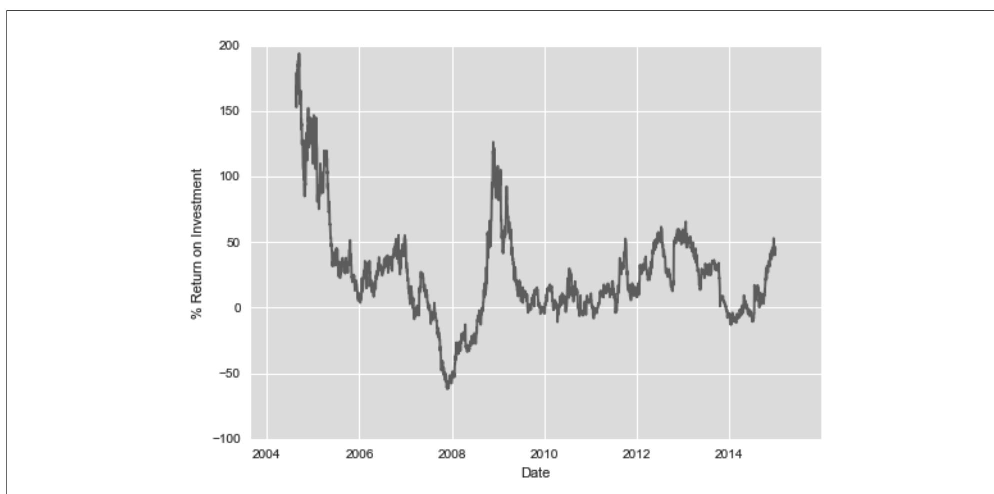


图 3-9：Google 股票价格当期的投资回报率

这可以帮助我们观察 Google 股票的总体特征：从图中可以看出，Google 的股票在 IPO 刚刚成功之后最值得投资（图里的趋势很直观），在 2009 年年中开始衰退。

3. 移动时间窗口

Pandas 处理时间序列数据的第 3 种操作是移动统计值（rolling statistics）。这些指标可以通过 `Series` 和 `DataFrame` 的 `rolling()` 属性来实现，它会返回与 `groupby` 操作类似的结果（详情请参见 3.9 节）。移动视图（rolling view）使得许多累计操作成为可能。

例如，可以通过下面的代码获取 Google 股票收盘价的一年期移动平均值和标准差（如图 3-10 所示）：

```
In[33]: rolling = goog.rolling(365, center=True)

        data = pd.DataFrame({'input': goog,
                             'one-year rolling_mean': rolling.mean(),
                             'one-year rolling_std': rolling.std()})
        ax = data.plot(style=['-', '--', ':'])
        ax.lines[0].set_alpha(0.3)
```

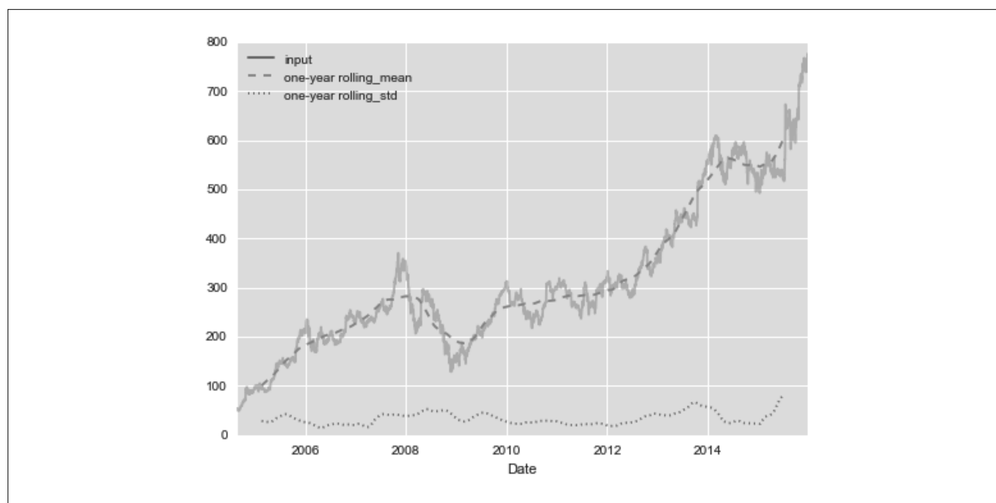


图 3-10：Google 股票收盘价的移动统计值

与 `groupby` 操作一样，`aggregate()` 和 `apply()` 方法都可以用来自定义移动计算。

3.12.6 更多学习资料

在这一节中，我们只是简单总结了 Pandas 时间序列工具的一些最常用功能，更详细的介绍请参考 Pandas 在线文档“Time Series / Date”（http://pandas.pydata.org/pandas-docs/stable/timeseries.html）节。

另一个优秀的资源是 Wes McKinney（Pandas 创建者）所著的《利用 Python 进行数据分析》。虽然这本书已经有些年头了，但仍然是学习 Pandas 的好资源，尤其是这本书重点介

绍了时间序列工具在商业与金融业务中的应用，作者用大量笔墨介绍了工作日历、时区和相关主题的具体内容。

你当然可以用 IPython 的帮助功能来浏览和深入探索上面介绍过的函数与方法，我个人认为这是学习各种 Python 工具的最佳途径。

3.12.7　案例：美国西雅图自行车统计数据的可视化

下面来介绍一个比较复杂的时间序列数据，统计自 2012 年以来每天经过美国西雅图弗莱蒙特桥（http://www.openstreetmap.org/#map=17/47.64813/-122.34965）上的自行车的数量，数据由安装在桥东西两侧人行道的传感器采集。小时统计数据可以在 http://data.seattle.gov/ 下载，还有一个数据集的直接下载链接 https://data.seattle.gov/Transportation/Fremont-Bridge-Hourly-Bicycle-Counts-by-Month-Octo/65db-xm6k。

截至 2016 年夏，CSV 数据可以用以下命令下载：

```
In[34]:
# !curl -o FremontBridge.csv
# https://data.seattle.gov/api/views/65db-xm6k/rows.csv?accessType=DOWNLOAD
```

下好数据之后，可以用 Pandas 读取 CSV 文件获取一个 `DataFrame`。我们将 `Date` 作为时间索引，并希望这些日期可以被自动解析：

```
In[35]:
data = pd.read_csv('FremontBridge.csv', index_col='Date', parse_dates=True)
data.head()

Out[35]:                     Fremont Bridge West Sidewalk  \\
         Date
         2012-10-03 00:00:00                           4.0
         2012-10-03 01:00:00                           4.0
         2012-10-03 02:00:00                           1.0
         2012-10-03 03:00:00                           2.0
         2012-10-03 04:00:00                           6.0

                              Fremont Bridge East Sidewalk
         Date
         2012-10-03 00:00:00                           9.0
         2012-10-03 01:00:00                           6.0
         2012-10-03 02:00:00                           1.0
         2012-10-03 03:00:00                           3.0
         2012-10-03 04:00:00                           1.0
```

为了方便后面的计算，缩短数据集的列名，并新增一个 `Total` 列：

```
In[36]: data.columns = ['West', 'East']
        data['Total'] = data.eval('West + East')
```

现在来看看这三列的统计值：

```
In[37]: data.dropna().describe()

Out[37]:                West          East         Total
```

```
count  33544.000000  33544.000000  33544.000000
mean      61.726568     53.541706    115.268275
std       83.210813     76.380678    144.773983
min        0.000000      0.000000      0.000000
25%        8.000000      7.000000     16.000000
50%       33.000000     28.000000     64.000000
75%       80.000000     66.000000    151.000000
max      825.000000    717.000000   1186.000000
```

1. 数据可视化

通过可视化，我们可以对数据集有一些直观的认识。先为原始数据画图（如图 3-11 所示）：

```
In[38]: %matplotlib inline
        import seaborn; seaborn.set()

In[39]: data.plot()
        plt.ylabel('Hourly Bicycle Count');
```

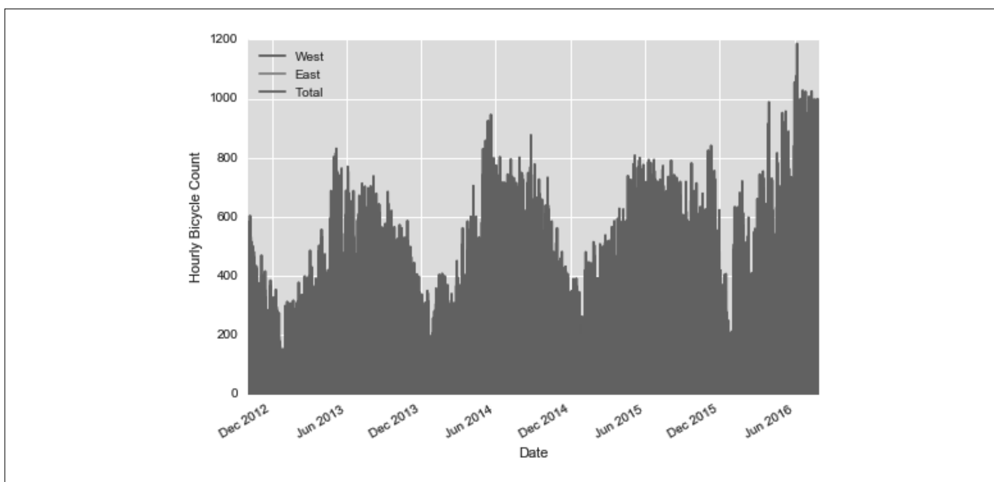


图 3-11：弗莱蒙特桥每小时通行的自行车数量

在图中显示大约 25 000 小时的样本数据对我们来说实在太多了，因此可以通过重新取样将数据转换成更大的颗粒度，比如按周累计（如图 3-12 所示）：

```
In[40]: weekly = data.resample('W').sum()
        weekly.plot(style=[':', '--', '-'])
        plt.ylabel('Weekly bicycle count');
```

这就显示出一些季节性的特征了。正如你所想，夏天骑自行车的人比冬天多，而且某个季节中每一周的自行车数量也在变化（可能与天气有关，详情请参见 5.6 节）。

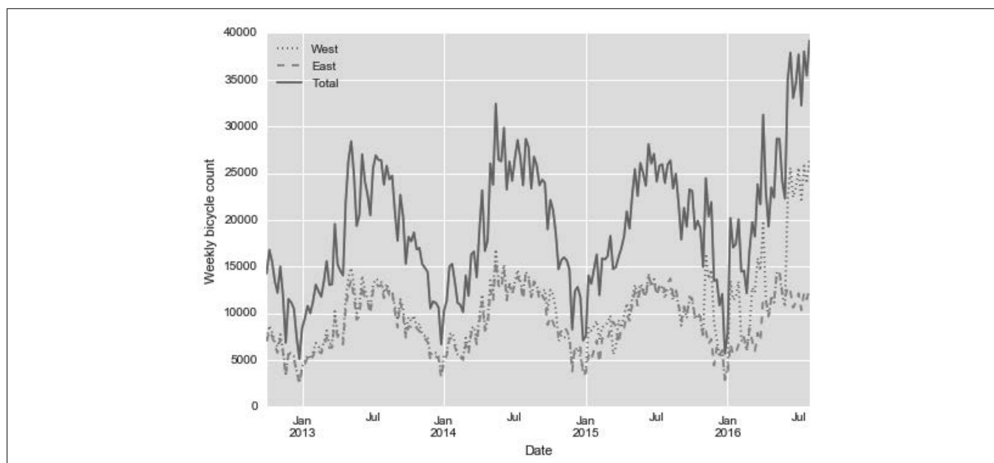


图 3-12：弗莱蒙特桥每周通行的自行车数量

另一种对数据进行累计的简便方法是用 pd.rolling_mean()[4] 函数求移动平均值。下面将计算数据的 30 日移动均值，并让图形在窗口居中显示（center=True）（如图 3-13 所示）：

```
In[41]: daily = data.resample('D').sum()
        daily.rolling(30, center=True).mean().plot(style=[':', '--', '-'])
        plt.ylabel('mean of 30 days count');
```

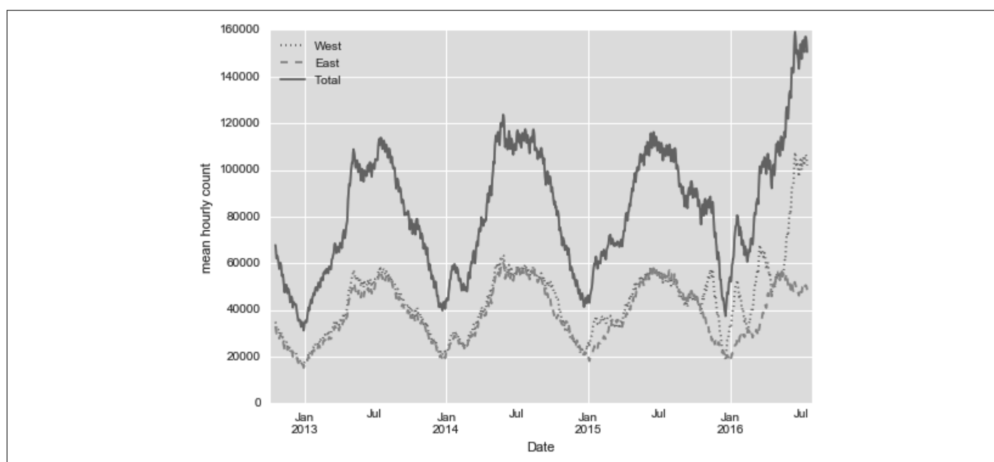


图 3-13：每 30 日自行车的移动日均值

由于窗口太小，现在的图形还不太平滑。我们可以用另一个移动均值的方法获得更平滑的

注 4：原书代码与正文不符。作者在正文中说“用 pd.rolling_meaning() 函数”，但作者代码中 daily.rolling(30,center=True).sum() 等价于 pd.rolling_sum()。另外，Pandas 文档提到，pd.rolling_mean 方法即将被废弃，用 DataFrame.rolling(center=False,window=D).mean() 的形式代替 pd.rolling_mean()。考虑到原文图题是“30 天自行车数量”，因此按照 30 天的日均值作相应的修改。——译者注

图形，例如高斯分布时间窗口。下面的代码（可视化后如图 3-14 所示）将设置窗口的宽度（选择 50 天）和窗口内高斯平滑的宽度（选择 10 天）：

```
In[42]:
daily.rolling(50, center=True,
              win_type='gaussian').sum(std=10).plot(style=[':', '--', '-']);
```

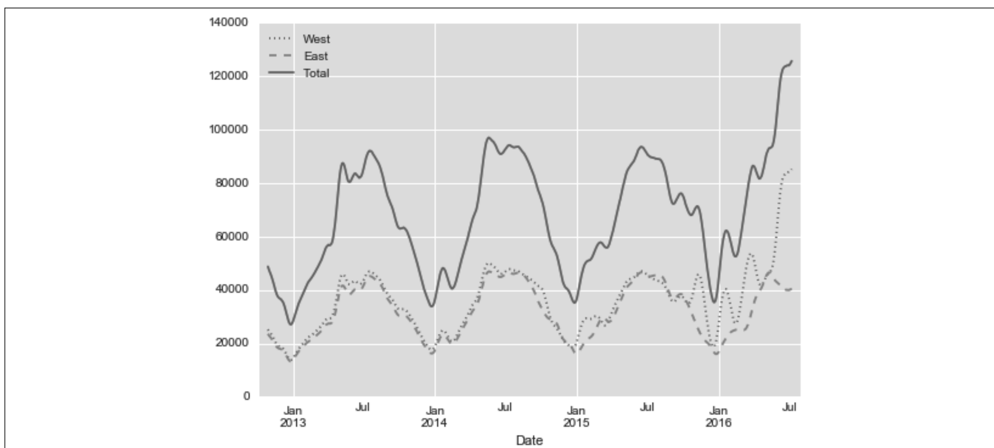


图 3-14：用高斯平滑方法处理每周自行车的移动均值

2. 深入挖掘数据

虽然我们已经从图 3-14 的平滑数据图观察到了数据的总体趋势，但是它们还隐藏了一些有趣的特征。例如，我们可能希望观察单日内的小时均值流量，这可以通过 GroupBy（详情请参见 3.9 节）操作来解决（如图 3-15 所示）：

```
In[43]: by_time = data.groupby(data.index.time).mean()
        hourly_ticks = 4 * 60 * 60 * np.arange(6)
        by_time.plot(xticks=hourly_ticks, style=[':', '--', '-']);
```

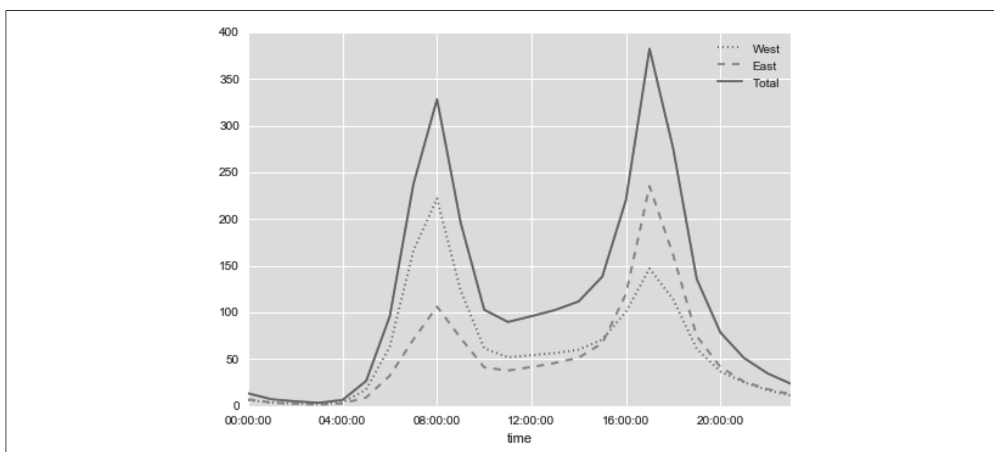


图 3-15：每小时的自行车流量

小时均值流量呈现出十分明显的双峰分布特征，早间峰值在上午 8 点，晚间峰值在下午 5 点。这充分反映了过桥上下班往返自行车流量的特征。进一步分析会发现，桥西的高峰在早上（因为人们每天会到西雅图的市中心上班），而桥东的高峰在下午（下班再从市中心离开）。

我们可能还会对周内每天的变化产生兴趣，这时依然可以通过一个简单的 groupby 来实现（如图 3-16 所示）：

```
In[44]: by_weekday = data.groupby(data.index.dayofweek).mean()
        by_weekday.index = ['Mon', 'Tues', 'Wed', 'Thurs', 'Fri', 'Sat', 'Sun']
        by_weekday.plot(style=[':', '--', '-']);
```

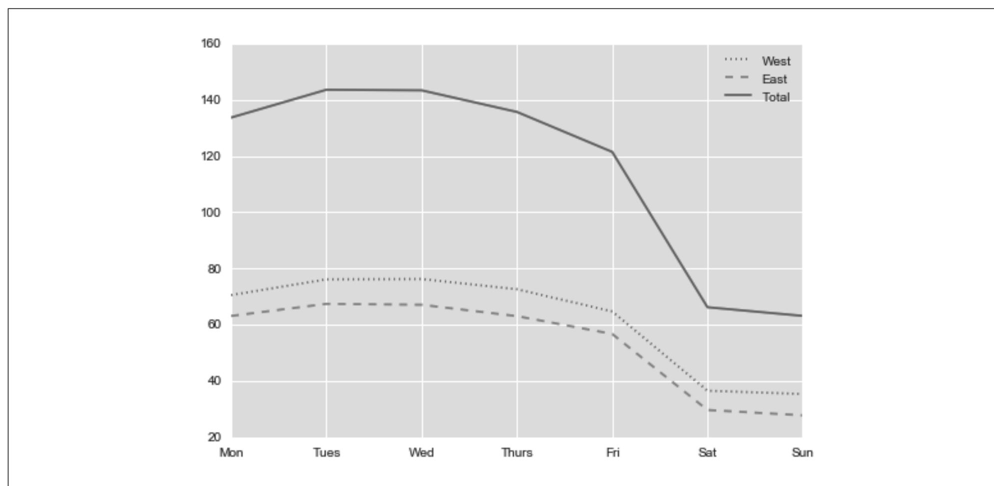


图 3-16：每周每天的自行车流量

工作日与周末的自行车流量差十分显著，周一到周五通过的自行车差不多是周六、周日的两倍。

看到这个特征之后，让我们用一个复合 groupby 来观察一周内工作日与双休日每小时的数据。用一个标签表示双休日和工作日的不同小时：

```
In[45]: weekend = np.where(data.index.weekday < 5, 'Weekday', 'Weekend')
        by_time = data.groupby([weekend, data.index.time]).mean()
```

现在用一些 Matplotlib 工具（详情请参见 4.10 节）画出两张图（如图 3-17 所示）：

```
In[46]: import matplotlib.pyplot as plt
        fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(14, 5))
        by_time.ix['Weekday'].plot(ax=ax[0], title='Weekdays',
                                   xticks=hourly_ticks, style=[':', '--', '-'])
        by_time.ix['Weekend'].plot(ax=ax[1], title='Weekends',
                                   xticks=hourly_ticks, style=[':', '--', '-']);
```

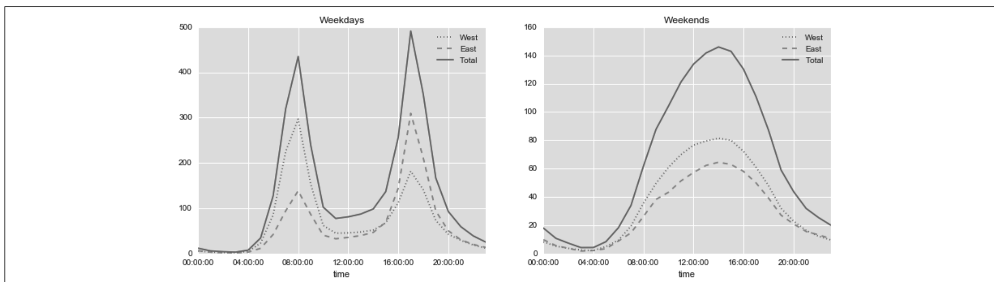


图 3-17：工作日与双休日每小时的自行车流量

结果很有意思，我们会发现工作日的自行车流量呈双峰通勤模式（bimodal commute pattern），而到了周末就变成了单峰娱乐模式（unimodal recreational pattern）。假如继续挖掘数据应该还会发现更多有趣的信息，比如研究天气、温度、一年中的不同时间以及其他因素对人们通勤模式的影响。关于更深入的分析内容，请参考我的博文"Is Seattle Really Seeing an Uptick In Cycling?"（https://jakevdp.github.io/blog/2014/06/10/is-seattle-really-seeing-an-uptick-in-cycling/），里面用数据的子集作了一些分析。我们将在 5.6 节继续使用这个数据集。

3.13 高性能Pandas：eval()与query()

前面的章节已经介绍过，Python 数据科学生态环境的强大力量建立在 NumPy 与 Pandas 的基础之上，并通过直观的语法将基本操作转换成 C 语言：在 NumPy 里是向量化 / 广播运算，在 Pandas 里是分组型的运算。虽然这些抽象功能可以简洁高效地解决许多问题，但是它们经常需要创建临时中间对象，这样就会占用大量的计算时间与内存。

Pandas 从 0.13 版开始（2014 年 1 月）就引入了实验性工具，让用户可以直接运行 C 语言速度的操作，不需要十分费力地配置中间数组。它们就是 `eval()` 和 `query()` 函数，都依赖于 Numexpr (https://github.com/pydata/numexpr) 程序包。我们将在下面的 Notebook 中演示其用法，并介绍一些使用时的注意事项。

3.13.1 query()与eval()的设计动机：复合代数式

前面已经介绍过，NumPy 与 Pandas 都支持快速的向量化运算。例如，你可以对下面两个数组进行求和：

```
In[1]: import numpy as np
       rng = np.random.RandomState(42)
       x = rng.rand(1E6)
       y = rng.rand(1E6)
       %timeit x + y

100 loops, best of 3: 3.39 ms per loop
```

就像在 2.3 节介绍的那样，这样做比普通的 Python 循环或列表综合要快很多：

```
In[2]:
%timeit np.fromiter((xi + yi for xi, yi in zip(x, y)),
```

```
                    dtype=x.dtype, count=len(x))

1 loop, best of 3: 266 ms per loop
```

但是这种运算在处理复合代数式（compound expression）问题时的效率比较低，例如下面的表达式：

```
In[3]: mask = (x > 0.5) & (y < 0.5)
```

由于 NumPy 会计算每一个代数子式，因此这个计算过程等价于：

```
In[4]: tmp1 = (x > 0.5)
       tmp2 = (y < 0.5)
       mask = tmp1 & tmp2
```

也就是说，**每段中间过程都需要显式地分配内存**。如果 x 数组和 y 数组非常大，这么运算就会占用大量的时间和内存消耗。Numexpr 程序库可以让你在不为中间过程分配全部内存的前提下，完成元素到元素的复合代数式运算。虽然 Numexpr 文档（https://github.com/pydata/numexpr）里提供了更详细的内容，但是简单点儿说，这个程序库其实就是用一个 NumPy 风格的**字符串**代数式进行运算：

```
In[5]: import numexpr
       mask_numexpr = numexpr.evaluate('(x > 0.5) & (y < 0.5)')
       np.allclose(mask, mask_numexpr)

Out[5]: True
```

这么做的好处是，由于 Numexpr 在计算代数式时不需要为临时数组分配全部内存，因此计算比 NumPy 更高效，尤其适合处理大型数组。马上要介绍的 Pandas 的 `eval()` 和 `query()` 工具其实也是基于 Numexpr 实现的。

3.13.2 用pandas.eval()实现高性能运算

Pandas 的 `eval()` 函数用字符串代数式实现了 `DataFrame` 的高性能运算，例如下面的 `DataFrame`：

```
In[6]: import pandas as pd
       nrows, ncols = 100000, 100
       rng = np.random.RandomState(42)
       df1, df2, df3, df4 = (pd.DataFrame(rng.rand(nrows, ncols))
                             for i in range(4))
```

如果要用普通的 Pandas 方法计算四个 `DataFrame` 的和，可以这么写：

```
In[7]: %timeit df1 + df2 + df3 + df4

10 loops, best of 3: 87.1 ms per loop
```

也可以通过 `pd.eval` 和字符串代数式计算并得出相同的结果：

```
In[8]: %timeit pd.eval('df1 + df2 + df3 + df4')

10 loops, best of 3: 42.2 ms per loop
```

这个 eval() 版本的代数式比普通方法快一倍（而且内存消耗更少），结果也是一样的：

```
In[9]: np.allclose(df1 + df2 + df3 + df4,
                   pd.eval('df1 + df2 + df3 + df4'))

Out[9]: True
```

pd.eval()支持的运算

从 Pandas v0.16 版开始，pd.eval() 就支持许多运算了。为了演示这些运算，创建一个整数类型的 DataFrame：

```
In[10]: df1, df2, df3, df4, df5 = (pd.DataFrame(rng.randint(0, 1000, (100, 3)))
                                   for i in range(5))
```

(1) **算术运算符**。pd.eval() 支持所有的算术运算符，例如：

```
In[11]: result1 = -df1 * df2 / (df3 + df4) - df5
        result2 = pd.eval('-df1 * df2 / (df3 + df4) - df5')
        np.allclose(result1, result2)

Out[11]: True
```

(2) **比较运算符**。pd.eval() 支持所有的比较运算符，包括链式代数式（chained expression）：

```
In[12]: result1 = (df1 < df2) & (df2 <= df3) & (df3 != df4)
        result2 = pd.eval('df1 < df2 <= df3 != df4')
        np.allclose(result1, result2)

Out[12]: True
```

(3) **位运算符**。pd.eval() 支持 &（与）和 |（或）等位运算符：

```
In[13]: result1 = (df1 < 0.5) & (df2 < 0.5) | (df3 < df4)
        result2 = pd.eval('(df1 < 0.5) & (df2 < 0.5) | (df3 < df4)')
        np.allclose(result1, result2)

Out[13]: True
```

另外，你还可以在布尔类型的代数式中使用 and 和 or 等字面值：

```
In[14]: result3 = pd.eval('(df1 < 0.5) and (df2 < 0.5) or (df3 < df4)')
        np.allclose(result1, result3)

Out[14]: True
```

(4) **对象属性与索引**。pd.eval() 可以通过 obj.attr 语法获取对象属性，通过 obj[index] 语法获取对象索引：

```
In[15]: result1 = df2.T[0] + df3.iloc[1]
        result2 = pd.eval('df2.T[0] + df3.iloc[1]')
        np.allclose(result1, result2)

Out[15]: True
```

(5) **其他运算**。目前 pd.eval() 还**不**支持函数调用、条件语句、循环以及更复杂的运算。如果你想要进行这些运算，可以借助 Numexpr 来实现。

3.13.3　用DataFrame.eval()实现列间运算

由于 pd.eval() 是 Pandas 的顶层函数，因此 DataFrame 有一个 eval() 方法可以做类似的运算。使用 eval() 方法的好处是可以借助**列名称**进行运算，示例如下：

```
In[16]: df = pd.DataFrame(rng.rand(1000, 3), columns=['A', 'B', 'C'])
        df.head()

Out[16]:           A         B         C
         0  0.375506  0.406939  0.069938
         1  0.069087  0.235615  0.154374
         2  0.677945  0.433839  0.652324
         3  0.264038  0.808055  0.347197
         4  0.589161  0.252418  0.557789
```

如果用前面介绍的 pd.eval()，就可以通过下面的代数式计算这三列：

```
In[17]: result1 = (df['A'] + df['B']) / (df['C'] - 1)
        result2 = pd.eval("(df.A + df.B) / (df.C - 1)")
        np.allclose(result1, result2)

Out[17]: True
```

而 DataFrame.eval() 方法可以通过列名称实现简洁的代数式：

```
In[18]: result3 = df.eval('(A + B) / (C - 1)')
        np.allclose(result1, result3)

Out[18]: True
```

请注意，这里用**列名称作为变量**来计算代数式，结果同样是正确的。

1. 用DataFrame.eval()新增列

除了前面介绍的运算功能，DataFrame.eval() 还可以创建新的列。还用前面的 DataFrame 来演示，列名是 'A'、'B' 和 'C':

```
In[19]: df.head()

Out[19]:           A         B         C
         0  0.375506  0.406939  0.069938
         1  0.069087  0.235615  0.154374
         2  0.677945  0.433839  0.652324
         3  0.264038  0.808055  0.347197
         4  0.589161  0.252418  0.557789
```

可以用 df.eval() 创建一个新的列 'D'，然后赋给它其他列计算的值：

```
In[20]: df.eval('D = (A + B) / C', inplace=True)
        df.head()

Out[20]:           A         B         C          D
         0  0.375506  0.406939  0.069938  11.187620
         1  0.069087  0.235615  0.154374   1.973796
         2  0.677945  0.433839  0.652324   1.704344
         3  0.264038  0.808055  0.347197   3.087857
         4  0.589161  0.252418  0.557789   1.508776
```

还可以修改已有的列：

```
In[21]: df.eval('D = (A - B) / C', inplace=True)
        df.head()

Out[21]:           A         B         C         D
         0  0.375506  0.406939  0.069938 -0.449425
          1  0.069087  0.235615  0.154374 -1.078728
          2  0.677945  0.433839  0.652324  0.374209
          3  0.264038  0.808055  0.347197 -1.566886
          4  0.589161  0.252418  0.557789  0.603708
```

2. DataFrame.eval()使用局部变量

DataFrame.eval() 方法还支持通过 @ 符号使用 Python 的局部变量，如下所示：

```
In[22]: column_mean = df.mean(1)
        result1 = df['A'] + column_mean
        result2 = df.eval('A + @column_mean')
        np.allclose(result1, result2)

Out[22]: True
```

@ 符号表示“这是一个**变量名称**而不是一个**列名称**”，从而让你灵活地用两个“命名空间”的资源（列名称的命名空间和 Python 对象的命名空间）计算代数式。需要注意的是，@ 符号只能在 DataFrame.eval() **方法**中使用，而不能在 pandas.eval() **函数**中使用，因为 pandas.eval() 函数只能获取一个（Python）命名空间的内容。

3.13.4 DataFrame.query()方法

DataFrame 基于字符串代数式的运算实现了另一个方法，被称为 query()，例如：

```
In[23]: result1 = df[(df.A < 0.5) & (df.B < 0.5)]
        result2 = pd.eval('df[(df.A < 0.5) & (df.B < 0.5)]')
        np.allclose(result1, result2)

Out[23]: True
```

和前面介绍过的 DataFrame.eval() 一样，这是一个用 DataFrame 列创建的代数式，但是不能用 DataFrame.eval() 语法[5]。不过，对于这种过滤运算，你可以用 query() 方法：

```
In[24]: result2 = df.query('A < 0.5 and B < 0.5')
        np.allclose(result1, result2)

Out[24]: True
```

除了计算性能更优之外，这种方法的语法也比掩码代数式语法更好理解。需要注意的是，query() 方法也支持用 @ 符号引用局部变量：

```
In[25]: Cmean = df['C'].mean()
        result1 = df[(df.A < Cmean) & (df.B < Cmean)]
        result2 = df.query('A < @Cmean and B < @Cmean')
```

注 5：因为你要的结果是包含 DataFrame 的全部列。——译者注

```
        np.allclose(result1, result2)

Out[25]: True
```

3.13.5　性能决定使用时机

在考虑要不要用这两个函数时，需要思考两个方面：**计算时间**和**内存消耗**，而内存消耗是更重要的影响因素。就像前面介绍的那样，每个涉及 NumPy 数组或 Pandas 的 `DataFrame` 的复合代数式都会产生临时数组，例如：

```
In[26]: x = df[(df.A < 0.5) & (df.B < 0.5)]
```

它基本等价于：

```
In[27]: tmp1 = df.A < 0.5
        tmp2 = df.B < 0.5
        tmp3 = tmp1 & tmp2
        x = df[tmp3]
```

如果临时 `DataFrame` 的内存需求比你的系统内存还大（通常是几吉字节），那么最好还是使用 `eval()` 和 `query()` 代数式。你可以通过下面的方法大概估算一下变量的内存消耗：

```
In[28]: df.values.nbytes

Out[28]: 32000
```

在性能方面，即使你没有使用最大的系统内存，`eval()` 的计算速度也比普通方法快。现在的性能瓶颈变成了临时 `DataFrame` 与系统 CPU 的 L1 和 L2 缓存（在 2016 年依然是几兆字节）之间的对比了——如果系统缓存足够大，那么 `eval()` 就可以避免在不同缓存间缓慢地移动临时文件。在实际工作中，我发现普通的计算方法与 `eval/query` 计算方法在计算时间上的差异并非总是那么明显，普通方法在处理较小的数组时反而速度更快！ `eval/query` 方法的优点主要是节省内存，有时语法也更加简洁。

我们已经介绍了 `eval()` 与 `query()` 的绝大多数细节，若想了解更多的信息，请参考 Pandas 文档。尤其需要注意的是，可以通过设置不同的解析器和引擎来执行这些查询，相关细节请参考 Pandas 文档中“Enhancing Performance”（http://pandas.pydata.org/pandas-docs/dev/enhancingperf.html）节。

3.14　参考资料

在这一章中，我们介绍了许多关于如何通过 Pandas 实现高效数据分析的基础知识。但因篇幅有限，仍有许多知识无法介绍到。如果你想学习更多的 Pandas 知识，推荐参考下面的资源。

Pandas *在线文档*（http://pandas.pydata.org/）

　　这是 Pandas 程序包最详细的文档。虽然文档中的示例都是在处理小数据集，但是它们内容完整、功能全面，对于理解各种函数非常有用。

《利用 Python 进行数据分析》

这是 Wes McKinney（Pandas 创建者）的著作，里面介绍了许多本章没有介绍的 Pandas 知识，非常详细。值得一提的是，由于作者曾经是一名金融分析师，因此他深刻论述了用 Pandas 处理时间序列的工具。这本书中还有许多有趣的示例，通过 Pandas 探索真实数据集的规律。但需要注意的是，由于这本书已经有些年头，而 Pandas 程序包作为开源项目，发展速度很快，所以许多新特性书中并没有介绍（作者在博客透露 2017 年会出新版）。

Stack Overflow 网站的 Pandas 话题（http://stackoverflow.com/questions/tagged/pandas）

Pandas 的用户很多，只有你有问题，就可以到 Stack Overflow 上看看别人是不是已经问过同样的问题。使用 Pandas 的过程中，Google 等搜索引擎也必不可少。在你最喜欢的搜索引擎中敲入遇到的问题或异常，可能会得到比 Stack Overflow 上更多的答案。

PyVideo 上关于 Pandas 的教学视频（http://pyvideo.org/tag/pandas/）

从 PyCon 到 SciPy 再到 PyData，许多会议都有 Pandas 开发者和专家分享的教程。PyCon 的教程特别受欢迎，好评最多。

希望通过本章的内容和这些资源，可以让你学会如何通过 Pandas 解决工作中遇到的所有数据分析问题！

第 4 章

Matplotlib数据可视化

本章将详细介绍使用 Python 的 Matplotlib 工具实现数据可视化的方法。Matplotlib 是建立在 NumPy 数组基础上的多平台数据可视化程序库，最初被设计用于完善 SciPy 的生态环境。John Hunter 在 2002 年提出了 Matplotlib 的构思——希望通过一个 IPython 的补丁，让 IPython 命令行可以用 gnuplot 画出类似 MATLAB 风格的交互式图形。但那时 IPython 的作者 Fernando Perez 正忙着写博士论文，就对 John 说自己最近几个月都没时间审核补丁。John 倒觉得是个机会，就把补丁做成了 Matplotlib 程序包，于 2003 年发布了 0.1 版。后来，美国太空望远镜科学研究所（Space Telescope Science Institute，STScI，哈勃望远镜背后的团队，位于约翰霍普金斯大学）选择它作为了画图程序包，并一直为 Matplotlib 开发团队提供资金支持，从而大大扩展了 Matplotlib 的功能。

Matplotlib 最重要的特性之一就是具有良好的操作系统兼容性和图形显示底层接口兼容性（graphics backend）。Matplotlib 支持几十种图形显示接口与输出格式，这使得用户无论在哪种操作系统上都可以输出自己想要的图形格式。这种跨平台、面面俱到的特点已经成为 Matplotlib 最强大的功能之一，Matplotlib 也因此吸引了大量用户，进而形成了一个活跃的开发者团队，晋升为 Python 科学领域不可或缺的强大武器。

然而近几年，Matplotlib 的界面与风格似乎有点跟不上时代。新的画图工具，如 R 语言中的 ggplot 和 ggvis，都开始使用 D3js 和 HTML5 canvas 构建的网页可视化工具。相比之下，Matplotlib 更显沧桑。但我觉得我们仍然不能放弃 Matplotlib 这样一个功能完善、跨平台的画图引擎。目前，新版的 Matplotlib 已经可以轻松实现主流的绘图风格（详情请参见 4.13 节），人们不断在 Matplotlib 的基础上开发出新的程序包，实现更加简洁、现代化的 API，例如 Seaborn（详情请参见 4.16 节）、ggplot（http://yhat.github.io/ggplot）、HoloViews（http://holoviews.org）、Altair（http://altair-viz.github.io），以及 Pandas 对 Matplotlib 的 API 封装的画图功能。虽然已经有了封装后的高级工具，但是掌握 Matplotlib 的语法更能让你灵活地控制最终的图形结果。因此，即使新工具的出现说明社区正在逐渐放弃直接使用底

层的 Matplotlib API 画图的做法，但我依然觉得 Matplotlib 是数据可视化技术中不可或缺的一环。

4.1 Matplotlib常用技巧

在深入学习 Matplotlib 数据可视化的功能之前，你需要知道几个 Matplotlib 的使用技巧。

4.1.1 导入Matplotlib

就像之前用 `np` 作为 NumPy 的简写形式、`pd` 作为 Pandas 的简写形式一样，我们也可以在导入 Matplotlib 时用一些它常用的简写形式：

```
In[1]: import matplotlib as mpl
       import matplotlib.pyplot as plt
```

`plt` 是最常用的接口，在本章后面的内容中会经常用到。

4.1.2 设置绘图样式

我们将使用 `plt.style` 来选择图形的绘图风格。现在选择经典（`classic`）风格，这样画出的图就都是经典的 Matplotlib 风格了：

```
In[2]: plt.style.use('classic')
```

在后面的内容中，我们将根据需要调整绘图风格。Matplotlib 在 1.5 版之后开始支持不同的风格列表（stylesheets）。如果你用的 Matplotlib 版本较旧，那么就只能使用默认的绘图风格。关于风格列表的更多信息，请参见 4.13 节。

4.1.3 用不用show()？如何显示图形

如果数据可视化图不能被看见，那就一点儿用也没有了。但如何显示你的图形，就取决于具体的开发环境了。Matplotlib 的最佳实践与你使用的开发环境有关。简单来说，就是有三种开发环境，分别是脚本、IPython shell 和 IPython Notebook。

1. 在脚本中画图

如果你在一个脚本文件中使用 Matplotlib，那么显示图形的时候必须使用 `plt.show()`。`plt.show()` 会启动一个事件循环（event loop），并找到所有当前可用的图形对象，然后打开一个或多个交互式窗口显示图形。

例如，你现在有一个名为 myplot.py 的文件，代码如下所示：

```
# ------- file: myplot.py ------
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

x = np.linspace(0, 10, 100)

plt.plot(x, np.sin(x))
```

```
plt.plot(x, np.cos(x))

plt.show()
```

你可以从命令行工具中执行这个脚本，然后会看到一个新窗口，里面会显示你的图形：

```
$ python myplot.py
```

`plt.show()` 这行代码在后面完成了许多事情，它需要与你使用的操作系统的图形显示接口进行交互。虽然具体的操作细节会因操作系统和安装过程不同而有很大的差异，但是 Matplotlib 为你隐藏了所有的细节，非常省心。

不过有一点需要注意，一个 Python 会话（session）中**只能**使用一次 `plt.show()`，因此通常都把它放在脚本的最后。多个 `plt.show()` 命令会导致难以预料的显示异常，应该尽量避免。

2. 在IPython shell中画图

在 IPython shell 中交互式地使用 Matplotlib 画图非常方便（详情请参见第 1 章），在 IPython 启动 Matplotlib 模式就可以使用它。为了启用这个模式，你需要在启动 `ipython` 后使用 `%matplotlib` 魔法命令：

```
In [1]: %matplotlib
Using matplotlib backend: TkAgg

In [2]: import matplotlib.pyplot as plt
```

此后的任何 `plt` 命令都会自动打开一个图形窗口，增加新的命令，图形就会更新。有一些变化（例如改变已经画好的线条属性）不会自动及时更新；对于这些变化，可以使用 `plt.draw()` 强制更新。在 IPython shell 中启动 Matplotlib 模式之后，就不需要使用 `plt.show()` 了。

3. 在IPython Notebook中画图

IPython Notebook 是一款基于浏览器的交互式数据分析工具，可以将描述性文字、代码、图形、HTML 元素以及更多的媒体形式组合起来，集成到单个可执行的 Notebook 文档中（详情请参见第 1 章）。

用 IPython Notebook 进行交互式画图与使用 IPython shell 类似，也需要使用 `%matplotlib` 命令。你可以将图形直接嵌在 IPython Notebook 页面中，有两种展现形式。

- `%matplotlib notebook` 会在 Notebook 中启动**交互式**图形。
- `%matplotlib inline` 会在 Notebook 中启动**静态**图形。

本书统一使用 `%matplotbib inline`：

```
In[3]: %matplotlib inline
```

运行命令之后（每一个 Notebook 核心任务 / 会话只需要运行一次），在每一个 Notebook 的单元中创建图形就会直接将 PNG 格式图形文件嵌入在单元中（如图 4-1 所示）：

```
In[4]: import numpy as np
       x = np.linspace(0, 10, 100)
```

```
fig = plt.figure()
plt.plot(x, np.sin(x), '-')
plt.plot(x, np.cos(x), '--');
```

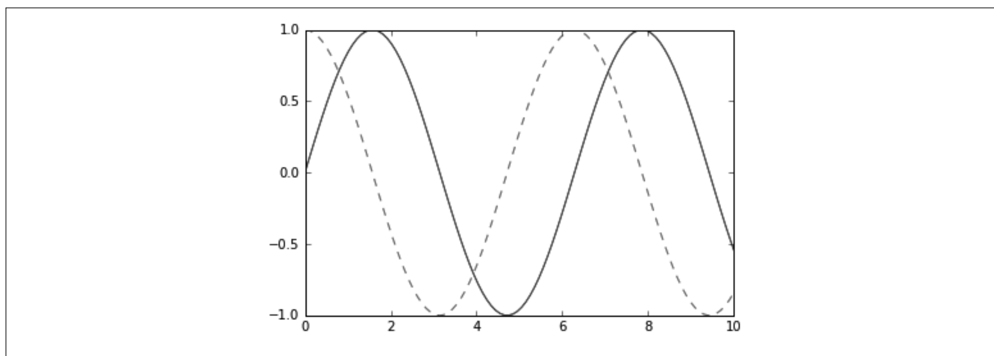


图 4-1：基本图形示例

4.1.4　将图形保存为文件

Matplotlib 的一个优点是能够将图形保存为各种不同的数据格式。你可以用 `savefig()` 命令将图形保存为文件。例如，如果要将图形保存为 PNG 格式，你可以运行这行代码：

```
In[5]: fig.savefig('my_figure.png')
```

这样工作文件夹里就有了一个 my_figure.png 文件：

```
In[6]: !ls -lh my_figure.png

-rw-r--r--  1 jakevdp  staff    16K Aug 11 10:59 my_figure.png
```

为了确定文件中是否保存有我们需要的内容，可以用 IPython 的 `Image` 对象来显示文件内容（如图 4-2 所示）：

```
In[7]: from IPython.display import Image
       Image('my_figure.png')
```

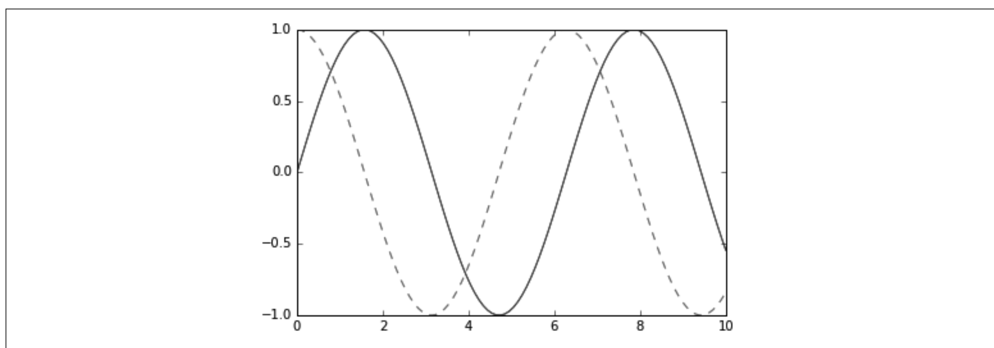


图 4-2：渲染 PNG 基本图形

在 savefig() 里面，保存的图片文件格式就是文件的扩展名。Matplotlib 支持许多图形格式，具体格式由操作系统已安装的图形显示接口决定。你可以通过 canvas 对象的方法查看系统支持的文件格式：

```
In[8]: fig.canvas.get_supported_filetypes()

Out[8]: {'eps': 'Encapsulated Postscript',
         'jpeg': 'Joint Photographic Experts Group',
         'jpg': 'Joint Photographic Experts Group',
         'pdf': 'Portable Document Format',
         'pgf': 'PGF code for LaTeX',
         'png': 'Portable Network Graphics',
         'ps': 'Postscript',
         'raw': 'Raw RGBA bitmap',
         'rgba': 'Raw RGBA bitmap',
         'svg': 'Scalable Vector Graphics',
         'svgz': 'Scalable Vector Graphics',
         'tif': 'Tagged Image File Format',
         'tiff': 'Tagged Image File Format'}
```

需要注意的是，当你保存图形文件时，不需要使用 plt.show() 或者前面介绍过的命令。

4.2 两种画图接口

不过 Matplotlib 有一个容易让人混淆的特性，就是它的两种画图接口：一个是便捷的 MATLAB 风格接口，另一个是功能更强大的面向对象接口。下面来快速对比一下两种接口的主要差异。

4.2.1 MATLAB风格接口

Matplotlib 最初作为 MATLAB 用户的 Python 替代品，许多语法都和 MATLAB 类似。MATLAB 风格的工具位于 pyplot（plt）接口中。MATLAB 用户肯定对下面的代码特别熟悉（如图 4-3 所示）：

```
In[9]: plt.figure()  # 创建图形

       # 创建两个子图中的第一个，设置坐标轴
       plt.subplot(2, 1, 1) # (行、列、子图编号)
       plt.plot(x, np.sin(x))

       # 创建两个子图中的第二个，设置坐标轴
       plt.subplot(2, 1, 2)
       plt.plot(x, np.cos(x));
```

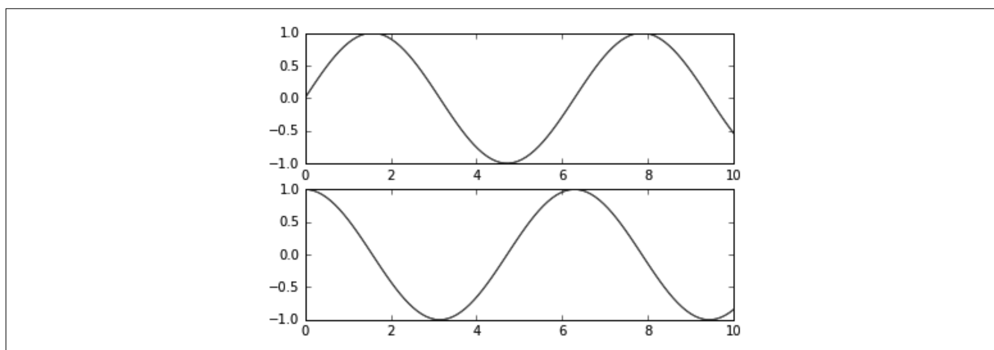


图 4-3：MATLAB 风格接口绘制的子图

这种接口最重要的特性是**有状态的**（stateful）：它会持续跟踪“当前的”图形和坐标轴，所有 `plt` 命令都可以应用。你可以用 `plt.gcf()`（获取当前图形）和 `plt.gca()`（获取当前坐标轴）来查看具体信息。

虽然这个有状态的接口画起图来又快又方便，但是也很容易出问题。例如，当创建上面的第二个子图时，怎么才能回到第一个子图，并增加新内容呢？虽然用 MATLAB 风格接口也能实现，但未免过于复杂，好在还有一种更好的办法！

4.2.2　面向对象接口

面向对象接口可以适应更复杂的场景，更好地控制你自己的图形。在面向对象接口中，画图函数不再受到当前“活动”图形或坐标轴的限制，而变成了显式的 `Figure` 和 `Axes` 的**方法**。通过下面的代码，可以用面向对象接口重新创建之前的图形（如图 4-4 所示）：

```
In[10]: # 先创建图形网格
        # ax是一个包含两个Axes对象的数组
        fig, ax = plt.subplots(2)

        # 在每个对象上调用plot()方法
        ax[0].plot(x, np.sin(x))
        ax[1].plot(x, np.cos(x));
```

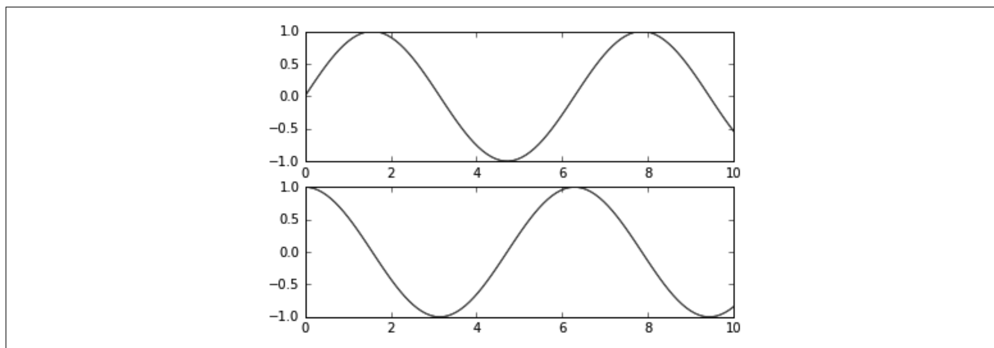


图 4-4：用面向对象接口创建子图

虽然在画简单图形时，选择哪种绘图风格主要看个人喜好，但是在画比较复杂的图形时，面向对象方法会更方便。在本章中，我们将在 MATLAB 风格接口与面向对象接口间来回转换，具体内容根据实际情况而定。在绝大多数场景中，`plt.plot()` 与 `ax.plot()` 的差异非常小，但是后文会重点指出其中的一些陷阱。

4.3 简易线形图

在所有图形中，最简单的应该就是线性方程 $y = f(x)$ 的可视化了。来看看如何创建这个简单的线形图。接下来的内容都是在 Notebook 中画图，因此需要导入以下命令：

```
In[1]: %matplotlib inline
       import matplotlib.pyplot as plt
       plt.style.use('seaborn-whitegrid')
       import numpy as np
```

要画 Matplotlib 图形时，都需要先创建一个图形 `fig` 和一个坐标轴 `ax`。创建图形与坐标轴的最简单做法如下所示（如图 4-5 所示）：

```
In[2]: fig = plt.figure()
       ax = plt.axes()
```

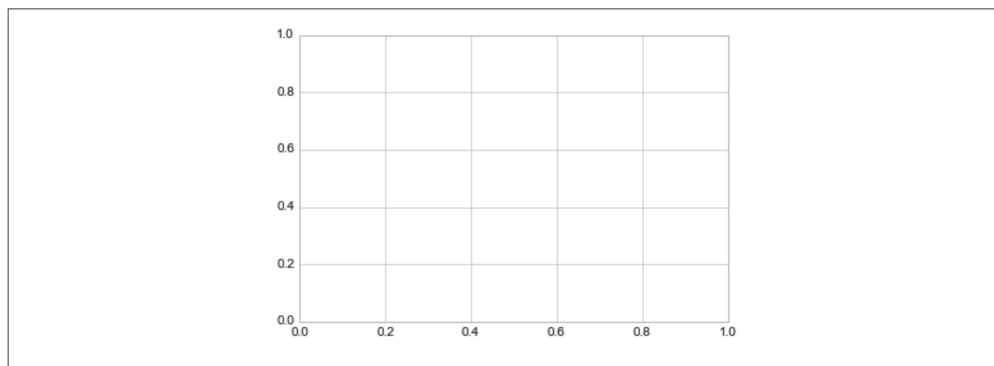


图 4-5：一个空的网格坐标轴

在 Matplotlib 里面，figure（`plt.Figure` 类的一个实例）可以被看成是一个能够容纳各种坐标轴、图形、文字和标签的容器。就像你在图中看到的那样，axes（`plt.Axes` 类的一个实例）是一个带有刻度和标签的矩形，最终会包含所有可视化的图形元素。在本书中，我们通常会用变量 `fig` 表示一个图形实例，用变量 `ax` 表示一个坐标轴实例或一组坐标轴实例。

创建好坐标轴之后，就可以用 `ax.plot` 画图了。从一组简单的正弦曲线（sinusoid）开始（如图 4-6 所示）：

```
In[3]: fig = plt.figure()
       ax = plt.axes()

       x = np.linspace(0, 10, 1000)
       ax.plot(x, np.sin(x));
```

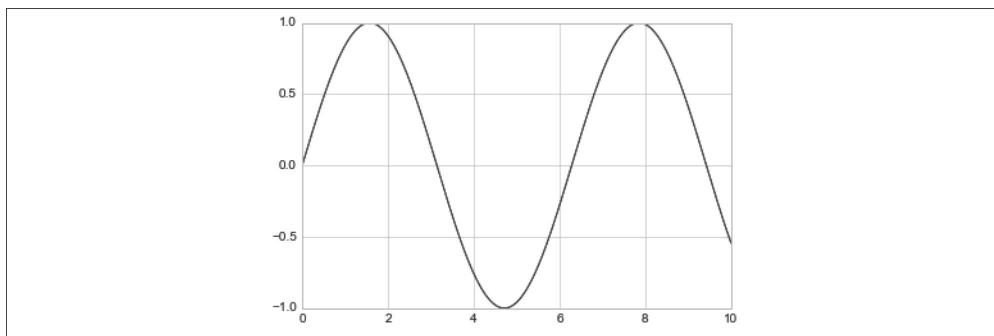


图 4-6：简单的正弦曲线图

另外也可以用 pylab 接口画图，这时图形与坐标轴都在底层执行（如图 4-7 所示，4.2 节详细讨论了这两种接口）：

```
In[4]: plt.plot(x, np.sin(x));
```

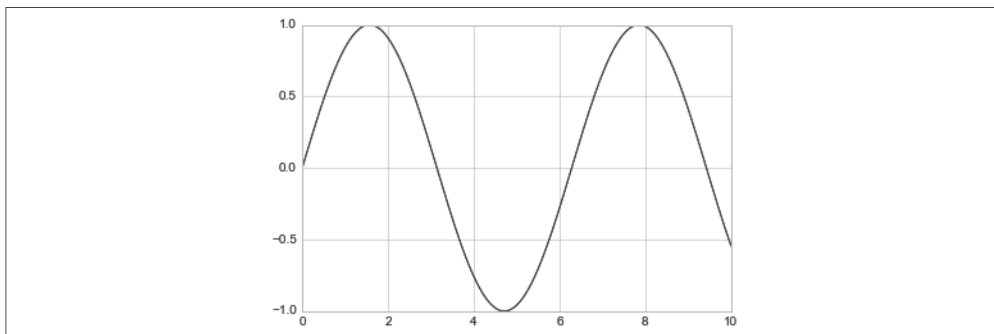


图 4-7：用面向对象接口画正弦曲线

如果想在一张图中创建多条线，可以重复调用 `plot` 命令（如图 4-8 所示）：

```
In[5]: plt.plot(x, np.sin(x))
       plt.plot(x, np.cos(x));
```

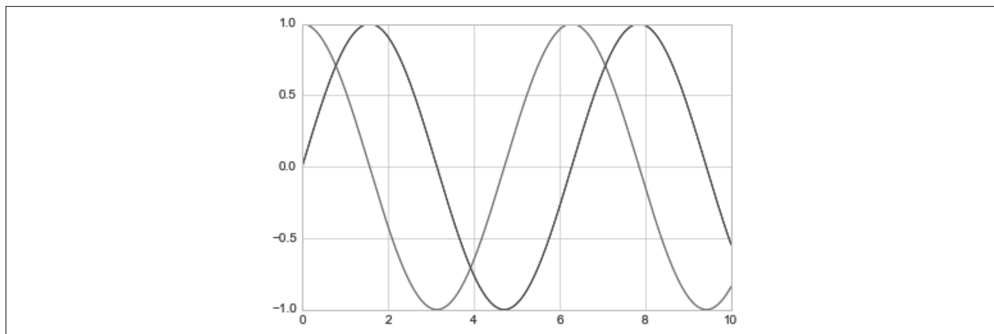


图 4-8：创建多条线

在 Matplotlib 中画简单的函数就是如此简单！下面将介绍更多关于如何控制坐标轴和线条外观的具体配置方法。

4.3.1　调整图形：线条的颜色与风格

通常对图形的第一次调整是调整它线条的颜色与风格。`plt.plot()` 函数可以通过相应的参数设置颜色与风格。要修改颜色，就可以使用 `color` 参数，它支持各种颜色值的字符串。颜色的不同表示方法如下所示（如图 4-9 所示）：

```
In[6]:
plt.plot(x, np.sin(x - 0), color='blue')        # 标准颜色名称
plt.plot(x, np.sin(x - 1), color='g')           # 缩写颜色代码（rgbcmyk）
plt.plot(x, np.sin(x - 2), color='0.75')        # 范围在0~1的灰度值
plt.plot(x, np.sin(x - 3), color='#FFDD44')     # 十六进制（RRGGBB，00~FF）
plt.plot(x, np.sin(x - 4), color=(1.0,0.2,0.3)) # RGB元组，范围在0~1
plt.plot(x, np.sin(x - 5), color='chartreuse'); # HTML颜色名称
```

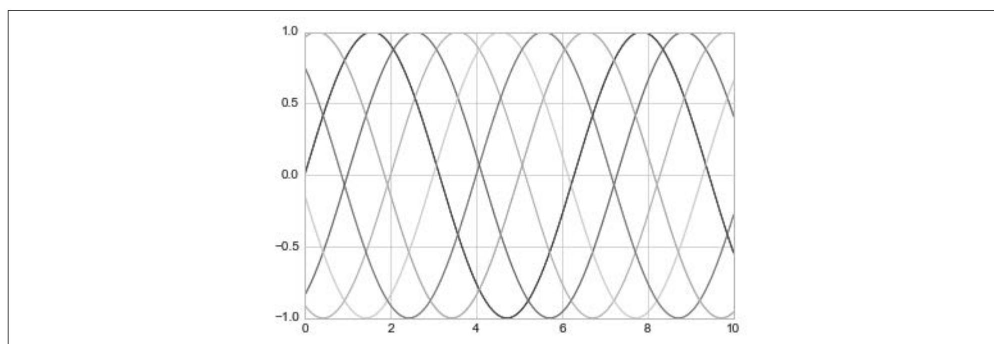


图 4-9：控制图形元素的颜色

如果不指定颜色，Matplotlib 就会为多条线自动循环使用一组默认的颜色。

与之类似，你也可以用 `linestyle` 调整线条的风格（如图 4-10 所示）：

```
In[7]: plt.plot(x, x + 0, linestyle='solid')
       plt.plot(x, x + 1, linestyle='dashed')
       plt.plot(x, x + 2, linestyle='dashdot')
       plt.plot(x, x + 3, linestyle='dotted');

       # 你可以用下面的简写形式
       plt.plot(x, x + 4, linestyle='-')  # 实线
       plt.plot(x, x + 5, linestyle='--') # 虚线
       plt.plot(x, x + 6, linestyle='-.') # 点划线
       plt.plot(x, x + 7, linestyle=':');  # 实点线
```

如果你想用一种更简洁的方式，则可以将 `linestyle` 和 `color` 编码组合起来，作为 `plt.plot()` 函数的一个非关键字参数使用（如图 4-11 所示）：

```
In[8]: plt.plot(x, x + 0, '-g')  # 绿色实线
       plt.plot(x, x + 1, '--c') # 青色虚线
```

```
        plt.plot(x, x + 2, '-.k') # 黑色点划线
        plt.plot(x, x + 3, ':r');  # 红色实点线
```

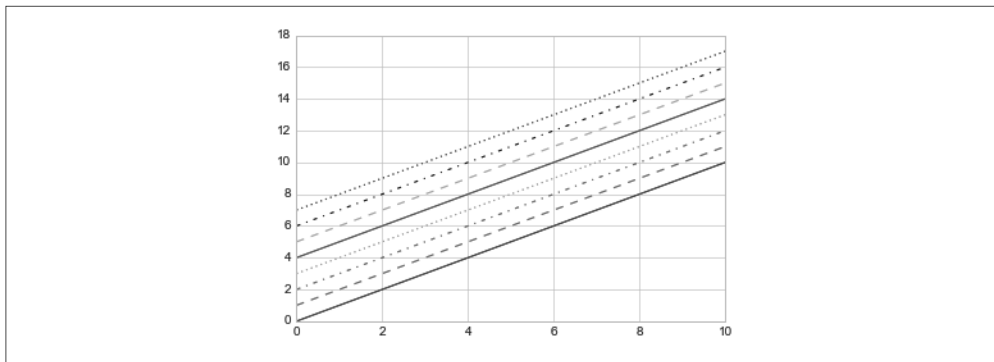


图 4-10：不同风格的线条

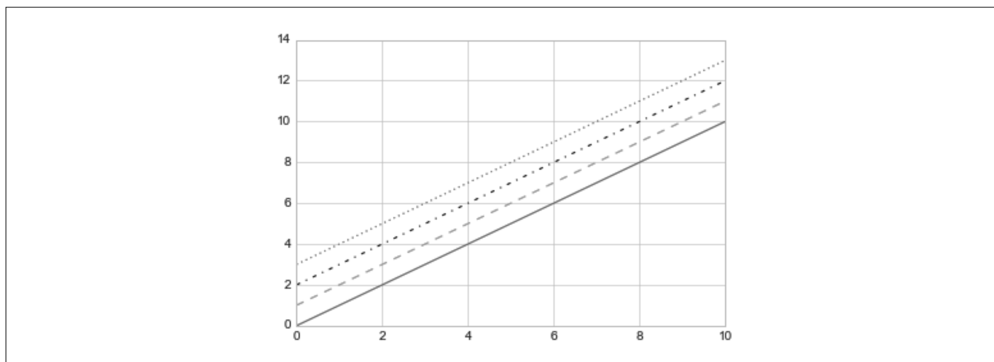


图 4-11：用快捷方式设置颜色和风格

这些单字符颜色代码是 RGB（Red/Green/Blue）与 CMYK（Cyan/Magenta/Yellow/blacK）颜色系统中的标准缩写形式，通常用于数字化彩色图形。

还有很多其他用来调整图像的关键字参数。若想了解更多的细节，建议你用 IPython 的帮助工具查看 `plt.plot()` 函数的程序文档（详情请参见 1.2 节）。

4.3.2　调整图形：坐标轴上下限

虽然 Matplotlib 会自动为你的图形选择最合适的坐标轴上下限，但是有时自定义坐标轴上下限可能会更好。调整坐标轴上下限最基础的方法是 `plt.xlim()` 和 `plt.ylim()`（如图 4-12 所示）：

```
In[9]: plt.plot(x, np.sin(x))

       plt.xlim(-1, 11)
       plt.ylim(-1.5, 1.5);
```

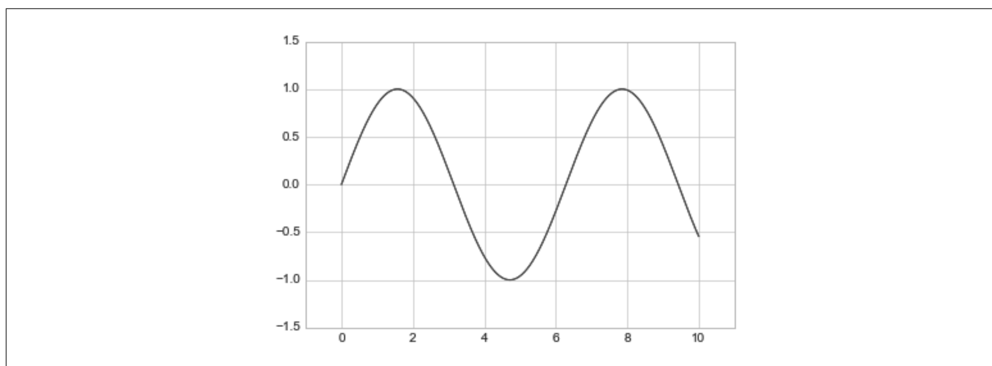


图 4-12：坐标轴上下限

如果你想要让坐标轴逆序显示，那么也可以逆序设置坐标轴刻度值（如图 4-13 所示）：

```
In[10]: plt.plot(x, np.sin(x))

        plt.xlim(10, 0)
        plt.ylim(1.2, -1.2);
```

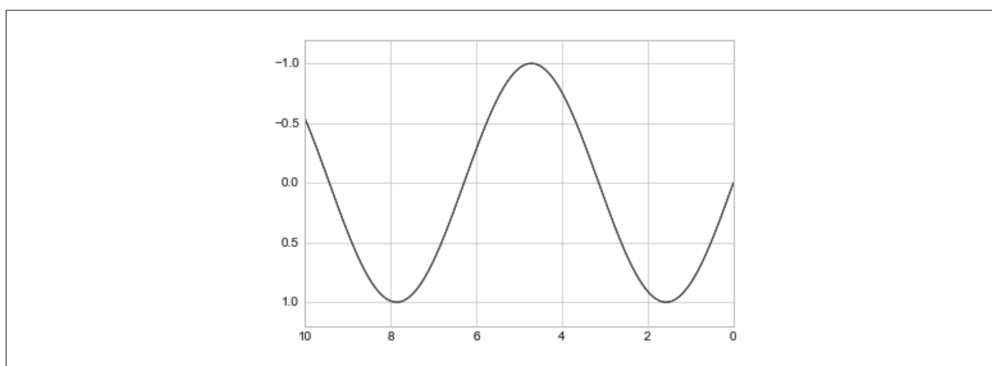


图 4-13：坐标轴刻度值逆序

还有一个方法是 `plt.axis()`（注意不要搞混 axes 和 axis）。通过传入 `[xmin, xmax, ymin, ymax]` 对应的值，`plt.axis()` 方法可以让你用一行代码设置 x 和 y 的限值（如图 4-14 所示）：

```
In[11]: plt.plot(x, np.sin(x))
        plt.axis([-1, 11, -1.5, 1.5]);
```

`plt.axis()` 能做的可不止如此，它还可以按照图形的内容自动收紧坐标轴，不留空白区域（如图 4-15 所示）：

```
In[12]: plt.plot(x, np.sin(x))
        plt.axis('tight');
```

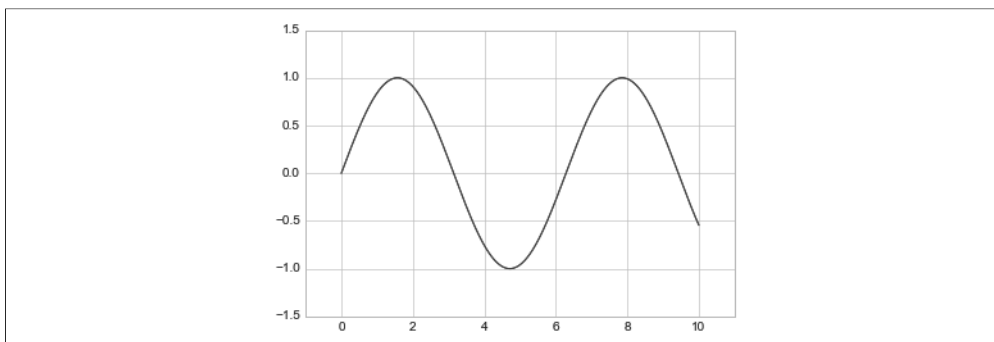


图 4-14：用 plt.axis 设置坐标轴上下限

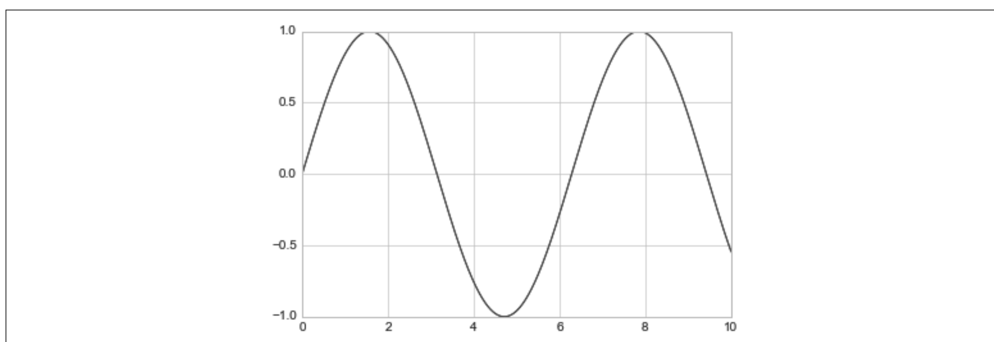


图 4-15：“收紧”布局示例

你还可以实现更高级的配置，例如让屏幕上显示的图形分辨率为 1:1，x 轴单位长度与 y 轴单位长度相等（图 4-16 所示）：

```
In[13]: plt.plot(x, np.sin(x))
        plt.axis('equal');
```

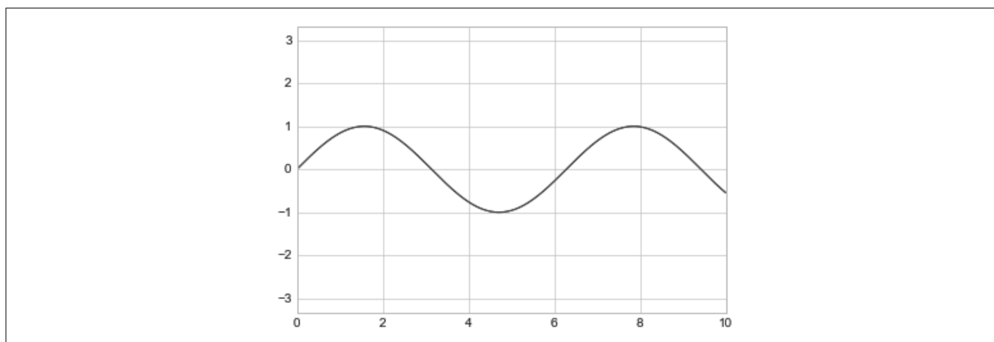


图 4-16：“相等”布局示例，分辨率为 1:1

关于 plt.axis() 方法设置坐标轴上下限和其他更多功能，请参考 plt.axis() 的程序文档。

4.3.3 设置图形标签

本节的最后一部分将简要介绍设置图形标签的方法：图形标题、坐标轴标题、简易图例。

图形标题与坐标轴标题是最简单的标签，快速设置方法如下所示（如图 4-17 所示）：

```
In[14]: plt.plot(x, np.sin(x))
        plt.title("A Sine Curve")
        plt.xlabel("x")
        plt.ylabel("sin(x)");
```

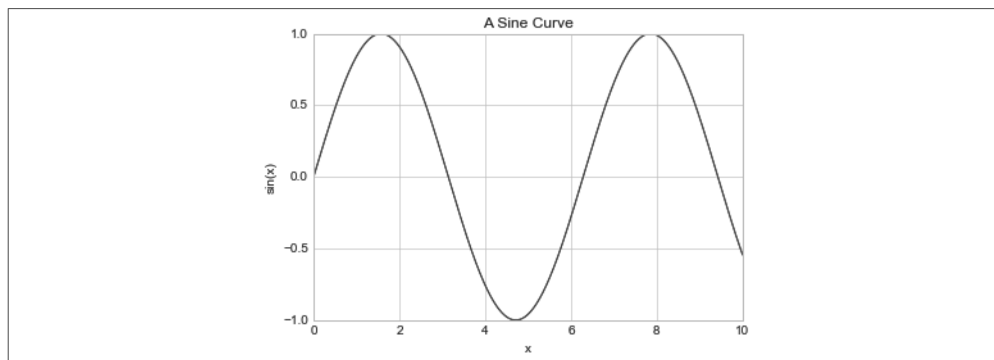


图 4-17：图形标题与坐标轴标题

你可以通过优化参数来调整这些标签的位置、大小和风格。若想获取更多的信息，请参考 Matplotlib 文档和对应函数的程序文档。

在单个坐标轴上显示多条线时，创建图例显示每条线是很有效的方法。Matplotlib 内置了一个简单快速的方法，可以用来创建图例，那就是（估计你也猜到了）`plt.legend()`。虽然有不少用来设置图例的办法，但我觉得还是在 `plt.plot` 函数中用 `label` 参数为每条线设置一个标签最简单（如图 4-18 所示）：

```
In[15]: plt.plot(x, np.sin(x), '-g', label='sin(x)')
        plt.plot(x, np.cos(x), ':b', label='cos(x)')
        plt.axis('equal')

        plt.legend();
```

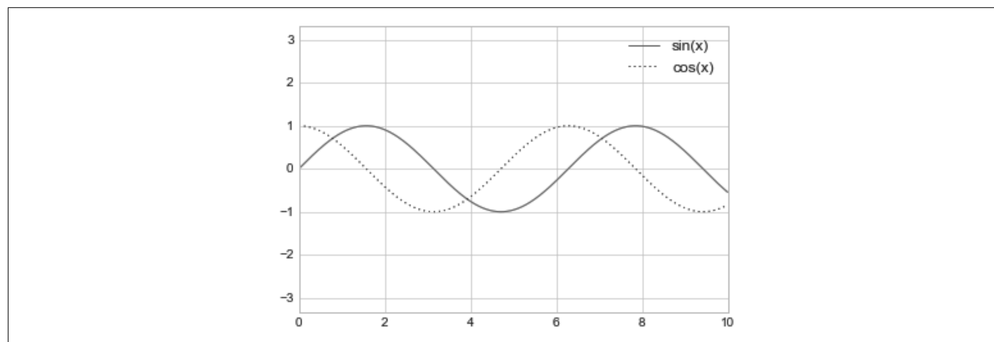


图 4-18：图例

你会发现，plt.legend() 函数会将每条线的标签与其风格、颜色自动匹配。关于通过 plt.legend() 设置图例的更多信息，请参考相应的程序文档。另外，我们将在 4.8 节介绍更多高级的图例设置方法。

Matplotlib 陷阱

虽然绝大多数的 plt 函数都可以直接转换成 ax 方法（例如 plt.plot() → ax.plot()、plt.legend() → ax.legend() 等），但是并非所有的命令都可以这样用。尤其是用来设置坐标轴上下限、坐标轴标题和图形标题的函数，它们大都稍有差别。一些 MATLAB 风格的方法和面向对象方法的转换如下所示：

- plt.xlabel() → ax.set_xlabel()
- plt.ylabel() → ax.set_ylabel()
- plt.xlim() → ax.set_xlim()
- plt.ylim() → ax.set_ylim()
- plt.title() → ax.set_title()

在用面向对象接口画图时，不需要单独调用这些函数，通常采用 ax.set() 方法一次性设置所有的属性是更简便的方法（如图 4-19 所示）：

```
In[16]: ax = plt.axes()
        ax.plot(x, np.sin(x))
        ax.set(xlim=(0, 10), ylim=(-2, 2),
               xlabel='x', ylabel='sin(x)',
               title='A Simple Plot');
```

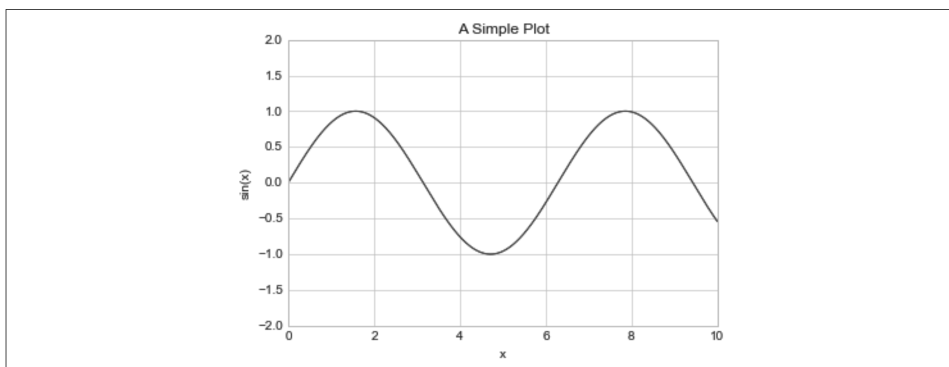


图 4-19：用 ax.set() 方法一次性设置所有的属性

4.4　简易散点图

另一种常用的图形是简易散点图（scatter plot），与线形图类似。这种图形不再由线段连接，而是由独立的点、圆圈或其他形状构成。开始的时候同样需要在 Notebook 中导入函数：

```
In[1]: %matplotlib inline
       import matplotlib.pyplot as plt
       plt.style.use('seaborn-whitegrid')
       import numpy as np
```

4.4.1 用plt.plot画散点图

上一节介绍了用 plt.plot/ax.plot 画线形图的方法，现在用这些函数来画散点图（如图 4-20 所示）：

```
In[2]: x = np.linspace(0, 10, 30)
       y = np.sin(x)

       plt.plot(x, y, 'o', color='black');
```

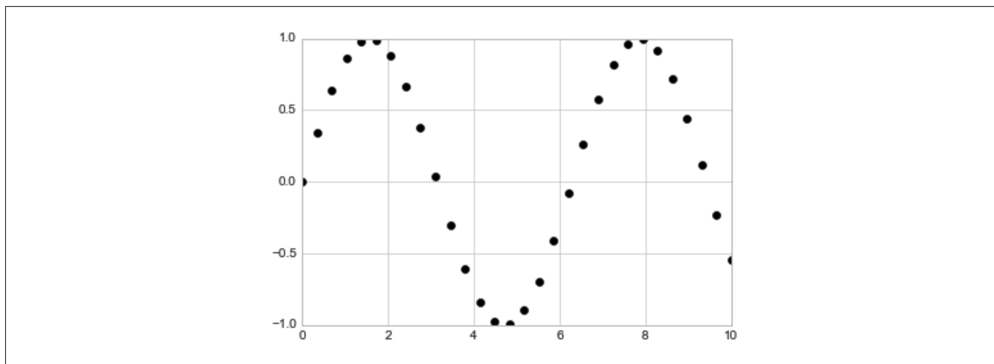


图 4-20：散点图

函数的第三个参数是一个字符，表示图形符号的类型。与你之前用 '-' 和 '--' 设置线条属性类似，对应的图形标记也有缩写形式。所有的缩写形式都可以在 plt.plot 文档中查到，也可以参考 Matplotlib 的在线文档。绝大部分图形标记都非常直观，我们在这里演示一部分（如图 4-21 所示）：

```
In[3]: rng = np.random.RandomState(0)
       for marker in ['o', '.', ',', 'x', '+', 'v', '^', '<', '>', 's', 'd']:
           plt.plot(rng.rand(5), rng.rand(5), marker,
                    label="marker='{0}'".format(marker))
           plt.legend(numpoints=1)
           plt.xlim(0, 1.8);
```

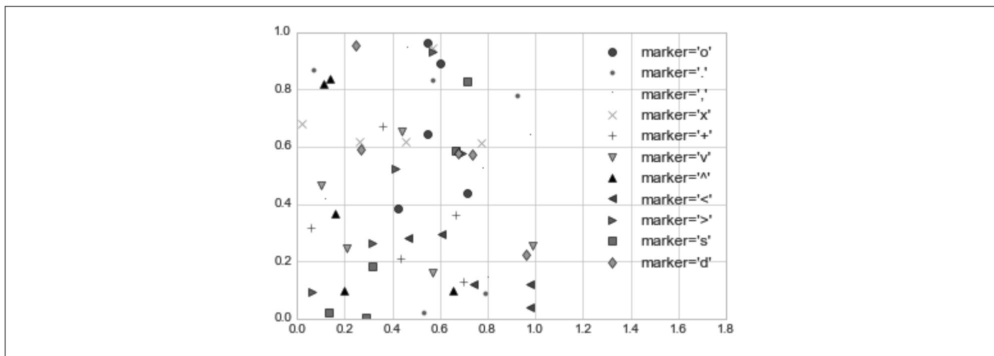


图 4-21：不同的图形标记

这些代码还可以与线条、颜色代码组合起来，画出一条连接散点的线（如图 4-22 所示）：

```
In[4]: plt.plot(x, y, '-ok');   # 直线（-）、圆圈（o）、黑色（k）
```

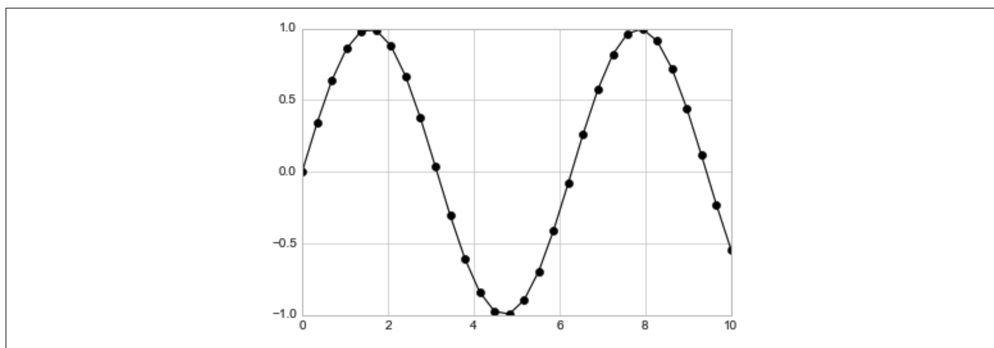


图 4-22：组合线条与散点

另外，plt.plot 支持许多设置线条和散点属性的参数（如图 4-23 所示）：

```
In[5]: plt.plot(x, y, '-p', color='gray',
                markersize=15, linewidth=4,
                markerfacecolor='white',
                markeredgecolor='gray',
                markeredgewidth=2)
       plt.ylim(-1.2, 1.2);
```

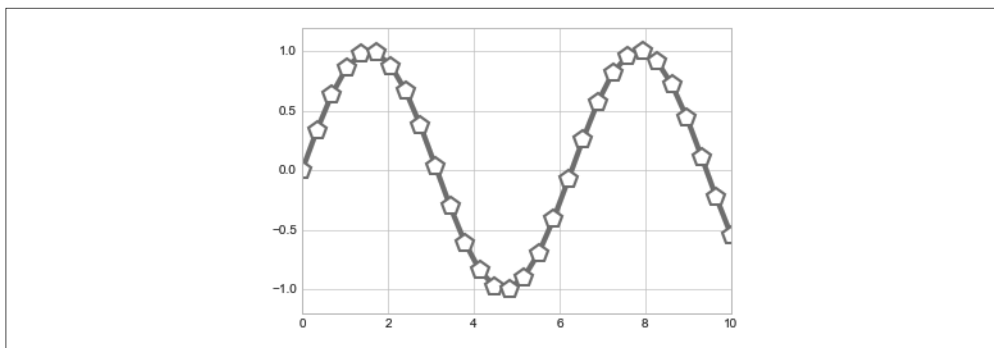


图 4-23：自定义线条和散点属性

plt.plot 函数非常灵活，可以满足各种不同的可视化配置需求。关于具体配置的完整描述，请参考 plt.plot 文档。

4.4.2　用plt.scatter画散点图

另一个可以创建散点图的函数是 plt.scatter。它的功能非常强大，其用法与 plt.plot 函数类似（如图 4-24 所示）：

```
In[6]: plt.scatter(x, y, marker='o');
```

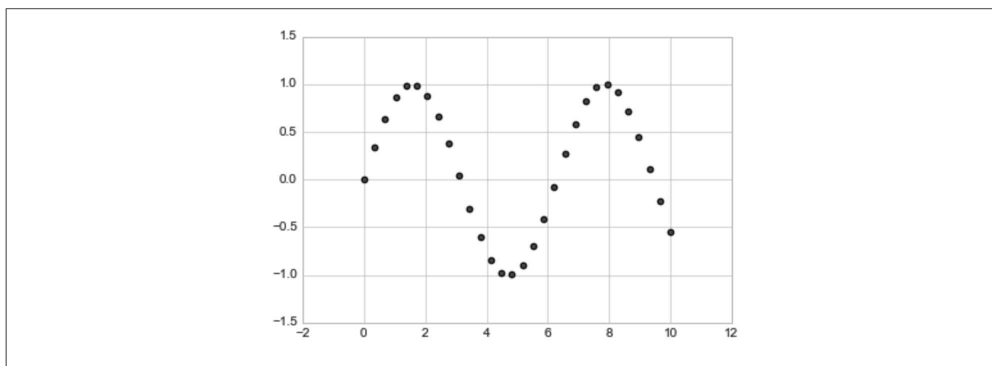


图 4-24：简易散点图

plt.scatter 与 plt.plot 的主要差别在于，前者在创建散点图时具有更高的灵活性，可以单独控制每个散点与数据匹配，也可以让每个散点具有不同的属性（大小、表面颜色、边框颜色等）。

下面来创建一个随机散点图，里面有各种颜色和大小的散点。为了能更好地显示重叠部分，用 alpha 参数来调整透明度（如图 4-25 所示）：

```
In[7]: rng = np.random.RandomState(0)
       x = rng.randn(100)
       y = rng.randn(100)
       colors = rng.rand(100)
       sizes = 1000 * rng.rand(100)

       plt.scatter(x, y, c=colors, s=sizes, alpha=0.3,
                   cmap='viridis')
       plt.colorbar();  # 显示颜色条
```

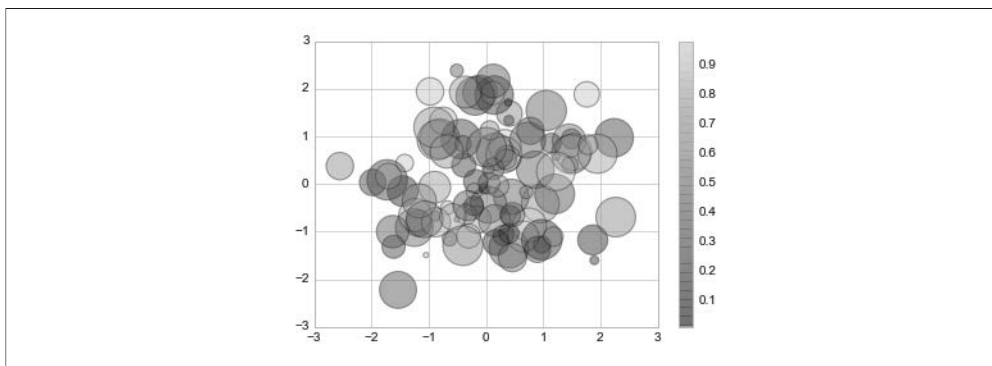


图 4-25：改变散点图中散点的大小、颜色和透明度

请注意，颜色自动映射成颜色条（color scale，通过 colorbar() 显示），散点的大小以像素为单位。这样，散点的颜色与大小就可以在可视化图中显示多维数据的信息了。

例如，可以用 Scikit-Learn 程序库里面的鸢尾花（iris）数据来演示。它里面有三种鸢尾花，每个样本是一种花，其花瓣（petal）与花萼（sepal）的长度与宽度都经过了仔细测量（如图 4-26 所示）：

```
In[8]: from sklearn.datasets import load_iris
       iris = load_iris()
       features = iris.data.T

       plt.scatter(features[0], features[1], alpha=0.2,
                   s=100*features[3], c=iris.target, cmap='viridis')
       plt.xlabel(iris.feature_names[0])
       plt.ylabel(iris.feature_names[1]);
```

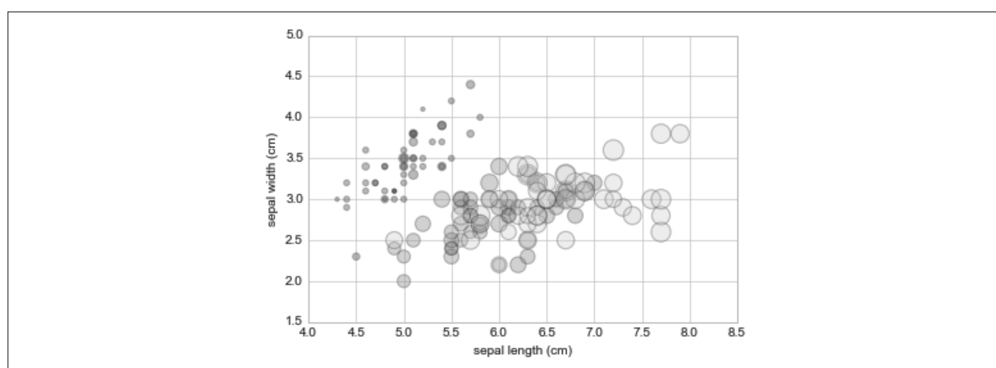


图 4-26：用散点属性对鸢尾花的特征进行编码

散点图可以让我们同时看到不同维度的数据：每个点的坐标值 (x, y) 分别表示花萼的长度和宽度，而点的大小表示花瓣的宽度，三种颜色对应三种不同类型的鸢尾花。这类多颜色与多特征的散点图在探索与演示数据时非常有用。

4.4.3 plot与scatter：效率对比

`plt.plot` 与 `plt.scatter` 除了特征上的差异之外，还有什么影响我们选择的因素呢？在数据量较小的时候，两者在效率上的差异不大。但是当数据变大到几千个散点时，`plt.plot` 的效率将大大高于 `plt.scatter`。这是由于 `plt.scatter` 会对每个散点进行单独的大小与颜色的渲染，因此渲染器会消耗更多的资源。而在 `plt.plot` 中，散点基本都彼此复制，因此整个数据集中所有点的颜色、尺寸只需要配置一次。由于这两种方法在处理大型数据集时有很大的性能差异，因此面对大型数据集时，`plt.plot` 方法比 `plt.scatter` 方法好。

4.5 可视化异常处理

对任何一种科学测量方法来说，准确地衡量数据误差都是无比重要的事情，甚至比数据本身还要重要。举个例子，假如我要用一种天文学观测手段评估哈勃常数（the Hubble Constant）——银河外星系相对地球退行速度与距离的比值。我知道目前的公认值大约是 71(km/s) / Mpc，而我用自己的方法测得的值是 74(km/s) / Mpc。那么，我的测量值可信

吗？如果仅知道一个数据，是不可能知道是否可信的。

假如我现在知道了数据可能存在的不确定性：当前的公认值大概是 71±2.5(km/s) / Mpc，而我的测量值是 74±5(km/s) / Mpc。那么现在我的数据与公认值一致吗？这个问题可以从定量的角度进行回答。

在数据可视化的结果中用图形将误差有效地显示出来，就可以提供更充分的信息。

4.5.1　基本误差线

基本误差线（errorbar）可以通过一个 Matplotlib 函数来创建（如图 4-27 所示）：

```
In[1]: %matplotlib inline
       import matplotlib.pyplot as plt
       plt.style.use('seaborn-whitegrid')
       import numpy as np

In[2]: x = np.linspace(0, 10, 50)
       dy = 0.8
       y = np.sin(x) + dy * np.random.randn(50)

       plt.errorbar(x, y, yerr=dy, fmt='.k');
```

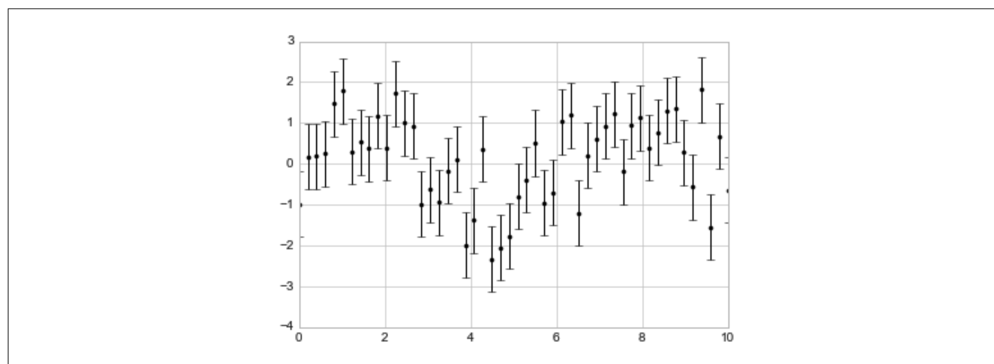


图 4-27：误差线

其中，`fmt` 是一种控制线条和点的外观的代码格式，语法与 `plt.plot` 的缩写代码相同，详情请参见 4.4 节。

除了基本选项之外，`errorbar` 还有许多改善结果的选项。通过这些额外的选项，你可以轻松自定义误差线图形的绘画风格。我的经验是，让误差线的颜色比数据点的颜色浅一点效果会非常好，尤其是在那些比较密集的图形中（如图 4-28 所示）：

```
In[3]: plt.errorbar(x, y, yerr=dy, fmt='o', color='black',
                    ecolor='lightgray', elinewidth=3, capsize=0);
```

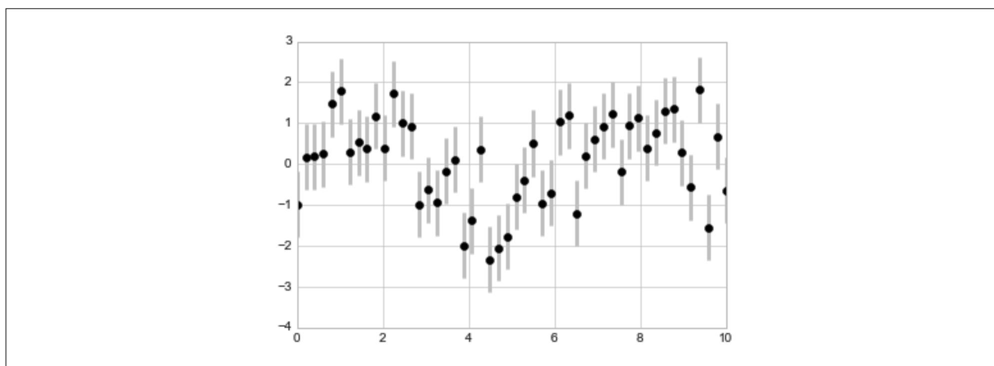


图 4-28：自定义误差线

除了这些选项之外，你还可以设置水平方向的误差线（xerr）、单侧误差线（one-sided errorbar），以及其他形式的误差线。关于误差线的更多选项，请参考 plt.errorbar 的程序文档。

4.5.2　连续误差

有时候可能需要显示连续变量的误差。虽然 Matplotlib 没有内置的简便方法可以解决这个问题，但是通过 plt.plot 与 plt.fill_between 来解决也不是很难。

我们将用 Scikit-Learn 程序库 API 里面一个简单的**高斯过程回归方法**（Gaussian process regression，GPR）来演示。这是用一种非常灵活的非参数方程（nonparametric function）对带有不确定性的连续测量值进行拟合的方法。这里不会详细介绍高斯过程回归方法的具体内容，而是将注意力放在数据可视化上面：

```
In[4]: from sklearn.gaussian_process import GaussianProcess

       # 定义模型和要画的数据
       model = lambda x: x * np.sin(x)
       xdata = np.array([1, 3, 5, 6, 8])
       ydata = model(xdata)

       # 计算高斯过程拟合结果
       gp = GaussianProcess(corr='cubic', theta0=1e-2, thetaL=1e-4, thetaU=1E-1,
                            random_start=100)
       gp.fit(xdata[:, np.newaxis], ydata)

       xfit = np.linspace(0, 10, 1000)
       yfit, MSE = gp.predict(xfit[:, np.newaxis], eval_MSE=True)
       dyfit = 2 * np.sqrt(MSE)  # 2*sigma~95%置信区间
```

现在，我们获得了 xfit、yfit 和 dyfit，表示数据的连续拟合结果。接着，如上所示将这些数据传入 plt.errorbar 函数。但是我们并不是真的要为 1000 个数据点画上 1000 条误差线；相反，可以通过在 plt.fill_between 函数中设置颜色来表示连续误差线（如图 4-29 所示）：

```
In[5]: # 将结果可视化
       plt.plot(xdata, ydata, 'or')
       plt.plot(xfit, yfit, '-', color='gray')

       plt.fill_between(xfit, yfit - dyfit, yfit + dyfit,
                        color='gray', alpha=0.2)
       plt.xlim(0, 10);
```

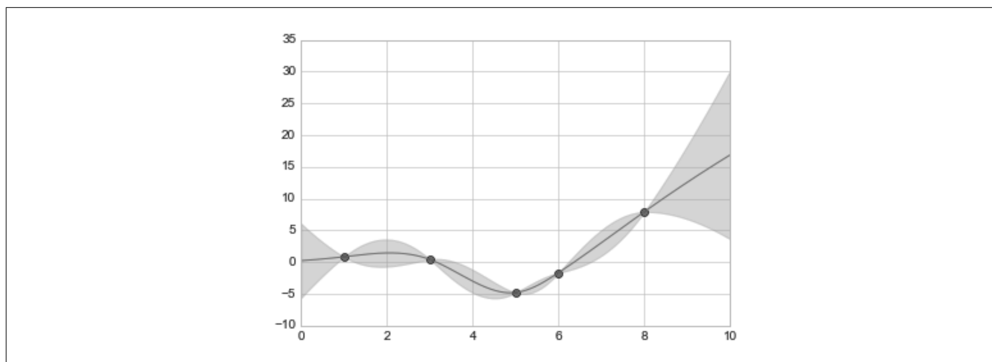


图 4-29：通过区域填充表示连续误差

请注意，我们将 `fill_between` 函数设置为：首先传入 x 轴坐标值，然后传入 y 轴下边界以及 y 轴上边界，这样整个区域就被误差线填充了。

从结果图形中可以非常直观地看出高斯过程回归方法拟合的效果：在接近样本点的区域，模型受到很强的约束，拟合误差非常小，非常接近真实值；而在远离样本点的区域，模型不受约束，误差不断增大。

若想获取更多关于 `plt.fill_between()` 函数（以及它与 `plt.fill()` 的紧密关系）选项的信息，请参考函数文档或者 Matplotlib 文档。

最后提一点，如果你觉得这样实现连续误差线的做法太原始，可以参考 4.16 节，我们会在那里介绍 Seaborn 程序包，它提供了一个更加简便的 API 来实现连续误差线。

4.6 密度图与等高线图

有时在二维图上用等高线图或者彩色图来表示三维数据是个不错的方法。Matplotlib 提供了三个函数来解决这个问题：用 `plt.contour` 画等高线图、用 `plt.contourf` 画带有填充色的等高线图（filled contour plot）的色彩、用 `plt.imshow` 显示图形。这节将用这三个函数介绍一些示例。首先打开一个 Notebook，然后导入画图需要用的函数：

```
In[1]: %matplotlib inline
       import matplotlib.pyplot as plt
       plt.style.use('seaborn-white')
       import numpy as np
```

三维函数的可视化

首先用函数 $z = f(x, y)$ 演示一个等高线图，按照下面的方式生成函数 f（在 2.5 节已经介绍过，当时用它来演示数组的广播功能）样本数据：

```
In[2]: def f(x, y):
           return np.sin(x) ** 10 + np.cos(10 + y * x) * np.cos(x)
```

等高线图可以用 plt.contour 函数来创建。它需要三个参数：x 轴、y 轴、z 轴三个坐标轴的网格数据。x 轴与 y 轴表示图形中的位置，而 z 轴将通过等高线的等级来表示。用 np.meshgrid 函数来准备这些数据可能是最简单的方法，它可以从一维数组构建二维网格数据：

```
In[3]: x = np.linspace(0, 5, 50)
       y = np.linspace(0, 5, 40)

       X, Y = np.meshgrid(x, y)
       Z = f(X, Y)
```

现在来看看标准的线形等高线图（如图 4-30 所示）：

```
In[4]: plt.contour(X, Y, Z, colors='black');
```

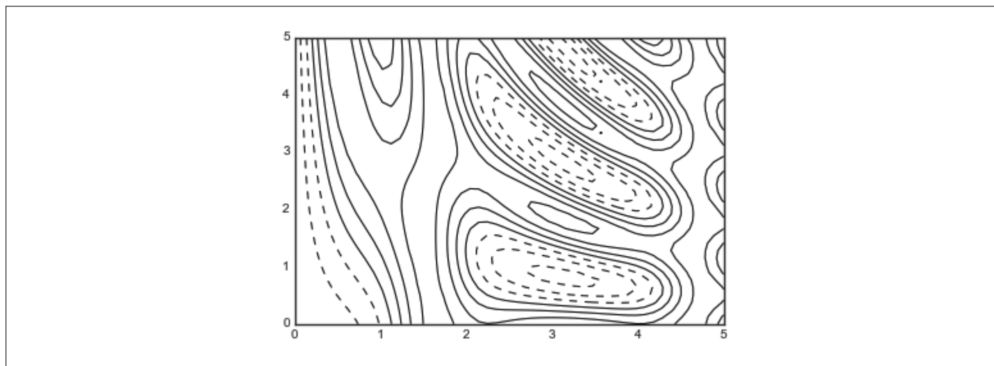


图 4-30：用等高线图可视化三维数据

需要注意的是，当图形中只使用一种颜色时，默认使用虚线表示负数，使用实线表示正数。另外，你可以用 cmap 参数设置一个线条配色方案来自定义颜色。还可以让更多的线条显示不同的颜色——可以将数据范围等分为 20 份，然后用不同的颜色表示（如图 4-31 所示）：

```
In[5]: plt.contour(X, Y, Z, 20, cmap='RdGy');
```

现在使用 RdGy（红 – 灰，Red-Gray 的缩写）配色方案，这对于数据集中度的显示效果比较好。Matplotlib 有非常丰富的配色方案，你可以在 IPython 里用 Tab 键浏览 plt.cm 模块对应的信息：

```
plt.cm.<TAB>
```

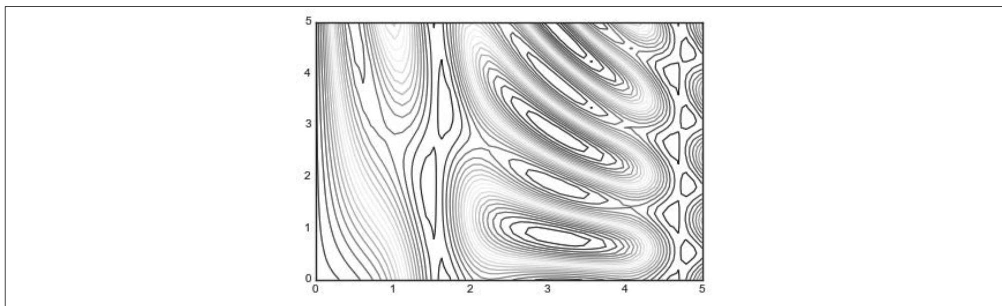


图 4-31：用彩色等高线可视化三维数据

虽然这幅图看起来漂亮多了，但是线条之间的间隙还是有点大 。我们可以通过 `plt.contourf()` 函数来填充等高线图（需要注意结尾有字母 `f`），它的语法和 `plt.contour()` 是一样的。

另外还可以通过 `plt.colorbar()` 命令自动创建一个表示图形各种颜色对应标签信息的颜色条（如图 4-32 所示）：

```
In[6]: plt.contourf(X, Y, Z, 20, cmap='RdGy')
       plt.colorbar();
```

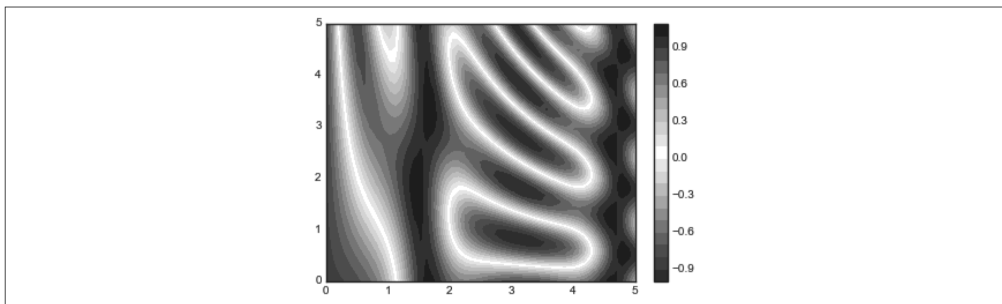


图 4-32：带填充色的三维数据可视化图

通过颜色条可以清晰地看出，黑色区域是"波峰"（peak），红色区域是"波谷"（valley）。

但是图形还有一点不尽如人意的地方，就是看起来有点儿"污渍斑斑"，不是那么干净。这是由于颜色的改变是一个离散而非连续的过程，这并不是我们想要的效果。你当然可以通过将等高线的数量设置得非常多来解决这个问题，但是最终获得的图形性能会很不好，因为 Matplotlib 必须渲染每一级的等高线。其实有更好的做法，那就是通过 `plt.imshow()` 函数来处理，它可以将二维数组渲染成渐变图。

图 4-33 为以下代码的可视化结果：

```
In[7]: plt.imshow(Z, extent=[0, 5, 0, 5], origin='lower',
                  cmap='RdGy')
       plt.colorbar()
       plt.axis(aspect='image');
```

但是，使用 `imshow()` 函数时有一些注意事项。

- plt.imshow() 不支持用 x 轴和 y 轴数据设置网格，而是必须通过 extent 参数设置图形的坐标范围 [*xmin, xmax, ymin, ymax*]。
- plt.imshow() 默认使用标准的图形数组定义，就是原点位于左上角（浏览器都是如此），而不是绝大多数等高线图中使用的左下角。这一点在显示网格数据图形的时候必须调整。
- plt.imshow() 会自动调整坐标轴的精度以适应数据显示。你可以通过 plt.axis(aspect='image') 来设置 x 轴与 y 轴的单位。

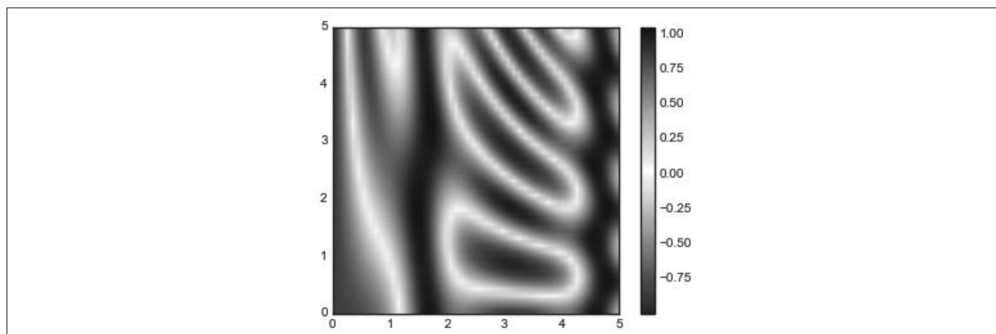


图 4-33：重新渲染三维数据的彩色图

最后还有一个可能会用到的方法，就是将等高线图与彩色图组合起来。例如，如果我们想创建如图 4-34 的效果，就需要用一幅背景色半透明的彩色图（可以通过 alpha 参数设置透明度），与另一幅坐标轴相同、带数据标签的等高线图叠放在一起（用 plt.clabel() 函数实现）：

```
In[8]: contours = plt.contour(X, Y, Z, 3, colors='black')
       plt.clabel(contours, inline=True, fontsize=8)

       plt.imshow(Z, extent=[0, 5, 0, 5], origin='lower',
                  cmap='RdGy', alpha=0.5)
       plt.colorbar();
```

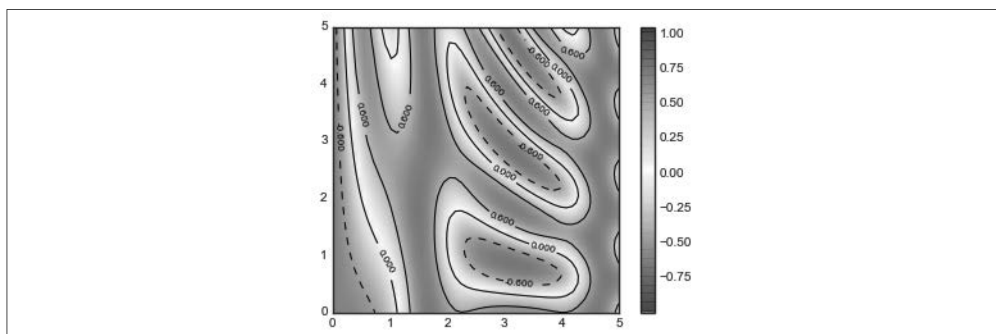


图 4-34：在彩色图上加上带数据标签的等高线

将 plt.contour、plt.contourf 与 plt.imshow 这三个函数组合起来之后，就打开了用二维图画三维数据的无尽可能。关于这些函数的更多信息，请参考相应的程序文档。如果对三

维数据可视化感兴趣，请参见 4.14 节。

4.7 频次直方图、数据区间划分和分布密度

一个简易的频次直方图可以是理解数据集的良好开端。在前面的内容中，我们见过了 Matplotlib 的频次直方图函数（详情请参见 2.6 节）。只要导入了画图的函数，只用一行代码就可以创建一个简易的频次直方图（如图 4-35 所示）：

```
In[1]: %matplotlib inline
       import numpy as np
       import matplotlib.pyplot as plt
       plt.style.use('seaborn-white')

       data = np.random.randn(1000)

In[2]: plt.hist(data);
```

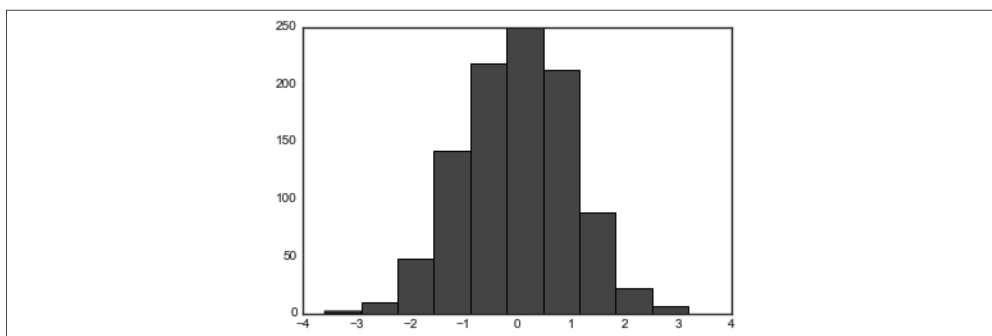


图 4-35：一个简易的频次直方图

`hist()` 有许多用来调整计算过程和显示效果的选项，下面是一个更加个性化的频次直方图（如图 4-36 所示）：

```
In[3]: plt.hist(data, bins=30, normed=True, alpha=0.5,
                histtype='stepfilled', color='steelblue',
                edgecolor='none');
```

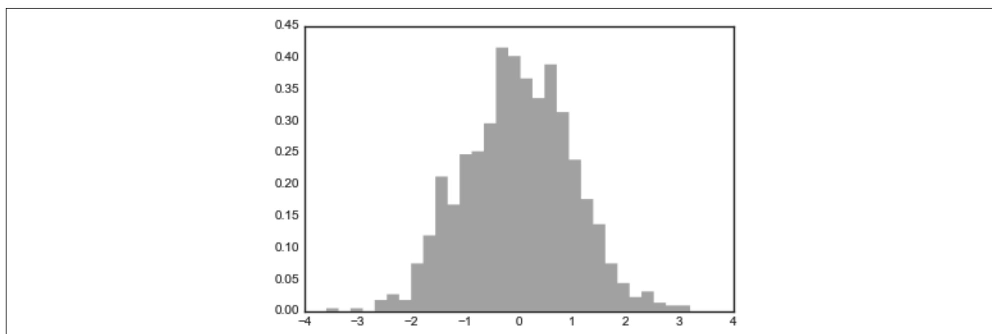


图 4-36：自定义的频次直方图

关于 plt.hist 自定义选项的更多内容都在它的程序文档中。我发现在用频次直方图对不同分布特征的样本进行对比时，将 histtype='stepfilled' 与透明性设置参数 alpha 搭配使用的效果非常好（如图 4-37 所示）：

```
In[4]: x1 = np.random.normal(0, 0.8, 1000)
       x2 = np.random.normal(-2, 1, 1000)
       x3 = np.random.normal(3, 2, 1000)

       kwargs = dict(histtype='stepfilled', alpha=0.3, normed=True, bins=40)

       plt.hist(x1, **kwargs)
       plt.hist(x2, **kwargs)
       plt.hist(x3, **kwargs);
```

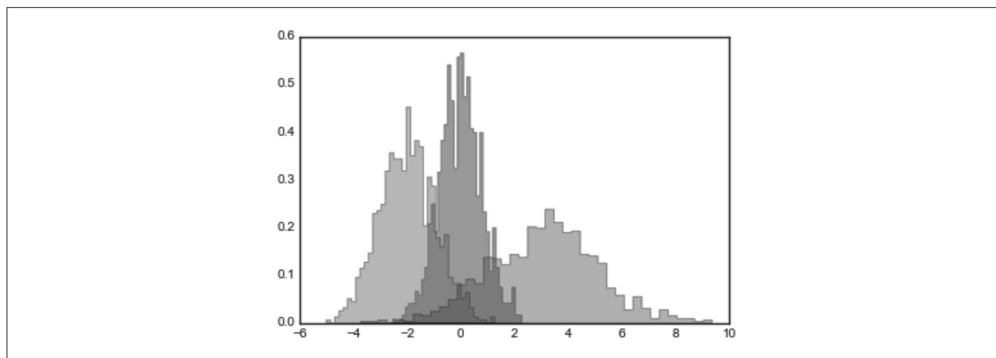


图 4-37：同坐标轴的多个频次直方图

如果你只需要简单地计算频次直方图（就是计算每段区间的样本数），而并不想画图显示它们，那么可以直接用 np.histogram()：

```
In[5]: counts, bin_edges = np.histogram(data, bins=5)
       print(counts)

[ 12 190 468 301  29]
```

二维频次直方图与数据区间划分

就像将一维数组分为区间创建一维频次直方图一样，我们也可以将二维数组按照二维区间进行切分，来创建二维频次直方图。下面将简单介绍几种创建二维频次直方图的方法。首先，用一个多元高斯分布（multivariate Gaussian distribution）生成 x 轴与 y 轴的样本数据：

```
In[6]: mean = [0, 0]
       cov = [[1, 1], [1, 2]]
       x, y = np.random.multivariate_normal(mean, cov, 10000).T
```

1. plt.hist2d：二维频次直方图

画二维频次直方图最简单的方法就是使用 Matplotlib 的 plt.hist2d 函数（如图 4-38 所示）：

```
In[12]: plt.hist2d(x, y, bins=30, cmap='Blues')
        cb = plt.colorbar()
        cb.set_label('counts in bin')
```

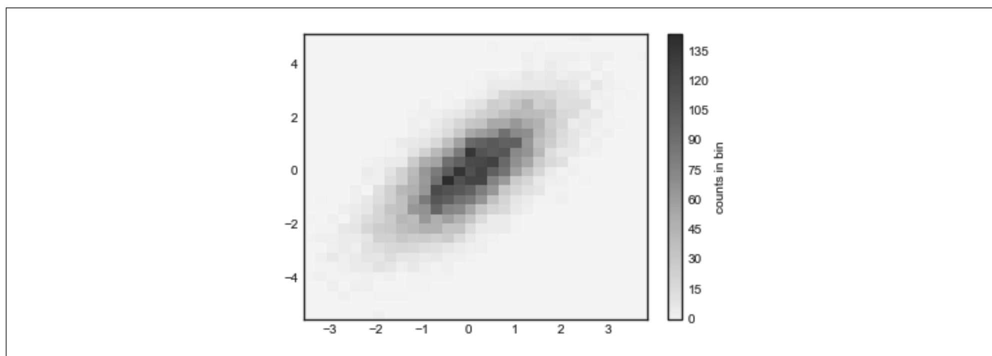


图 4-38：用 plt.hist2d 函数画二维频次直方图

与 plt.hist 函数一样，plt.hist2d 也有许多调整图形与区间划分的配置选项，详细内容都在程序文档中。另外，就像 plt.hist 有一个只计算结果不画图的 np.histogram 函数一样，plt.hist2d 类似的函数是 np.histogram2d，其用法如下所示：

```
In[8]: counts, xedges, yedges = np.histogram2d(x, y, bins=30)
```

关于二维以上的频次直方图区间划分方法的具体内容，请参考 np.histogramdd 函数的程序文档。

2. plt.hexbin：六边形区间划分

二维频次直方图是由与坐标轴正交的方块分割而成的，还有一种常用的方式是用正六边形分割。Matplotlib 提供了 plt.hexbin 满足此类需求，将二维数据集分割成蜂窝状（如图 4-39 所示）：

```
In[9]: plt.hexbin(x, y, gridsize=30, cmap='Blues')
       cb = plt.colorbar(label='count in bin')
```

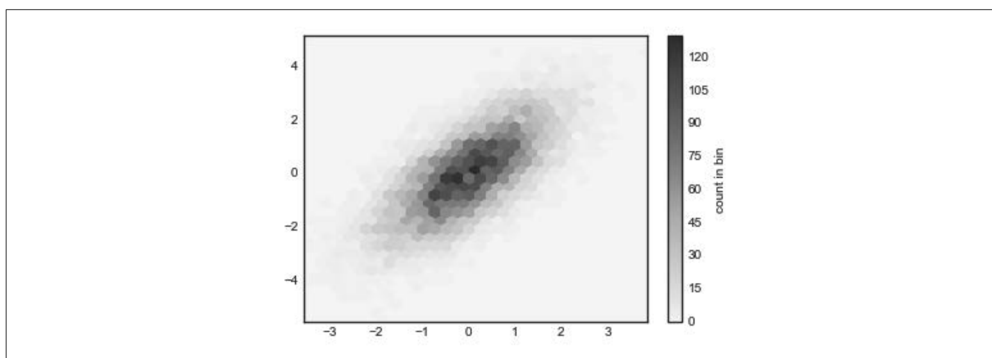


图 4-39：用 plt.hexbin 函数画二维频次直方图

plt.hexbin 同样也有一大堆有趣的配置选项，包括为每个数据点设置不同的权重，以及用任意 NumPy 累计函数改变每个六边形区间划分的结果（权重均值、标准差等指标）。

3. 核密度估计

还有一种评估多维数据分布密度的常用方法是**核密度估计**（kernel density estimation，KDE）。我们将在 5.13 节详细介绍这种方法，现在先来简单地演示如何用 KDE 方法“抹掉”空间中离散的数据点，从而拟合出一个平滑的函数。在 scipy.stats 程序包里面有一个简单快速的 KDE 实现方法，下面就是用这个方法演示的简单示例（如图 4-40 所示）：

```
In[10]: from scipy.stats import gaussian_kde

        # 拟合数组维度[Ndim, Nsamples]
        data = np.vstack([x, y])
        kde = gaussian_kde(data)

        # 用一对规则的网格数据进行拟合
        xgrid = np.linspace(-3.5, 3.5, 40)
        ygrid = np.linspace(-6, 6, 40)
        Xgrid, Ygrid = np.meshgrid(xgrid, ygrid)
        Z = kde.evaluate(np.vstack([Xgrid.ravel(), Ygrid.ravel()]))

        # 画出结果图
        plt.imshow(Z.reshape(Xgrid.shape),
                   origin='lower', aspect='auto',
                   extent=[-3.5, 3.5, -6, 6],
                   cmap='Blues')
        cb = plt.colorbar()
        cb.set_label("density")
```

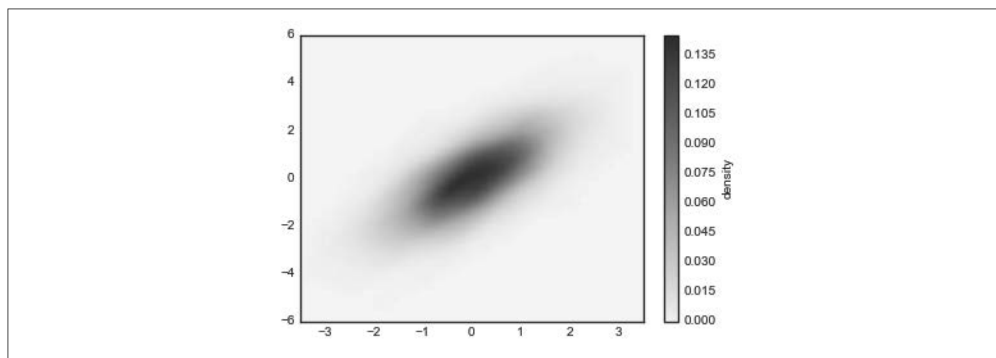


图 4-40：用 KDE 表示分布密度

KDE 方法通过不同的平滑带宽长度（smoothing length）在拟合函数的准确性与平滑性之间作出权衡（无处不在的偏差与方差的取舍问题的一个例子）。想找到恰当的平滑带宽长度是件很困难的事，gaussian_kde 通过一种经验方法试图找到输入数据平滑长度的近似最优解。

在 SciPy 的生态系统中还有其他的 KDE 方法实现，每种版本都有各自的优缺点，例如 `sklearn.neighbors.KernelDensity` 和 `statsmodels.nonparametric.kernel_density.KDEMultivariate`。用 Matplotlib 做 KDE 的可视化图的过程比较繁琐，Seaborn 程序库（详情请参见 4.16 节）提供了一个更加简洁的 API 来创建基于 KDE 的可视化图。

4.8 配置图例

想在可视化图形中使用图例，可以为不同的图形元素分配标签。前面介绍过如何创建简单的图例，现在将介绍如何在 Matplotlib 中自定义图例的位置与艺术风格。

可以用 `plt.legend()` 命令来创建最简单的图例，它会自动创建一个包含每个图形元素的图例（如图 4-41 所示）：

```
In[1]: import matplotlib.pyplot as plt
       plt.style.use('classic')

In[2]: %matplotlib inline
       import numpy as np

In[3]: x = np.linspace(0, 10, 1000)
       fig, ax = plt.subplots()
       ax.plot(x, np.sin(x), '-b', label='Sine')
       ax.plot(x, np.cos(x), '--r', label='Cosine')
       ax.axis('equal')
       leg = ax.legend();
```

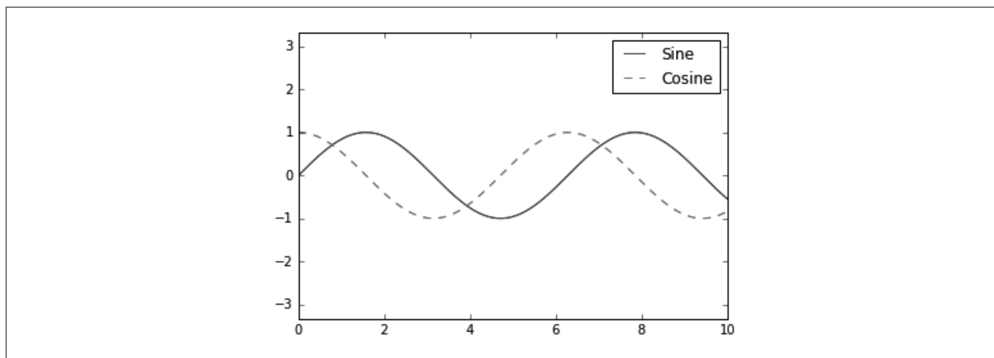


图 4-41：图例的默认配置

但是，我们经常需要对图例进行各种个性化的配置。例如，我们想设置图例的位置，并取消外边框（如图 4-42 所示）：

```
In[4]: ax.legend(loc='upper left', frameon=False)
       fig
```

还可以用 `ncol` 参数设置图例的标签列数（如图 4-43 所示）：

```
In[5]: ax.legend(frameon=False, loc='lower center', ncol=2)
       fig
```

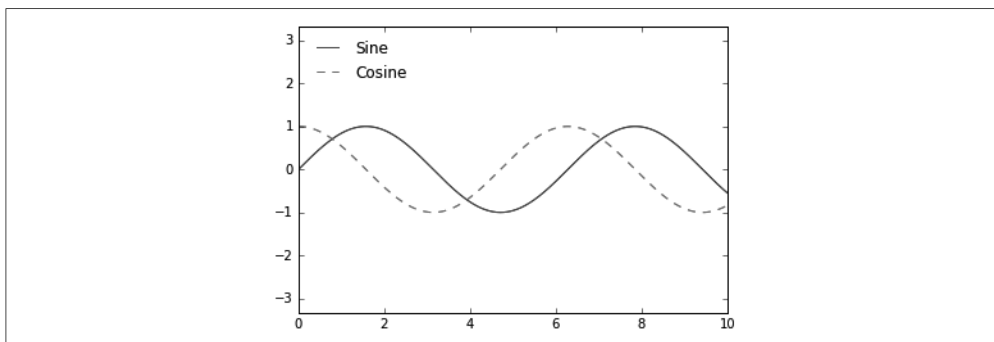


图 4-42：一个自定义的图例

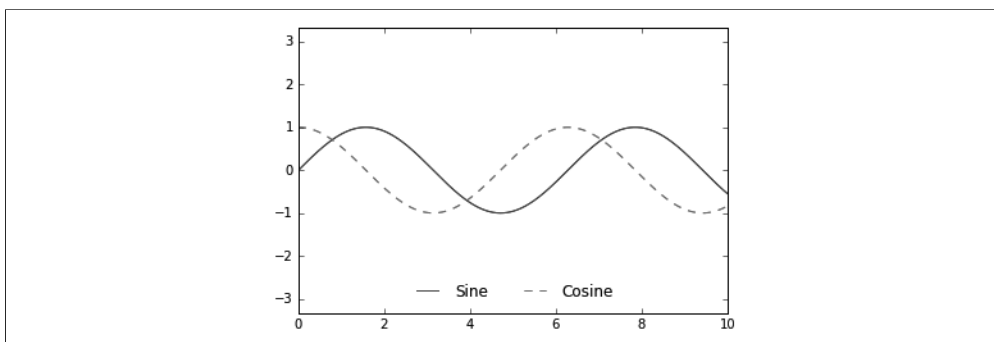


图 4-43：分成两列的图例

还可以为图例定义圆角边框（fancybox）、增加阴影、改变外边框透明度（framealpha 值），或者改变文字间距（如图 4-44 所示）：

```
In[6]: ax.legend(fancybox=True, framealpha=1, shadow=True, borderpad=1)
       fig
```

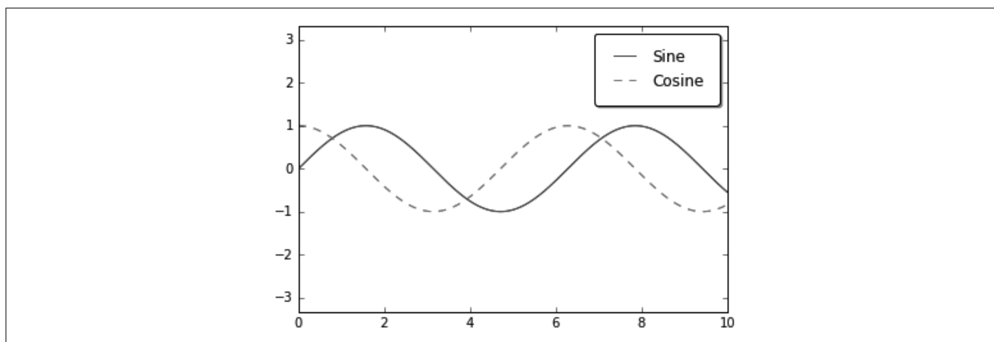


图 4-44：圆角边框的图例

关于图例的更多配置信息，请参考 plt.legend 程序文档。

4.8.1 选择图例显示的元素

我们已经看到，图例会默认显示所有元素的标签。如果你不想显示全部，可以通过一些图形命令来指定显示图例中的哪些元素和标签。plt.plot() 命令可以一次创建多条线，返回线条实例列表。一种方法是将需要显示的线条传入 plt.legend()，另一种方法是只为需要在图例中显示的线条设置标签（如图 4-45 所示）：

```
In[7]: y = np.sin(x[:, np.newaxis] + np.pi * np.arange(0, 2, 0.5))
       lines = plt.plot(x, y)

       # lines变量是一组plt.Line2D实例
       plt.legend(lines[:2], ['first', 'second']);
```

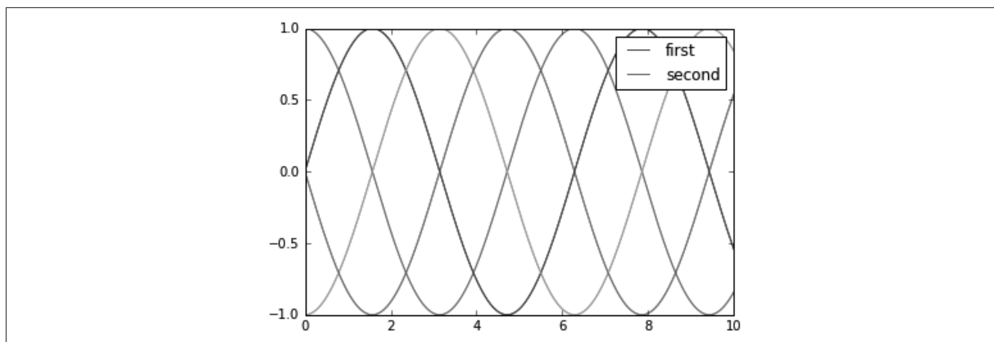


图 4-45：一种自定义显示哪些图例元素的方法

在实践中，我发现第一种方法更清晰。当然也可以只为需要在图例中显示的元素设置标签（如图 4-46 所示）：

```
In[8]: plt.plot(x, y[:, 0], label='first')
       plt.plot(x, y[:, 1], label='second')
       plt.plot(x, y[:, 2:])
       plt.legend(framealpha=1, frameon=True);
```

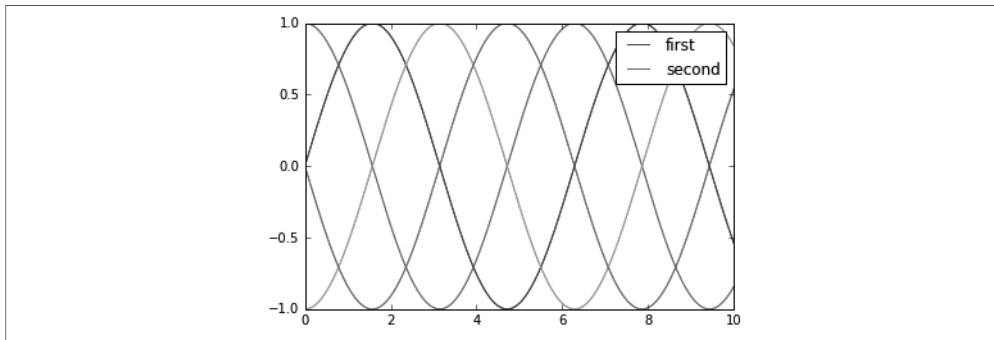


图 4-46：另一种自定义显示哪些图例元素的方法

需要注意的是，默认情况下图例会忽略那些不带标签的元素。

4.8.2 在图例中显示不同尺寸的点

有时，默认的图例仍然不能满足我们的可视化需求。例如，你可能需要用不同尺寸的点来表示数据的特征，并且希望创建这样的图例来反映这些特征。下面的示例将用点的尺寸来表明美国加州不同城市的人口数量。如果我们想要一个通过不同尺寸的点显示不同人口数量级的图例，可以通过隐藏一些数据标签来实现这个效果（如图 4-47 所示）：

```
In[9]: import pandas as pd
       cities = pd.read_csv('data/california_cities.csv')

       # 提取感兴趣的数据
       lat, lon = cities['latd'], cities['longd']
       population, area = cities['population_total'], cities['area_total_km2']

       # 用不同尺寸和颜色的散点图表示数据，但是不带标签
       plt.scatter(lon, lat, label=None,
                   c=np.log10(population), cmap='viridis',
                   s=area, linewidth=0, alpha=0.5)
       plt.axis(aspect='equal')
       plt.xlabel('longitude')
       plt.ylabel('latitude')
       plt.colorbar(label='log$_{10}$(population)')
       plt.clim(3, 7)

       # 下面创建一个图例：
       # 画一些带标签和尺寸的空列表
       for area in [100, 300, 500]:
           plt.scatter([], [], c='k', alpha=0.3, s=area,
                       label=str(area) + ' km$^2$')
       plt.legend(scatterpoints=1, frameon=False,
                  labelspacing=1, title='City Area')

       plt.title('California Cities: Area and Population');
```

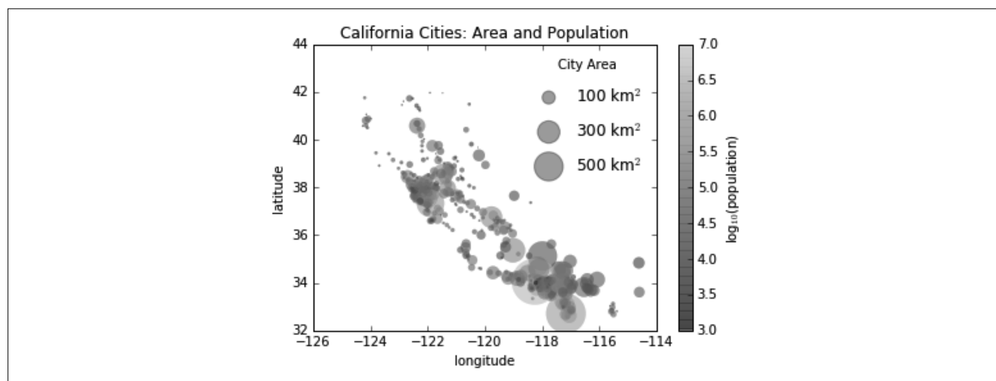


图 4-47：美国加州各城市的地理位置、面积和人口数量

由于图例通常是图形中对象的参照，因此如果我们想显示某种形状，就需要将它画出来。但是在这个示例中，我们想要的对象（灰色圆圈）并不在图形中，因此把它们用空列表假

装画出来。还需要注意的是，图例只会显示带标签的元素。

为了画出这些空列表中的图形元素，需要为它们设置标签，以便图例可以显示它们，这样就可以从图例中获得想要的信息了。这个策略对于创建复杂的可视化图形很有效。

最后需要注意的是，在处理这类地理数据的时候，如果能把州的地理边界或其他地图元素也显示出来，那么图形就会更加逼真。Matplotlib 的 Basemap（底图）插件工具箱恰好是做这种事情的最佳选择，我们将在 4.15 节介绍它。

4.8.3 同时显示多个图例

有时，我们可能需要在同一张图上显示多个图例。不过，用 Matplotlib 解决这个问题并不容易，因为通过标准的 `legend` 接口只能为一张图创建一个图例。如果你想用 `plt.legend()` 或 `ax.legend()` 方法创建第二个图例，那么第一个图例就会被覆盖。但是，我们可以通过从头开始创建一个新的图例艺术家对象（legend artist），然后用底层的（lower-level）`ax.add_artist()` 方法在图上添加第二个图例（如图 4-48 所示）：

```
In[10]: fig, ax = plt.subplots()

        lines = []
        styles = ['-', '--', '-.', ':']
        x = np.linspace(0, 10, 1000)

        for i in range(4):
            lines += ax.plot(x, np.sin(x - i * np.pi / 2),
                             styles[i], color='black')
        ax.axis('equal')

        # 设置第一个图例要显示的线条和标签
        ax.legend(lines[:2], ['line A', 'line B'],
                  loc='upper right', frameon=False)

        # 创建第二个图例，通过add_artist方法添加到图上
        from matplotlib.legend import Legend
        leg = Legend(ax, lines[2:], ['line C', 'line D'],
                     loc='lower right', frameon=False)
        ax.add_artist(leg);
```

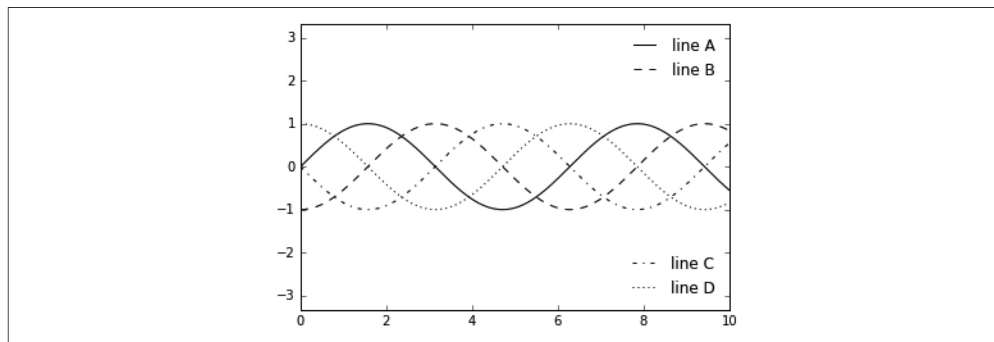


图 4-48：带双图例的曲线图

这里只是小试了一下构成 Matplotlib 图形的底层图例艺术家对象。如果你查看过 ax.legend() 的源代码（前面介绍过，在 IPython Notebook 里面用 ax.legend?? 来显示源代码），就会发现这个函数通过几条简单的逻辑就创建了一个 Legend 图例艺术家对象，然后被保存到了 legend_ 属性里。当图形被画出来之后，就可以将该图例增加到图形上。

4.9 配置颜色条

图例通过离散的标签表示离散的图形元素。然而，对于图形中由彩色的点、线、面构成的连续标签，用颜色条来表示的效果比较好。在 Matplotlib 里面，颜色条是一个独立的坐标轴，可以指明图形中颜色的含义。由于本书是单色印刷，你可以在本书在线附录（https://github.com/jakevdp/PythonDataScienceHandbook）中查看这一节图形的彩色版本。首先还是导入需要使用的画图工具：

```
In[1]: import matplotlib.pyplot as plt
       plt.style.use('classic')

In[2]: %matplotlib inline
       import numpy as np
```

和在前面看到的一样，通过 plt.colorbar 函数就可以创建最简单的颜色条（如图 4-49 所示）：

```
In[3]: x = np.linspace(0, 10, 1000)
       I = np.sin(x) * np.cos(x[:, np.newaxis])

       plt.imshow(I)
       plt.colorbar();
```

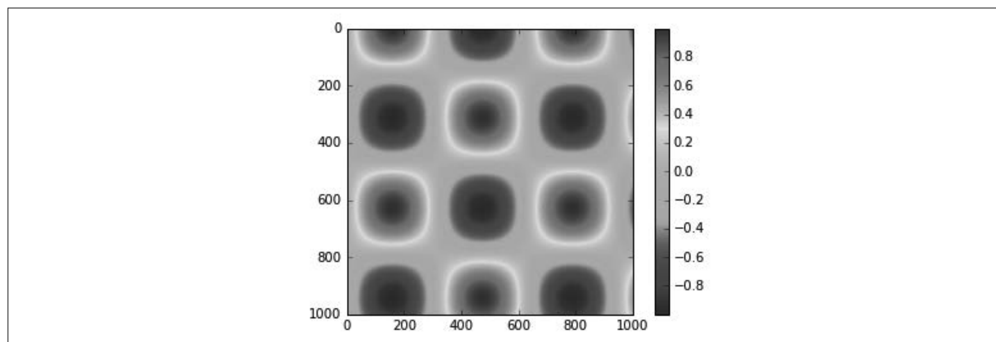


图 4-49：一个简易的颜色条图例

下面将介绍一些颜色条的个性化配置方法，让你能将它们有效地应用于不同场景中。

4.9.1 配置颜色条

可以通过 cmap 参数为图形设置颜色条的配色方案（如图 4-50 所示）：

```
In[4]: plt.imshow(I, cmap='gray');
```

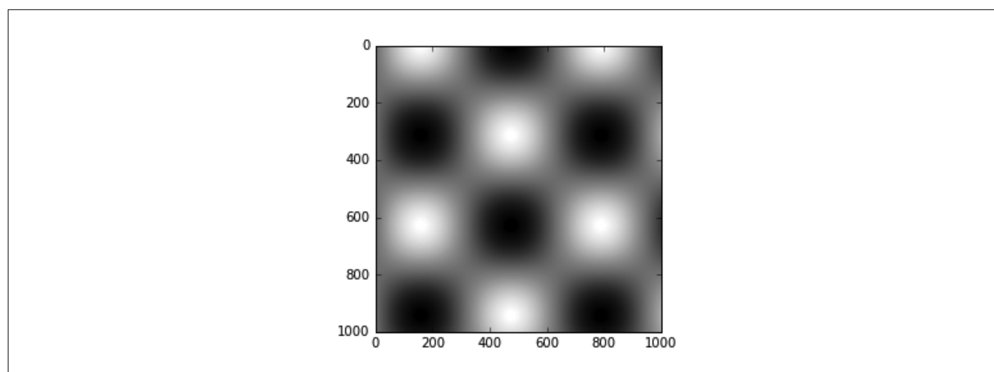


图 4-50：一个采用灰度配色方案的图形

所有可用的配色方案都在 `plt.cm` 命名空间里面，在 IPython 里通过 Tab 键就可以查看所有的配置方案：

```
plt.cm.<TAB>
```

有了这么多**能够**作为备选的配色方案只是第一步，更重要的是如何**确定**用哪种方案！最终的选择结果可能和你一开始想用的有很大不同。

1. 选择配色方案

关于可视化图形颜色选择的全部知识超出了本书的介绍范围，但如果你想了解与此相关的入门知识，可以参考文章“Ten Simple Rules for Better Figures”（http://bit.ly/2fDJn9J）。Matplotlib 的在线文档中也有关于配色方案选择的有趣论述（http://matplotlib.org/1.4.1/users/colormaps.html）。

一般情况下，你只需要重点关注三种不同的配色方案。

顺序配色方案
　由一组连续的颜色构成的配色方案（例如 `binary` 或 `viridis`）。

互逆配色方案
　通常由两种互补的颜色构成，表示正反两种含义（例如 `RdBu` 或 `PuOr`）。

定性配色方案
　随机顺序的一组颜色（例如 `rainbow` 或 `jet`）。

`jet` 是一种定性配色方案，曾是 Matplotlib 2.0 之前所有版本的默认配色方案。把它作为默认配色方案实在不是个好主意，因为定性配色方案在对定性数据进行可视化时的选择空间非常有限。随着图形亮度的提高，经常会出现颜色无法区分的问题。

可以通过把 `jet` 转换为黑白的灰度图看看具体的颜色（如图 4-51 所示）：

```
In[5]:
from matplotlib.colors import LinearSegmentedColormap

def grayscale_cmap(cmap):
```

```
    """为配色方案显示灰度图"""
    cmap = plt.cm.get_cmap(cmap)
    colors = cmap(np.arange(cmap.N))

    # 将RGBA色转换为不同亮度的灰度值
    # 参考链接http://alienryderflex.com/hsp.html
    RGB_weight = [0.299, 0.587, 0.114]
    luminance = np.sqrt(np.dot(colors[:, :3] ** 2, RGB_weight))
    colors[:, :3] = luminance[:, np.newaxis]

    return LinearSegmentedColormap.from_list(cmap.name + "_gray", colors, cmap.N)


def view_colormap(cmap):
    """用等价的灰度图表示配色方案"""
    cmap = plt.cm.get_cmap(cmap)
    colors = cmap(np.arange(cmap.N))

    cmap = grayscale_cmap(cmap)
    grayscale = cmap(np.arange(cmap.N))

    fig, ax = plt.subplots(2, figsize=(6, 2),
                           subplot_kw=dict(xticks=[], yticks=[]))
    ax[0].imshow([colors], extent=[0, 10, 0, 1])
    ax[1].imshow([grayscale], extent=[0, 10, 0, 1])
```

```
In[6]: view_colormap('jet')
```

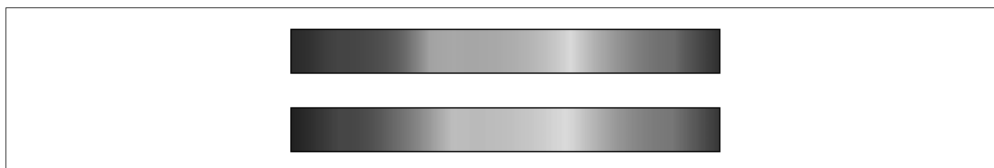


图 4-51：jet 配色方案与非等差的渐变亮度

注意观察灰度图里比较亮的那部分条纹。这些亮度变化不均匀的条纹在彩色图中对应某一段彩色区间，由于色彩太接近容易突显出数据集中不重要的部分，导致眼睛无法识别重点。更好的配色方案是 viridis（已经成为 Matplotlib 2.0 的默认配色方案）。它采用了精心设计的亮度渐变方式，这样不仅便于视觉观察，而且转换成灰度图后也更清晰（如图 4-52 所示）：

```
In[7]: view_colormap('viridis')
```

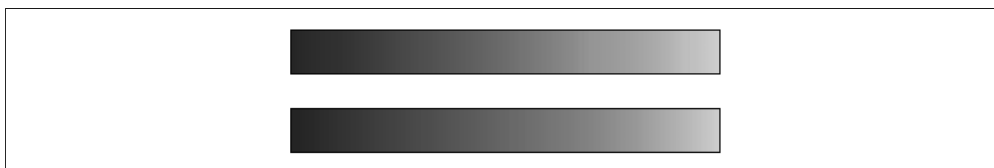


图 4-52：viridis 配色方案和渐变亮度 scale

如果你喜欢彩虹效果，可以用 `cubehelix` 配色方案来可视化连续的数值（如图 4-53 所示）：

```
In[8]: view_colormap('cubehelix')
```

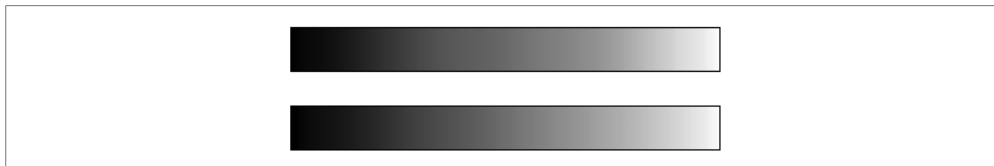


图 4-53：`cubehelix` 配色方案和渐变亮度

至于其他的场景，例如要用两种颜色表示正反两种含义时，可以使用 `RdBu` 双色配色方案（**红色 – 蓝色**，Red-Blue 简称）。但正如图 4-54 所示，用红色、蓝色表示的正反两种信息在灰度图上看不出差别！

```
In[9]: view_colormap('RdBu')
```

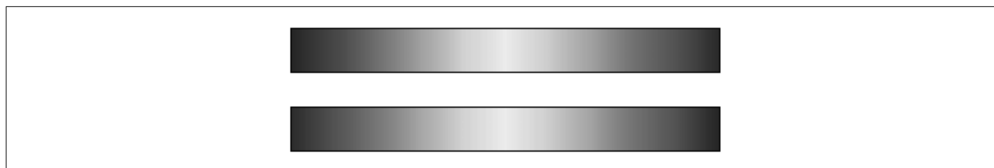


图 4-54：`RdBu` 配色方案和渐变亮度

我们将在后面的章节中继续使用这些配色方案。

Matplotlib 里面有许多配色方案，在 IPython 里面用 Tab 键浏览 `plt.cm` 模块就可以看到所有内容。关于 Python 语言中配色的更多基本原则，可以参考 Seaborn 程序库的工具和文档（详情请参 4.16 节）。

2. 颜色条刻度的限制与扩展功能的设置

Matplotlib 提供了丰富的颜色条配置功能。由于可以将颜色条本身仅看作是一个 `plt.Axes` 实例，因此前面所学的所有关于坐标轴和刻度值的格式配置技巧都可以派上用场。颜色条有一些有趣的特性。例如，我们可以缩短颜色取值的上下限，对于超出上下限的数据，通过 `extend` 参数用三角箭头表示比上限大的数或者比下限小的数。这种方法很简单，比如你想展示一张噪点图（如图 4-55 所示）：

```
In[10]: # 为图形像素设置1%噪点
        speckles = (np.random.random(I.shape) < 0.01)
        I[speckles] = np.random.normal(0, 3, np.count_nonzero(speckles))

        plt.figure(figsize=(10, 3.5))

        plt.subplot(1, 2, 1)
        plt.imshow(I, cmap='RdBu')
        plt.colorbar()

        plt.subplot(1, 2, 2)
```

```
plt.imshow(I, cmap='RdBu')
plt.colorbar(extend='both')
plt.clim(-1, 1);
```

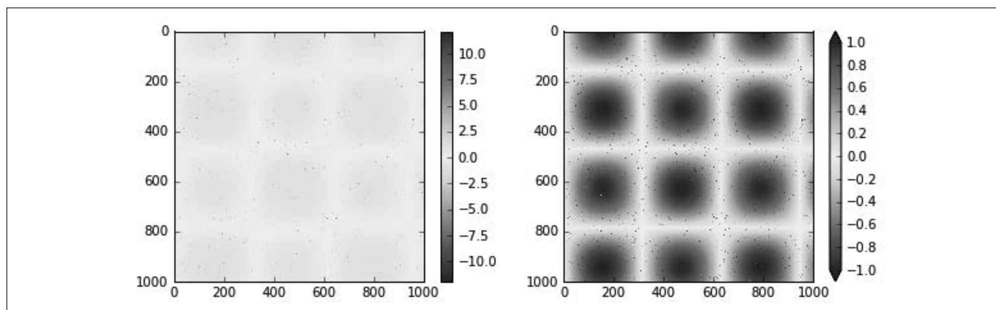


图 4-55：设置颜色条扩展属性

左边那幅图是用默认的颜色条刻度限制实现的效果，噪点的范围完全覆盖了我们感兴趣的数据。而右边的图形设置了颜色条的刻度上下限，并在上下限之外增加了扩展功能，这样的数据可视化图形显然更有效果。

3. 离散型颜色条

虽然颜色条默认都是连续的，但有时你可能也需要表示离散数据。最简单的做法就是使用 `plt.cm.get_cmap()` 函数，将适当的配色方案的名称以及需要的区间数量传进去即可（如图 4-56 所示）：

```
In[11]: plt.imshow(I, cmap=plt.cm.get_cmap('Blues', 6))
        plt.colorbar()
        plt.clim(-1, 1);
```

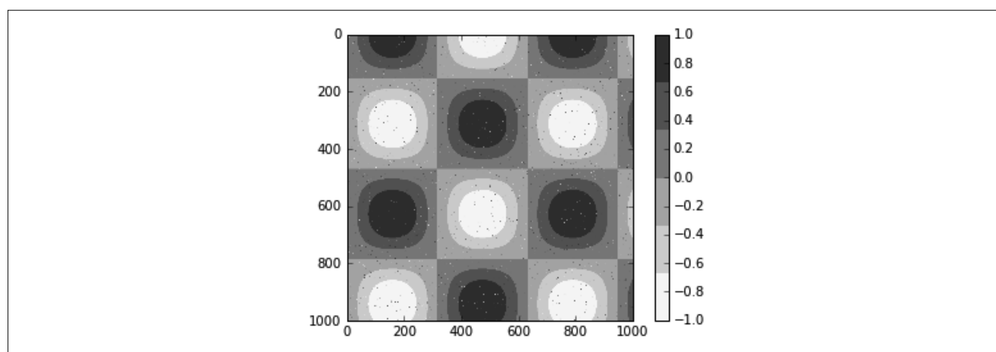


图 4-56：离散型颜色条

这种离散型颜色条和其他颜色条的用法相同。

4.9.2 案例：手写数字

让我们来看一些有趣的手写数字可视化图，这可能是一个比较实用的案例。数据在 Scikit-

Learn 里面，包含近 2000 份 8×8 的手写数字缩略图。

先下载数据，然后用 `plt.imshow()` 对一些图形进行可视化（如图 4-57 所示）：

```
In[12]: # 加载数字0~5的图形，对其进行可视化
        from sklearn.datasets import load_digits
        digits = load_digits(n_class=6)

        fig, ax = plt.subplots(8, 8, figsize=(6, 6))
        for i, axi in enumerate(ax.flat):
            axi.imshow(digits.images[i], cmap='binary')
            axi.set(xticks=[], yticks=[])
```

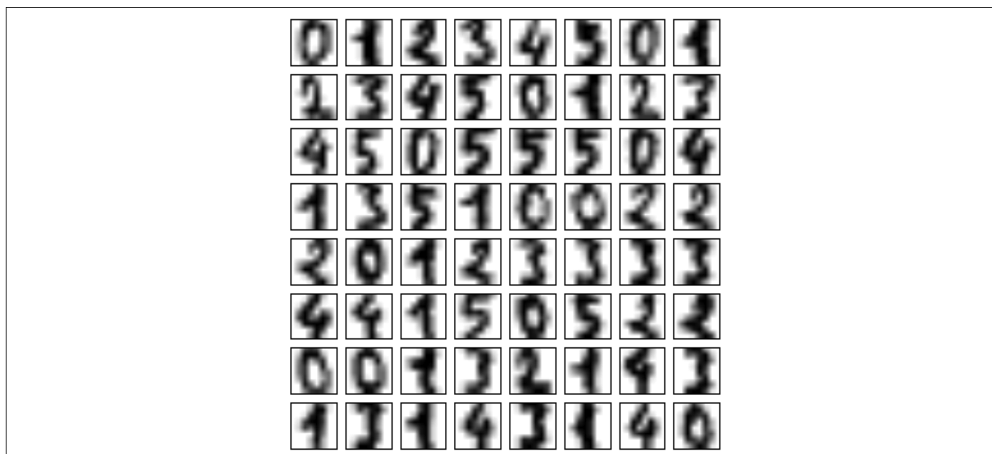


图 4-57：手写数字样本

由于每个数字都由 64 像素的色相（hue）构成，因此可以将每个数字看成是一个位于 64 维空间的点，即每个维度表示一个像素的亮度。但是想通过可视化来描述如此高维度的空间是非常困难的。一种解决方案是通过**降维**技术，在尽量保留数据内部重要关联性的同时降低数据的维度，例如流形学习（manifold learning）。降维是无监督学习的重要内容，5.1 节将详细介绍这部分知识。

暂且不提具体的降维细节，先来看看如何用流形学习将这些数据投影到二维空间进行可视化（详情请参见 5.10 节）：

```
In[13]: # 用IsoMap方法将数字投影到二维空间
        from sklearn.manifold import Isomap
        iso = Isomap(n_components=2)
        projection = iso.fit_transform(digits.data)
```

我们将用离散型颜色条来显示结果，调整 `ticks` 与 `clim` 参数来改善颜色条（如图 4-58 所示）：

```
In[14]: # 画图
        plt.scatter(projection[:, 0], projection[:, 1], lw=0.1,
                    c=digits.target, cmap=plt.cm.get_cmap('cubehelix', 6))
        plt.colorbar(ticks=range(6), label='digit value')
        plt.clim(-0.5, 5.5)
```

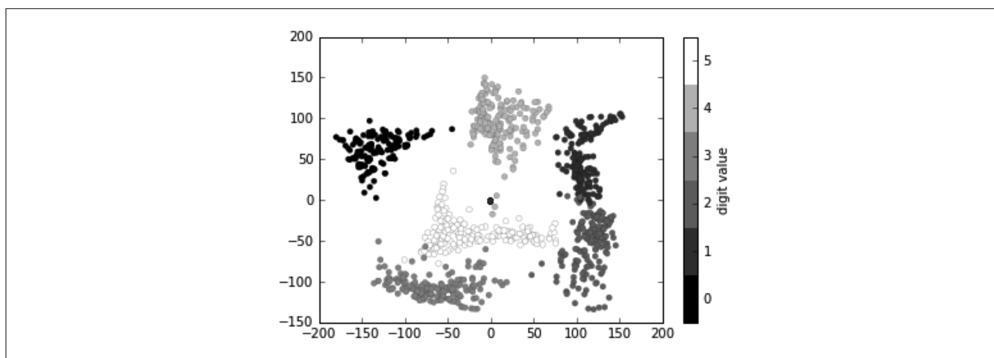


图 4-58：手写数字像素的流形学习结果

这个投影结果还向我们展示了一些数据集的有趣特性。例如，数字 5 与数字 3 在投影中有大面积重叠，说明一些手写的 5 与 3 难以区分，因此自动分类算法也更容易搞混它们。其他的数字，像数字 0 与数字 1，隔得特别远，说明两者不太可能出现混淆。这个观察结果也符合我们的直观感受，因为 5 和 3 看起来确实要比 0 和 1 更像。

我们将在第 5 章深入学习流形学习和手写数字识别的相关内容。

4.10　多子图

有时候需要从多个角度对数据进行对比。Matplotlib 为此提出了**子图**（subplot）的概念：在较大的图形中同时放置一组较小的坐标轴。这些子图可能是画中画（inset）、网格图（grid of plots），或者是其他更复杂的布局形式。在这一节中，我们将介绍四种用 Matplotlib 创建子图的方法。首先，在 Notebook 中导入画图需要的程序库：

```
In[1]: %matplotlib inline
       import matplotlib.pyplot as plt
       plt.style.use('seaborn-white')
       import numpy as np
```

4.10.1　`plt.axes`：手动创建子图

创建坐标轴最基本的方法就是使用 `plt.axes` 函数。前面已经介绍过，这个函数的默认配置是创建一个标准的坐标轴，填满整张图。它还有一个可选参数，由图形坐标系统的四个值构成。这四个值分别表示图形坐标系统的 [*bottom, left, width, height*]（底坐标、左坐标、宽度、高度），数值的取值范围是左下角（原点）为 0，右上角为 1。

如果想要在右上角创建一个画中画，那么可以首先将 x 与 y 设置为 0.65（就是坐标轴原点位于图形高度 65% 和宽度 65% 的位置），然后将 x 与 y 扩展到 0.2（也就是将坐标轴的宽度与高度设置为图形的 20%）。图 4-59 显示了代码的结果：

```
In[2]: ax1 = plt.axes()  # 默认坐标轴
       ax2 = plt.axes([0.65, 0.65, 0.2, 0.2])
```

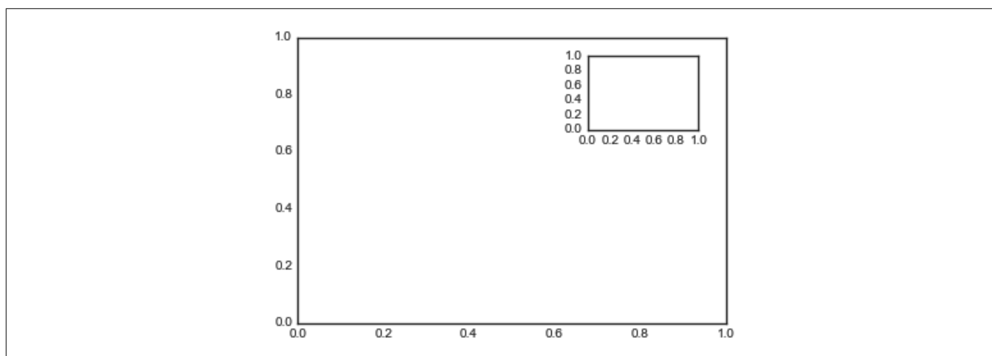


图 4-59：图中图的坐标轴

面向对象画图接口中类似的命令有 fig.add_axes()。用这个命令创建两个竖直排列的坐标轴（如图 4-60 所示）：

```
In[3]: fig = plt.figure()
       ax1 = fig.add_axes([0.1, 0.5, 0.8, 0.4],
                          xticklabels=[], ylim=(-1.2, 1.2))
       ax2 = fig.add_axes([0.1, 0.1, 0.8, 0.4],
                          ylim=(-1.2, 1.2))

       x = np.linspace(0, 10)
       ax1.plot(np.sin(x))
       ax2.plot(np.cos(x));
```

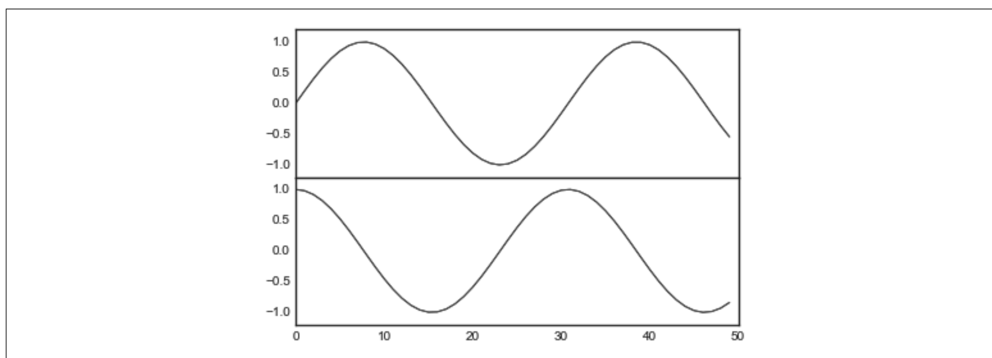


图 4-60：竖直排列的坐标轴

现在就可以看到两个紧挨着的坐标轴（上面的坐标轴没有刻度）：上子图（起点 y 坐标为 0.5 位置）与下子图的 x 轴刻度是对应的（起点 y 坐标为 0.1，高度为 0.4）。

4.10.2　plt.subplot：简易网格子图

若干彼此对齐的行列子图是常见的可视化任务，Matplotlib 拥有一些可以轻松创建它们的简便方法。最底层的方法是用 plt.subplot() 在一个网格中创建一个子图。这个命令有三

个整型参数——将要创建的网格子图行数、列数和索引值，索引值从 1 开始，从左上角到右下角依次增大（如图 4-61 所示）：

```
In[4]: for i in range(1, 7):
           plt.subplot(2, 3, i)
           plt.text(0.5, 0.5, str((2, 3, i)),
                    fontsize=18, ha='center')
```

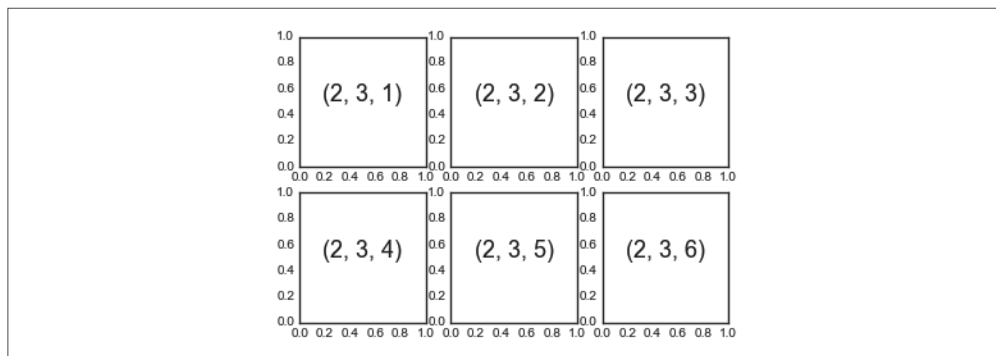


图 4-61：plt.subplot()

plt.subplots_adjust 命令可以调整子图之间的间隔。用面向对象接口的命令 fig.add_subplot() 可以取得同样的效果（结果如图 4-62 所示）：

```
In[5]: fig = plt.figure()
       fig.subplots_adjust(hspace=0.4, wspace=0.4)
       for i in range(1, 7):
           ax = fig.add_subplot(2, 3, i)
           ax.text(0.5, 0.5, str((2, 3, i)),
                  fontsize=18, ha='center')
```

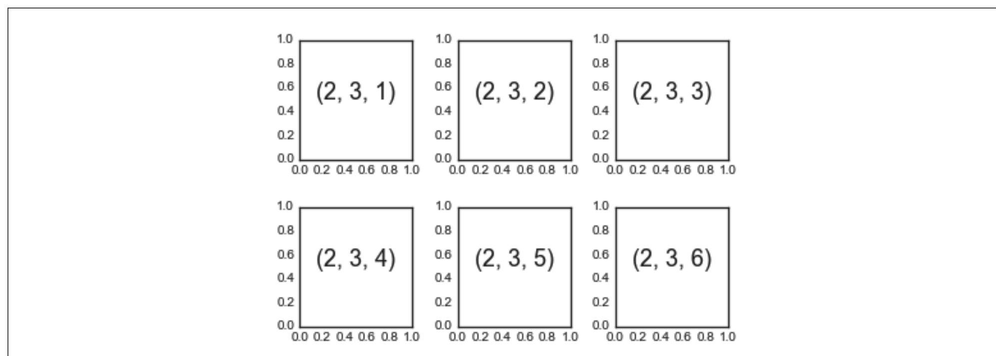


图 4-62：带边距调整功能的 plt.subplot()

我们通过 plt.subplots_adjust 的 hspace 与 wspace 参数设置与图形高度与宽度一致的子图间距，数值以子图的尺寸为单位（在本例中，间距是子图宽度与高度的 40%）。

4.10.3 plt.subplots：用一行代码创建网格

当你打算创建一个大型网格子图时，就没办法使用前面那种亦步亦趋的方法了，尤其是当你想隐藏内部子图的 x 轴与 y 轴标题时。出于这一需求，`plt.subplots()` 实现了你想要的功能（需要注意此处 `subplots` 结尾多了个 `s`）。这个函数不是用来创建单个子图的，而是用一行代码创建多个子图，并返回一个包含子图的 NumPy 数组。关键参数是行数与列数，以及可选参数 `sharex` 与 `sharey`，通过它们可以设置不同子图之间的关联关系。

我们将创建一个 2×3 网格子图，每行的 3 个子图使用相同的 y 轴坐标，每列的 2 个子图使用相同的 x 轴坐标（如图 4-63 所示）：

```
In[6]: fig, ax = plt.subplots(2, 3, sharex='col', sharey='row')
```

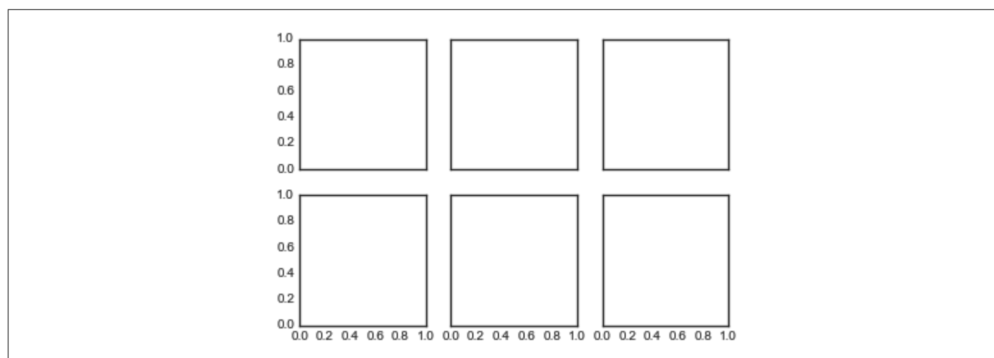


图 4-63：`plt.subplots()` 方法共享 x 轴与 y 轴坐标

设置 `sharex` 与 `sharey` 参数之后，我们就可以自动去掉网格内部子图的标签，让图形看起来更整洁。坐标轴实例网格的返回结果是一个 NumPy 数组，这样就可以通过标准的数组取值方式轻松获取想要的坐标轴了（如图 4-64 所示）：

```
In[7]: # 坐标轴存放在一个NumPy数组中，按照[row, col]取值
       for i in range(2):
           for j in range(3):
               ax[i, j].text(0.5, 0.5, str((i, j)),
                             fontsize=18, ha='center')
       fig
```

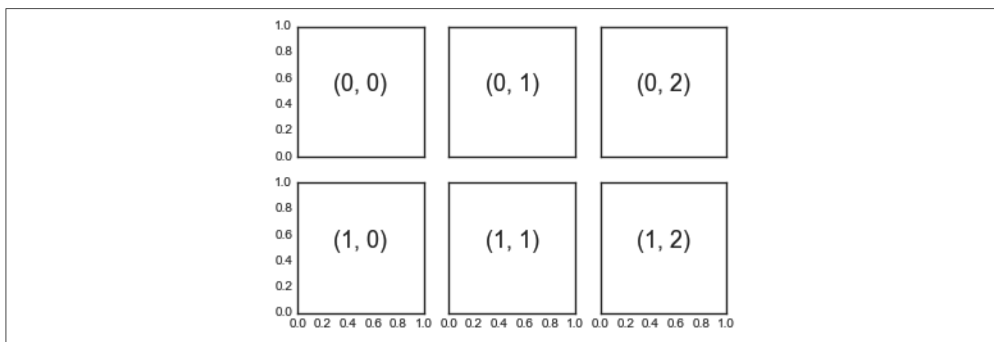


图 4-64：确定网格中的子图

与 `plt.subplot()`[1] 相比，`plt.subplots()` 与 Python 索引从 0 开始的习惯保持一致。

4.10.4　plt.GridSpec：实现更复杂的排列方式

如果想实现不规则的多行多列子图网格，`plt.GridSpec()` 是最好的工具。`plt.GridSpec()` 对象本身不能直接创建一个图形，它只是 `plt.subplot()` 命令可以识别的简易接口。例如，一个带行列间距的 2×3 网格的配置代码如下所示：

```
In[8]: grid = plt.GridSpec(2, 3, wspace=0.4, hspace=0.3)
```

可以通过类似 Python 切片的语法设置子图的位置和扩展尺寸（如图 4-65 所示）：

```
In[9]: plt.subplot(grid[0, 0])
       plt.subplot(grid[0, 1:])
       plt.subplot(grid[1, :2])
       plt.subplot(grid[1, 2]);
```

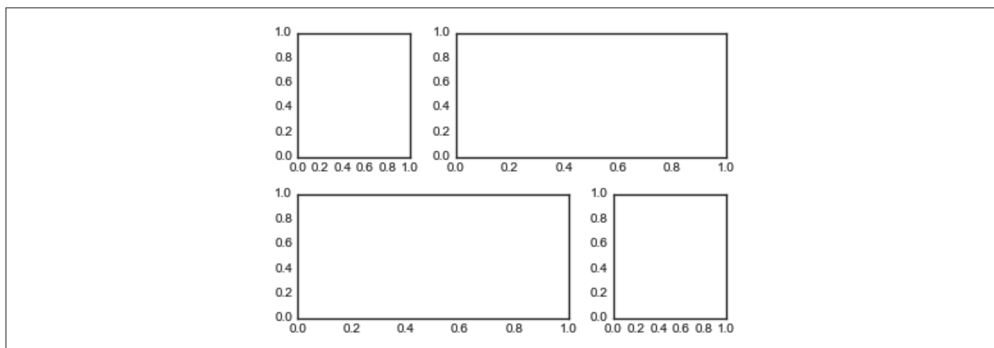


图 4-65：用 `plt.GridSpec` 生成不规则子图

这种灵活的网格排列方式用途十分广泛，我经常会用它来创建如图 4-66 所示的多轴频次直方图（multi-axes histogram）（如图 4-66 所示）：

注 1：与 MATLAB 的索引从 1 开始类似。——译者注

```
In[10]: # 创建一些正态分布数据
        mean = [0, 0]
        cov = [[1, 1], [1, 2]]
        x, y = np.random.multivariate_normal(mean, cov, 3000).T

        # 设置坐标轴和网格配置方式
        fig = plt.figure(figsize=(6, 6))
        grid = plt.GridSpec(4, 4, hspace=0.2, wspace=0.2)
        main_ax = fig.add_subplot(grid[:-1, 1:])
        y_hist = fig.add_subplot(grid[:-1, 0], xticklabels=[], sharey=main_ax)
        x_hist = fig.add_subplot(grid[-1, 1:], yticklabels=[], sharex=main_ax)

        # 主坐标轴画散点图
        main_ax.plot(x, y, 'ok', markersize=3, alpha=0.2)

        # 次坐标轴画频次直方图
        x_hist.hist(x, 40, histtype='stepfilled',
                    orientation='vertical', color='gray')
        x_hist.invert_yaxis()

        y_hist.hist(y, 40, histtype='stepfilled',
                    orientation='horizontal', color='gray')
        y_hist.invert_xaxis()
```

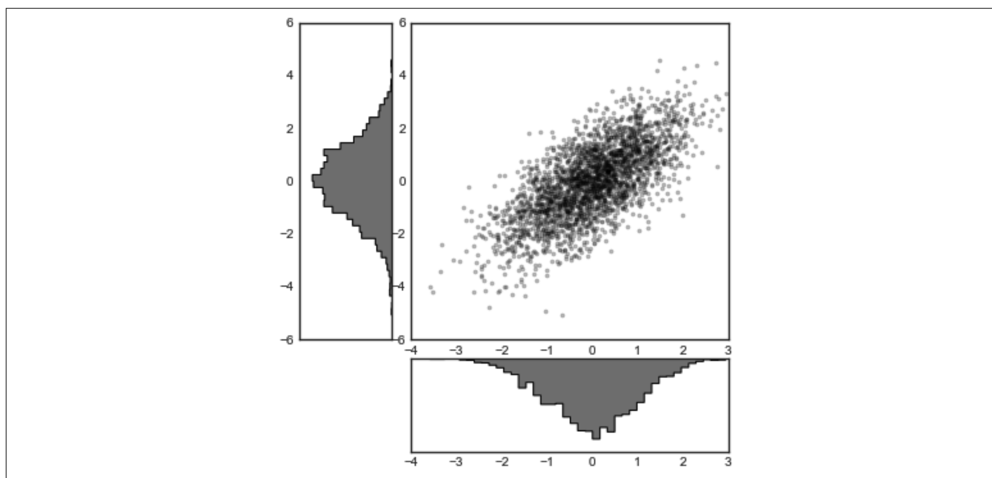


图 4-66：用 `plt.GridSpec` 可视化多维分布数据

这种类型的分布图十分常见，Seaborn 程序包提供了专门的 API 来实现它们，详情请参见 4.16 节。

4.11 文字与注释

一个优秀的可视化作品就是给读者讲一个精彩的故事。虽然在一些场景中，这个故事可以完全通过视觉来表达，不需要任何多余的文字。但在另外一些场景中，辅之以少量的文字提示（textual cue）和标签是必不可少的。虽然最基本的注释（annotation）类型可能只是

坐标轴标题与图标题，但注释可远远不止这些。让我们可视化一些数据，看看如何通过添加注释来更恰当地表达信息。还是先在 Notebook 里面导入画图需要用到的一些函数：

```
In[1]: %matplotlib inline
       import matplotlib.pyplot as plt
       import matplotlib as mpl
       plt.style.use('seaborn-whitegrid')
       import numpy as np
       import pandas as pd
```

4.11.1　案例：节假日对美国出生率的影响

让我们用 3.10.4 节介绍过的的数据来演示。在那个案例中，我们画了一幅图表示美国每一年的出生人数。和前面一样，数据可以在 https://raw.githubusercontent.com/jakevdp/data-CDCbirths/master/births.csv 下载。

首先用前面介绍过的清洗方法处理数据，然后画出结果（如图 4-67 所示）：

```
In[2]:
births = pd.read_csv('births.csv')

quartiles = np.percentile(births['births'], [25, 50, 75])
mu, sig = quartiles[1], 0.74 * (quartiles[2] - quartiles[0])
births = births.query('(births > @mu - 5 * @sig) & (births < @mu + 5 * @sig)')

births['day'] = births['day'].astype(int)

births.index = pd.to_datetime(10000 * births.year +
                              100 * births.month +
                              births.day, format='%Y%m%d')
births_by_date = births.pivot_table('births',
                                    [births.index.month, births.index.day])
births_by_date.index = [pd.datetime(2012, month, day)
                        for (month, day) in births_by_date.index]

In[3]: fig, ax = plt.subplots(figsize=(12, 4))
       births_by_date.plot(ax=ax);
```

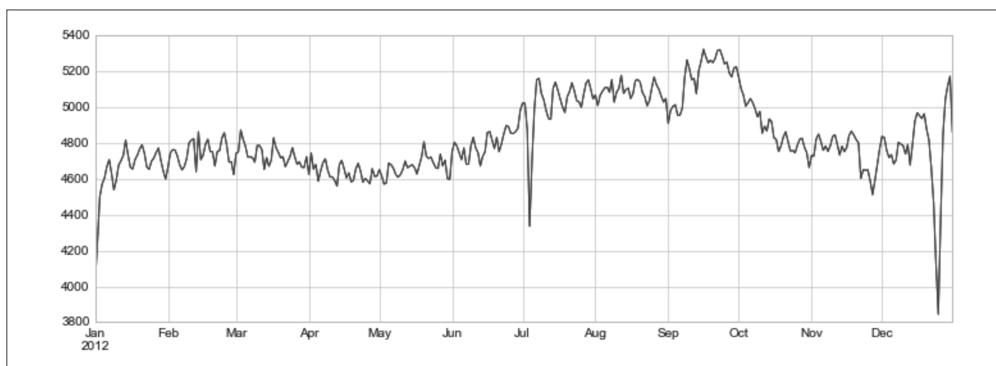


图 4-67：日均出生人数统计图

在用这样的图表达观点时，如果可以在图中增加一些注释，就更能吸引读者的注意了。可以通过 plt.text/ ax.text 命令手动添加注释，它们可以在具体的 x / y 坐标点上放上文字（如图 4-68 所示）：

```
In[4]: fig, ax = plt.subplots(figsize=(12, 4))
       births_by_date.plot(ax=ax)

       # 在图上增加文字标签
       style = dict(size=10, color='gray')

       ax.text('2012-1-1', 3950, "New Year's Day", **style)
       ax.text('2012-7-4', 4250, "Independence Day", ha='center', **style)
       ax.text('2012-9-4', 4850, "Labor Day", ha='center', **style)
       ax.text('2012-10-31', 4600, "Halloween", ha='right', **style)
       ax.text('2012-11-25', 4450, "Thanksgiving", ha='center', **style)
       ax.text('2012-12-25', 3850, "Christmas ", ha='right', **style)

       # 设置坐标轴标题
       ax.set(title='USA births by day of year (1969-1988)',
              ylabel='average daily births')

       # 设置x轴刻度值，让月份居中显示
       ax.xaxis.set_major_locator(mpl.dates.MonthLocator())
       ax.xaxis.set_minor_locator(mpl.dates.MonthLocator(bymonthday=15))
       ax.xaxis.set_major_formatter(plt.NullFormatter())
       ax.xaxis.set_minor_formatter(mpl.dates.DateFormatter('%h'));
```



图 4-68：为日均出生人数统计图添加注释

ax.text 方法需要一个 x 轴坐标、一个 y 轴坐标、一个字符串和一些可选参数，比如文字的颜色、字号、风格、对齐方式以及其他文字属性。这里用了 ha='right' 与 ha='center'，ha 是**水平对齐方式**（horizonal alignment）的缩写。关于配置参数的更多信息，请参考 plt.text() 与 mpl.text.Text() 的程序文档。

4.11.2 坐标变换与文字位置

前面的示例将文字放在了目标数据的位置上。但有时候可能需要将文字放在与数据无关的位置上，比如坐标轴或者图形中。在 Matplotlib 中，我们通过调整**坐标变换**（transform）来实现。

任何图形显示框架都需要一些变换坐标系的机制。例如，当一个位于 $(x, y) = (1, 1)$ 位置的点需要以某种方式显示在图上特定的位置时，就需要用屏幕的像素来表示。用数学方法处理这种坐标系变换很简单，Matplotlib 有一组非常棒的工具可以实现类似功能（这些工具位于 `matplotlib.transforms` 子模块中）。

虽然一般用户并不需要关心这些变换的细节，但是了解这些知识对在图上放置文字大有帮助。一共有三种解决这类问题的预定义变换方式。

`ax.transData`
: 以数据为基准的坐标变换。

`ax.transAxes`
: 以坐标轴为基准的坐标变换（以坐标轴维度为单位）。

`fig.transFigure`
: 以图形为基准的坐标变换（以图形维度为单位）。

下面举一个例子，用三种变换方式将文字画在不同的位置（如图 4-69 所示）：

```
In[5]: fig, ax = plt.subplots(facecolor='lightgray')
       ax.axis([0, 10, 0, 10])

       # 虽然transform=ax.transData是默认值，但还是设置一下
       ax.text(1, 5, ". Data: (1, 5)", transform=ax.transData)
       ax.text(0.5, 0.1, ". Axes: (0.5, 0.1)", transform=ax.transAxes)
       ax.text(0.2, 0.2, ". Figure: (0.2, 0.2)", transform=fig.transFigure);
```

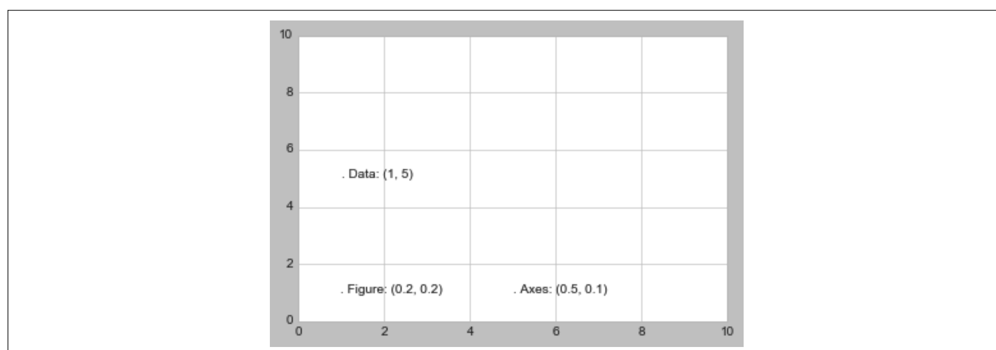


图 4-69：对比 Matplotlib 的三种坐标系（1）

默认情况下，上面的文字在各自的坐标系中都是左对齐的。这三个字符串开头的 . 字符基本就是对应的坐标位置。

`transData` 坐标用 x 轴与 y 轴的标签作为数据坐标。`transAxes` 坐标以坐标轴（图中白色矩形）左下角的位置为原点，按坐标轴尺寸的比例呈现坐标。`transFigure` 坐标与之类似，不过是以图形（图中灰色矩形）左下角的位置为原点，按图形尺寸的比例呈现坐标。

需要注意的是，假如你改变了坐标轴上下限，那么只有 `transData` 坐标会受影响，其他坐标系都不变（如图 4-70 所示）：

```
In[6]: ax.set_xlim(0, 2)
       ax.set_ylim(-6, 6)
       fig
```

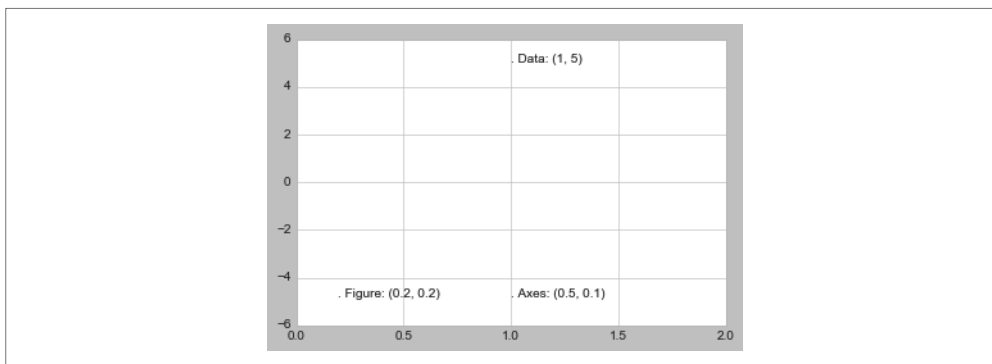


图 4-70：对比 Matplotlib 的三种坐标系（2）

如果你改变了坐标轴上下限，那么就可以更清晰地看到刚刚所说的变化。如果你是在 Notebook 里运行本书代码的，那么可以把 `%matplotlib inline` 改成 `%matplotlib notebook`，然后用图形菜单与图形交互（拖动按钮即可），就可以实现坐标轴平移了。

4.11.3　箭头与注释

除了刻度线和文字，简单的箭头也是一种有用的注释标签。

在 Matplotlib 里面画箭头通常比你想象的要困难。虽然有一个 `plt.arrow()` 函数可以实现这个功能，但是我不推荐使用它，因为它创建出的箭头是 SVG 向量图对象，会随着图形分辨率的变化而改变，最终的结果可能完全不是用户想要的。我要推荐的是 `plt.annotate()` 函数。这个函数既可以创建文字，也可以创建箭头，而且它创建的箭头能够进行非常灵活的配置。

下面用 `annotate` 的一些配置选项来演示（如图 4-71 所示）：

```
In[7]: %matplotlib inline

       fig, ax = plt.subplots()

       x = np.linspace(0, 20, 1000)
       ax.plot(x, np.cos(x))
       ax.axis('equal')

       ax.annotate('local maximum', xy=(6.28, 1), xytext=(10, 4),
                   arrowprops=dict(facecolor='black', shrink=0.05))

       ax.annotate('local minimum', xy=(5 * np.pi, -1), xytext=(2, -6),
                   arrowprops=dict(arrowstyle="->",
                                   connectionstyle="angle3,angleA=0,angleB=-90"));
```

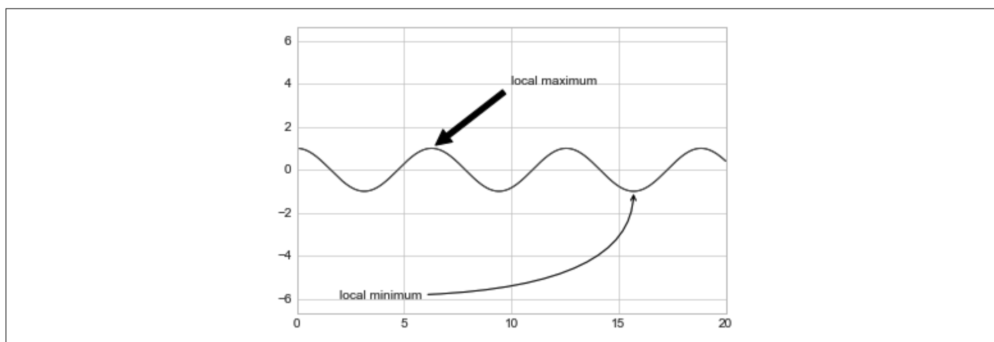


图 4-71：图形注释

箭头的风格是通过 arrowprops 字典控制的，里面有许多可用的选项。由于这些选项在 Matplotlib 的官方文档中都有非常详细的介绍，我就不再赘述，仅做一点儿功能演示。让我们用前面的美国出生人数图来演示一些箭头注释（如图 4-72 所示）：

```
In[8]:
fig, ax = plt.subplots(figsize=(12, 4))
births_by_date.plot(ax=ax)

# 在图上增加箭头标签
ax.annotate("New Year's Day", xy=('2012-1-1', 4100),  xycoords='data',
            xytext=(50, -30), textcoords='offset points',
            arrowprops=dict(arrowstyle="->",
                            connectionstyle="arc3,rad=-0.2"))


ax.annotate("Independence Day", xy=('2012-7-4', 4250),  xycoords='data',
            bbox=dict(boxstyle="round", fc="none", ec="gray"),
            xytext=(10, -40), textcoords='offset points', ha='center',
            arrowprops=dict(arrowstyle="->"))

ax.annotate('Labor Day', xy=('2012-9-4', 4850), xycoords='data', ha='center',
            xytext=(0, -20), textcoords='offset points')
ax.annotate('', xy=('2012-9-1', 4850), xytext=('2012-9-7', 4850),
            xycoords='data', textcoords='data',
            arrowprops={'arrowstyle': '|-|,widthA=0.2,widthB=0.2', })

ax.annotate('Halloween', xy=('2012-10-31', 4600),  xycoords='data',
            xytext=(-80, -40), textcoords='offset points',
            arrowprops=dict(arrowstyle="fancy",
                            fc="0.6", ec="none",
                            connectionstyle="angle3,angleA=0,angleB=-90"))

ax.annotate('Thanksgiving', xy=('2012-11-25', 4500),  xycoords='data',
            xytext=(-120, -60), textcoords='offset points',
            bbox=dict(boxstyle="round4,pad=.5", fc="0.9"),
            arrowprops=dict(arrowstyle="->",
                            connectionstyle="angle,angleA=0,angleB=80,rad=20"))
```

```
ax.annotate('Christmas', xy=('2012-12-25', 3850),  xycoords='data',
            xytext=(-30, 0), textcoords='offset points',
            size=13, ha='right', va="center",
            bbox=dict(boxstyle="round", alpha=0.1),
            arrowprops=dict(arrowstyle="wedge,tail_width=0.5", alpha=0.1));

# 设置坐标轴标题
ax.set(title='USA births by day of year (1969-1988)',
       ylabel='average daily births')

# 设置x轴刻度值，让月份居中显示
ax.xaxis.set_major_locator(mpl.dates.MonthLocator())
ax.xaxis.set_minor_locator(mpl.dates.MonthLocator(bymonthday=15))
ax.xaxis.set_major_formatter(plt.NullFormatter())
ax.xaxis.set_minor_formatter(mpl.dates.DateFormatter('%h'));

ax.set_ylim(3600, 5400);
```

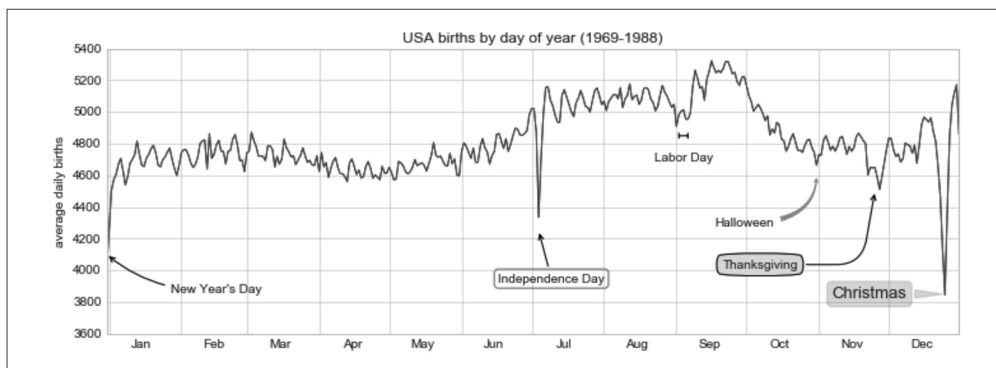


图 4-72：带注释的日均出生人数

你可能已经注意到了，箭头和文本框的配置功能非常细致，这样你就可以创建自己想要的箭头风格了。不过，功能太过细致往往也就意味着操作起来比较复杂，如果真要做一个产品级的图形，可能得耗费大量的时间。最后我想说一句，前面适用的混合风格并不是数据可视化的最佳实践，仅仅是为演示一些功能而已。

关于箭头和注释风格的更多介绍与示例，可以在 Matplotlib 的画廊（gallery）中看到，尤其推荐 http://matplotlib.org/examples/pylab_examples/annotation_demo2.html 这个例子。

4.12 自定义坐标轴刻度

虽然 Matplotlib 默认的坐标轴定位器（locator）与格式生成器（formatter）可以满足大部分需求，但是并非对每一幅图都合适。本节将通过一些示例演示如何将坐标轴刻度调整为你需要的位置与格式。

在介绍示例之前，我们最好先对 Matplotlib 图形的对象层级有更深入的理解。Matplotlib 的目标是用 Python 对象表现任意图形元素。例如，想想前面介绍的 `figure` 对象，它其实就是一个盛放图形元素的包围盒（bounding box）。可以将每个 Matplotlib 对象都看成是子对

象（sub-object）的容器，例如每个 `figure` 都会包含一个或多个 `axes` 对象，每个 `axes` 对象又会包含其他表示图形内容的对象。

坐标轴刻度线也不例外。每个 `axes` 都有 `xaxis` 和 `yaxis` 属性，每个属性同样包含构成坐标轴的线条、刻度和标签的全部属性。

4.12.1　主要刻度与次要刻度

每一个坐标轴都有**主要**刻度线与**次要**刻度线。顾名思义，主要刻度往往更大或更显著，而次要刻度往往更小。虽然一般情况下 Matplotlib 不会使用次要刻度，但是你会在对数图中看到它们（如图 4-73 所示）：

```
In[1]: %matplotlib inline
       import matplotlib.pyplot as plt
       plt.style.use('seaborn-whitegrid')
       import numpy as np

In[2]: ax = plt.axes(xscale='log', yscale='log')
```

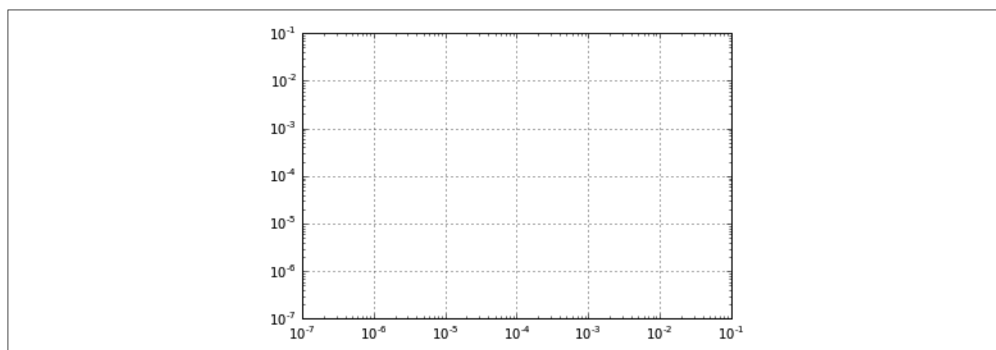


图 4-73：对数刻度与标签

我们发现每个主要刻度都显示为一个较大的刻度线和标签，而次要刻度都显示为一个较小的刻度线，且不显示标签。

可以通过设置每个坐标轴的 `formatter` 与 `locator` 对象，自定义这些刻度属性（包括刻度线的位置和标签）。来检查一下图形 x 轴的属性：

```
In[3]: print(ax.xaxis.get_major_locator())
       print(ax.xaxis.get_minor_locator())

<matplotlib.ticker.LogLocator object at 0x107530cc0>
<matplotlib.ticker.LogLocator object at 0x107530198>

In[4]: print(ax.xaxis.get_major_formatter())
       print(ax.xaxis.get_minor_formatter())

<matplotlib.ticker.LogFormatterMathtext object at 0x107512780>
<matplotlib.ticker.NullFormatter object at 0x10752dc18>
```

我们会发现，主要刻度标签和次要刻度标签的位置都是通过一个 LogLocator 对象（在对数图中可以看到）设置的。然而，次要刻度有一个 NullFormatter 对象处理标签，这样标签就不会在图上显示了。

下面来演示一些示例，看看不同图形的定位器与格式生成器是如何设置的。

4.12.2　隐藏刻度与标签

最常用的刻度 / 标签格式化操作可能就是隐藏刻度与标签了，可以通过 plt.NullLocator() 与 plt.NullFormatter() 实现，如下所示（如图 4-74 所示）：

```
In[5]: ax = plt.axes()
       ax.plot(np.random.rand(50))

       ax.yaxis.set_major_locator(plt.NullLocator())
       ax.xaxis.set_major_formatter(plt.NullFormatter())
```

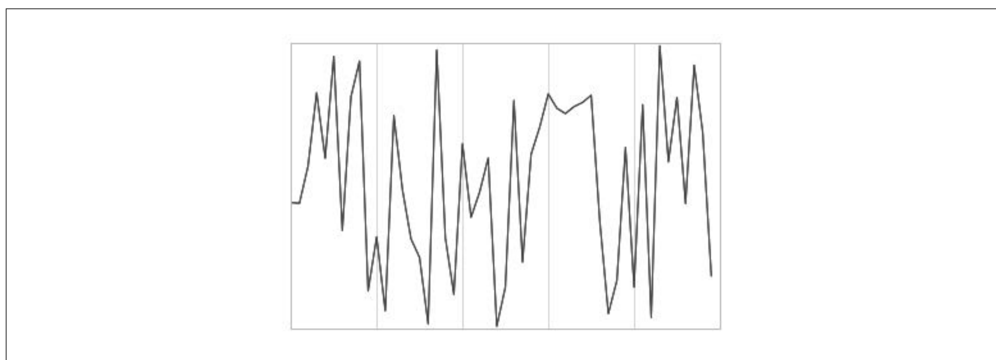


图 4-74：隐藏图形的 x 轴标签与 y 轴刻度

需要注意的是，我们移除了 x 轴的标签（但是保留了刻度线 / 网格线），以及 y 轴的刻度（标签也一并被移除）。在许多场景中都不需要刻度线，比如当你想要显示一组图形时。举个例子，像图 4-75 那样包含不同人脸的照片，就是经常用于研究有监督机器学习问题的示例（详情请参见 5.7 节）：

```
In[6]: fig, ax = plt.subplots(5, 5, figsize=(5, 5))
       fig.subplots_adjust(hspace=0, wspace=0)

       # 从scikit-learn获取一些人脸照片数据
       from sklearn.datasets import fetch_olivetti_faces
       faces = fetch_olivetti_faces().images

       for i in range(5):
           for j in range(5):
               ax[i, j].xaxis.set_major_locator(plt.NullLocator())
               ax[i, j].yaxis.set_major_locator(plt.NullLocator())
               ax[i, j].imshow(faces[10 * i + j], cmap="bone")
```



图 4-75：隐藏人脸图形的坐标轴

需要注意的是，由于每幅人脸图形默认都有各自的坐标轴，然而在这个特殊的可视化场景中，刻度值（本例中是像素值）的存在并不能传达任何有用的信息，因此需要将定位器设置为空。

4.12.3 增减刻度数量

默认刻度标签有一个问题，就是显示较小图形时，通常刻度显得十分拥挤。我们可以在图 4-76 的网格中看到类似的问题：

```
In[7]: fig, ax = plt.subplots(4, 4, sharex=True, sharey=True)
```

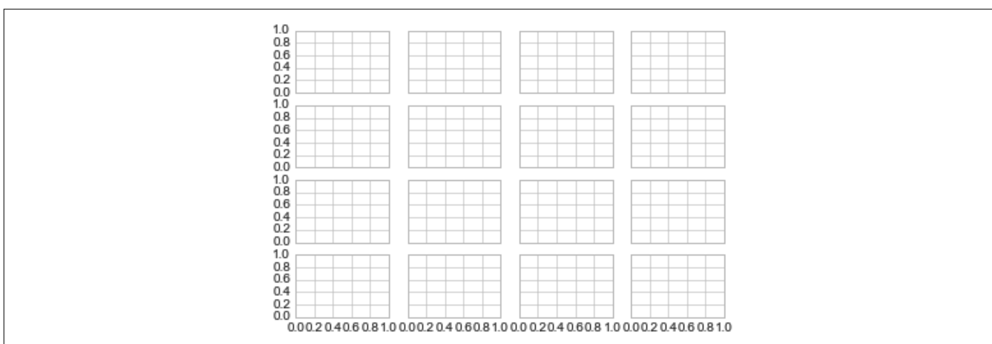


图 4-76：刻度拥挤的图形

尤其是 x 轴，数字几乎都重叠在一起，辨识起来非常困难。我们可以用 `plt.MaxNLocator()` 来解决这个问题，通过它可以设置最多需要显示多少刻度。根据设置的最多刻度数量，Matplotlib 会自动为刻度安排恰当的位置（如图 4-77 所示）：

```
In[8]: # 为每个坐标轴设置主要刻度定位器
       for axi in ax.flat:
           axi.xaxis.set_major_locator(plt.MaxNLocator(3))
           axi.yaxis.set_major_locator(plt.MaxNLocator(3))
       fig
```

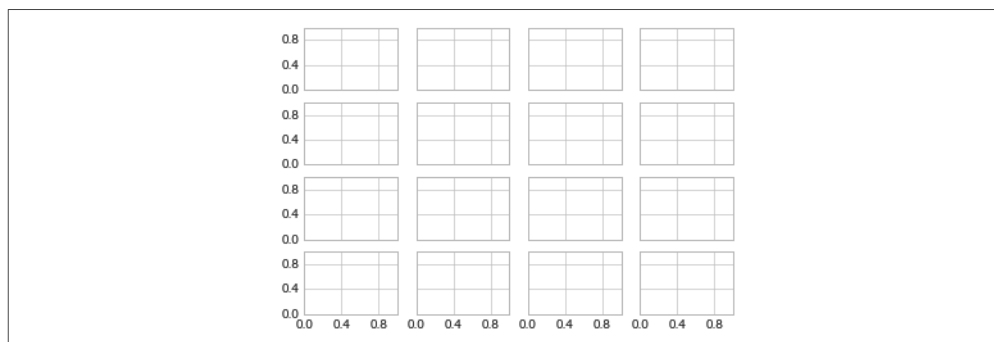


图 4-77：自定义刻度数量

这样图形就显得更简洁了。如果你还想要获得更多的配置功能，那么可以试试 `plt.MultipleLocator`，我们将在接下来的内容中介绍它。

4.12.4 花哨的刻度格式

Matplotlib 默认的刻度格式可以满足大部分的需求。虽然默认配置已经很不错了，但是有时候你可能需要更多的功能，例如图 4-78 中的正弦曲线和余弦曲线：

```
In[9]: # 画正弦曲线和余弦曲线
       fig, ax = plt.subplots()
       x = np.linspace(0, 3 * np.pi, 1000)
       ax.plot(x, np.sin(x), lw=3, label='Sine')
       ax.plot(x, np.cos(x), lw=3, label='Cosine')

       # 设置网格、图例和坐标轴上下限
       ax.grid(True)
       ax.legend(frameon=False)
       ax.axis('equal')
       ax.set_xlim(0, 3 * np.pi);
```

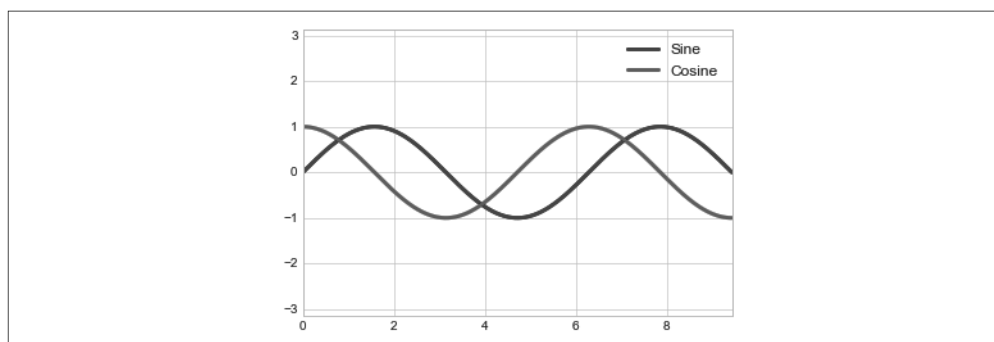


图 4-78：默认带整数刻度的图

我们可能想稍稍改变一下这幅图。首先，如果将刻度与网格线画在 π 的倍数上，图形会更加自然。可以通过设置一个 `MultipleLocator` 来实现，它可以将刻度放在你提供的

数值的倍数上。为了更好地测量，在 π/4 的倍数上添加主要刻度和次要刻度（如图 4-79 所示）：

```
In[10]: ax.xaxis.set_major_locator(plt.MultipleLocator(np.pi / 2))
        ax.xaxis.set_minor_locator(plt.MultipleLocator(np.pi / 4))
        fig
```

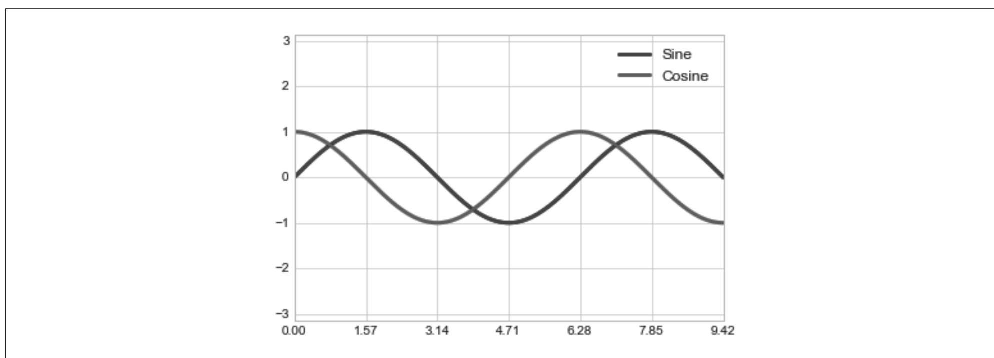


图 4-79：在 π / 2 的倍数上显示刻度

然而，这些刻度标签看起来有点奇怪：虽然我们知道它们是 π 的倍数，但是用小数表示圆周率不太直观。因此，我们可以用刻度格式生成器来修改。由于没有内置的格式生成器可以直接解决问题，因此需要用 `plt.FuncFormatter` 来实现，用一个自定义的函数设置不同刻度标签的显示（如图 4-80 所示）：

```
In[11]: def format_func(value, tick_number):
            # 找到π/2的倍数刻度
            N = int(np.round(2 * value / np.pi))
            if N == 0:
                return "0"
            elif N == 1:
                return r"$\pi/2$"
            elif N == 2:
                return r"$\pi$"
            elif N % 2 > 0:
                return r"${0}\pi/2$".format(N)
            else:
                return r"${0}\pi$".format(N // 2)

        ax.xaxis.set_major_formatter(plt.FuncFormatter(format_func))
        fig
```

这样就好看多啦！其实我们已经用了 Matplotlib 支持 LaTeX 的功能，在数学表达式两侧加上美元符号（$），这样可以非常方便地显示数学符号和数学公式。在这个示例中，`"$\pi$"` 就表示圆周率符合 π。

当你准备展示或打印图形时，`plt.FuncFormatter()` 不仅可以为自定义图形刻度提供十分灵活的功能，而且用法非常简单。

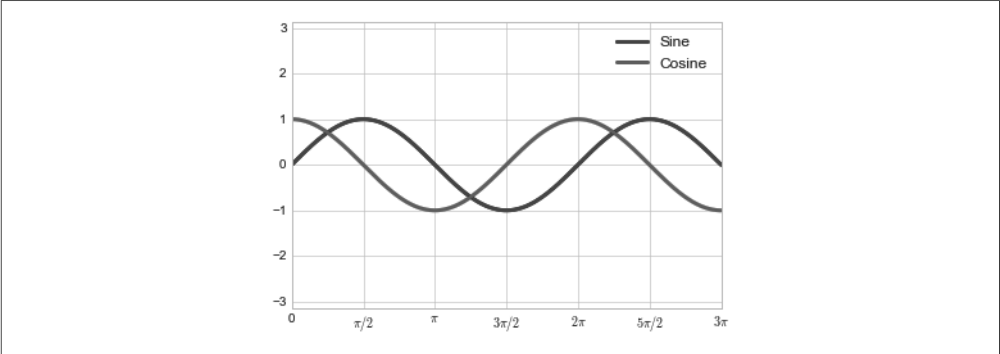


图 4-80：自定义刻度标签

4.12.5 格式生成器与定位器小结

前面已经介绍了一些格式生成器与定位器，下面用表格简单地总结一下内置的格式生成器与定位器选项。关于两者更详细的信息，请参考各自的程序文档或者 Matplotlib 的在线文档。以下的所有类都在 `plt` 命名空间内。

定位器类	描述
`NullLocator`	无刻度
`FixedLocator`	刻度位置固定
`IndexLocator`	用索引作为定位器（如 `x = range(len(y))`）
`LinearLocator`	从 `min` 到 `max` 均匀分布刻度
`LogLocator`	从 `min` 到 `max` 按对数分布刻度
`MultipleLocator`	刻度和范围都是基数（base）的倍数
`MaxNLocator`	为最大刻度找到最优位置
`AutoLocator`	（默认）以 `MaxNLocator` 进行简单配置
`AutoMinorLocator`	次要刻度的定位器

格式生成器类	描述
`NullFormatter`	刻度上无标签
`IndexFormatter`	将一组标签设置为字符串
`FixedFormatter`	手动为刻度设置标签
`FuncFormatter`	用自定义函数设置标签
`FormatStrFormatter`	为每个刻度值设置字符串格式
`ScalarFormatter`	（默认）为标量值设置标签
`LogFormatter`	对数坐标轴的默认格式生成器

我们将在后面的章节中看到使用这些功能的更多示例。

4.13 Matplotlib自定义：配置文件与样式表

Matplotlib 的默认图形设置经常被用户诟病。虽然 Matplotlib 2.0 版本已经有大幅改善，但是掌握自定义配置的方法可以让我们打造自己的艺术风格。

首先简单浏览一下 Matplotlib 的运行时配置（runtime configuration，`rc`）功能的介绍，然后再看看新式的**样式表**（stylesheets）特性，里面包含了许多漂亮的默认配置功能。

4.13.1 手动配置图形

通过本章的介绍，我们已经知道如何修改单个图形配置，使得最终图形比原来的图形更好看。可以为每个单独的图形进行个性化设置。举个例子，看看由下面这个土到掉渣的默认配置生成的频次直方图（如图 4-81 所示）：

```
In[1]: import matplotlib.pyplot as plt
       plt.style.use('classic')
       import numpy as np

       %matplotlib inline


In[2]: x = np.random.randn(1000)
       plt.hist(x);
```

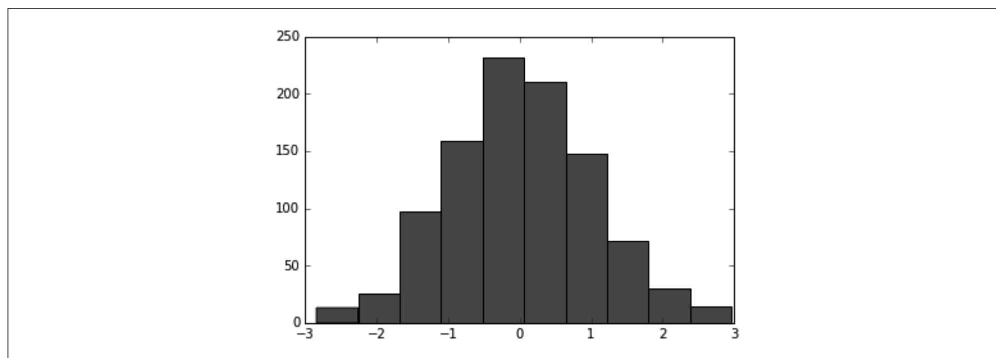


图 4-81：Matplotlib 默认配置的频次直方图

通过手动调整，可以让它成为美图，最终效果如图 4-82 所示：

```
In[3]: # 用灰色背景
       ax = plt.axes(axisbg='#E6E6E6')
       ax.set_axisbelow(True)

       # 画上白色的网格线
       plt.grid(color='w', linestyle='solid')

       # 隐藏坐标轴的线条
       for spine in ax.spines.values():
           spine.set_visible(False)
```

```
# 隐藏上边与右边的刻度
ax.xaxis.tick_bottom()
ax.yaxis.tick_left()

# 弱化刻度与标签
ax.tick_params(colors='gray', direction='out')
for tick in ax.get_xticklabels():
    tick.set_color('gray')
for tick in ax.get_yticklabels():
    tick.set_color('gray')

# 设置频次直方图轮廓色与填充色
ax.hist(x, edgecolor='#E6E6E6', color='#EE6666');
```

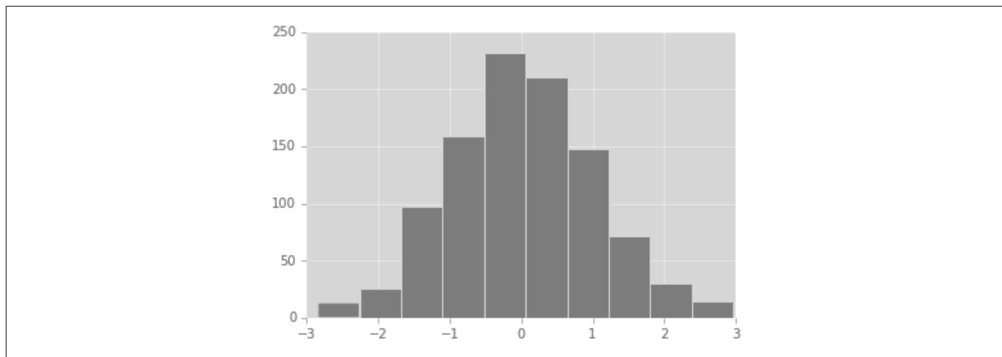


图 4-82：手动配置的频次直方图

这样看起来就漂亮多了。你可能会觉得它的风格与 R 语言的 `ggplot` 可视化程序包有点儿像。但这样设置可太费劲儿了！我们肯定不希望每做一个图都需要这样手动配置一番。好在已经有一种方法，可以让我们只配置一次默认图形，就能将其应用到所有图形上。

4.13.2 修改默认配置：rcParams

Matplotlib 每次加载时，都会定义一个运行时配置（`rc`），其中包含了所有你创建的图形元素的默认风格。你可以用 `plt.rc` 简便方法随时修改这个配置。来看看如何调整 `rc` 参数，用默认图形实现之前手动调整的效果。

先复制一下目前的 `rcParams` 字典，这样可以在修改之后再还原回来：

```
In[4]: IPython_default = plt.rcParams.copy()
```

现在就可以用 `plt.rc` 函数来修改配置参数了：

```
In[5]: from matplotlib import cycler
       colors = cycler('color',
                       ['#EE6666', '#3388BB', '#9988DD',
                        '#EECC55', '#88BB44', '#FFBBBB'])
       plt.rc('axes', facecolor='#E6E6E6', edgecolor='none',
              axisbelow=True, grid=True, prop_cycle=colors)
```

```
plt.rc('grid', color='w', linestyle='solid')
plt.rc('xtick', direction='out', color='gray')
plt.rc('ytick', direction='out', color='gray')
plt.rc('patch', edgecolor='#E6E6E6')
plt.rc('lines', linewidth=2)
```

设置完成之后，来创建一个图形看看效果（如图 4-83 所示）：

```
In[6]: plt.hist(x);
```

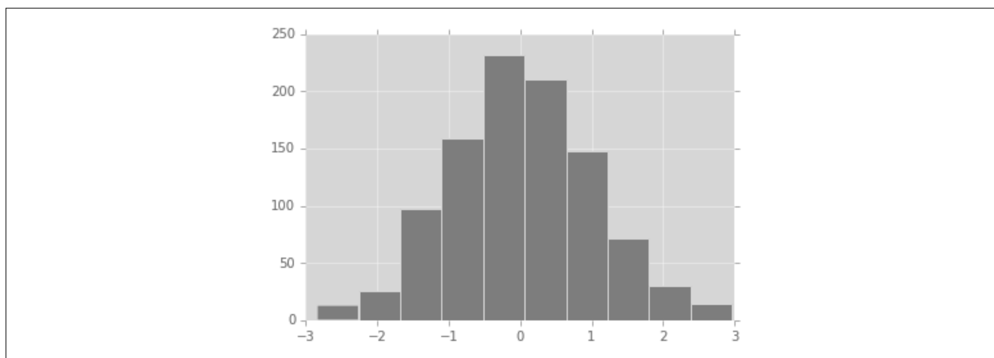


图 4-83：用 rc 函数自定义频次直方图

再画一些线图看看 rc 参数的效果（如图 4-84 所示）：

```
In[7]: for i in range(4):
           plt.plot(np.random.rand(10))
```

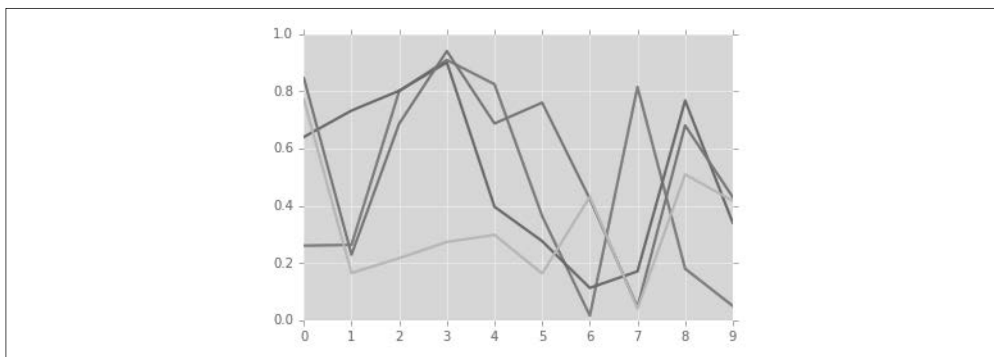


图 4-84：自定义风格的线图

新的艺术风格比之前的默认风格更漂亮了。如果你不认同我的审美风格，当然可以自己调整 rc 参数，创造自己的风格！这些设置会保存在 .matplotlibrc 文件中，你可以在 Matplotlib 文档（http://matplotlib.org/users/customizing.html）中找到更多信息。这时有人说了，他们更喜欢自定义 Matplotlib 的样式表。

4.13.3 样式表

2014 年 8 月发布的 Matplotlib 1.4 版本中增加了一个非常好用的 `style` 模块，里面包含了大量的新式默认样式表，还支持创建和打包你自己的风格。虽然这些样式表实现的格式功能与前面介绍的 .matplotlibrc 文件类似，但是它的文件扩展名是 .mplstyle。

即使你不打算创建自己的绘图风格，样式表包含的默认内容也非常有用。通过 `plt.style.available` 命令可以看到所有可用的风格，下面将简单介绍前五种风格：

```
In[8]: plt.style.available[:5]

Out[8]: ['fivethirtyeight',
         'seaborn-pastel',
         'seaborn-whitegrid',
         'ggplot',
         'grayscale']
```

使用某种样式表的基本方法如下所示：

```
plt.style.use('stylename')
```

但需要注意的是，这样会改变后面所有的风格！如果需要，你可以使用风格上下文管理器（context manager）临时更换至另一种风格：

```
with plt.style.context('stylename'):
    make_a_plot()
```

来创建一个可以画两种基本图形的函数：

```
In[9]: def hist_and_lines():
           np.random.seed(0)
           fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(11, 4))
           ax[0].hist(np.random.randn(1000))
           for i in range(3):
               ax[1].plot(np.random.rand(10))
           ax[1].legend(['a', 'b', 'c'], loc='lower left')
```

下面就用这个函数来演示不同风格的显示效果。

1. 默认风格

默认风格就是本书前面内容中一直使用的风格，我们就从这里开始。首先，将之前设置的运行时配置还原为默认配置：

```
In[10]: # 重置rcParams
        plt.rcParams.update(IPython_default);
```

现在来看看默认风格的效果（如图 4-85 所示）：

```
In[11]: hist_and_lines()
```

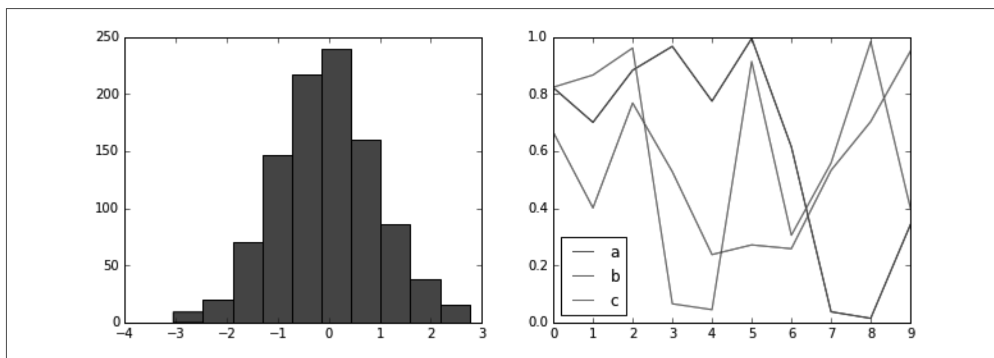


图 4-85：Matplotlib 的默认风格

2. FiveThirtyEight风格

FiveThirtyEight 风格模仿的是著名网站 FiveThirtyEight（http://fivethirtyeight.com）的绘图风格。如图 4-86 所示，这种风格使用深色的粗线条和透明的坐标轴：

```
In[12]: with plt.style.context('fivethirtyeight'):
            hist_and_lines()
```

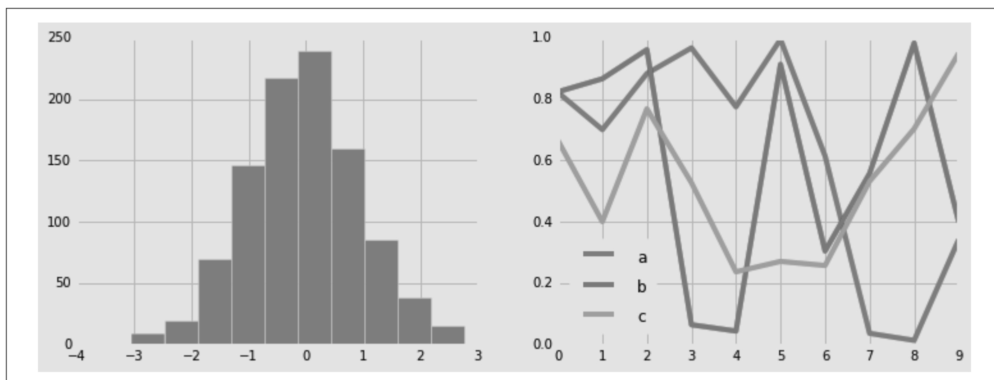


图 4-86：FiveThirtyEight 风格

3. ggplot风格

R 语言的 `ggplot` 是非常流行的可视化工具，Matplotlib 的 `ggplot` 风格就是模仿这个程序包的默认风格（如图 4-87 所示）：

```
In[13]: with plt.style.context('ggplot'):
            hist_and_lines()
```

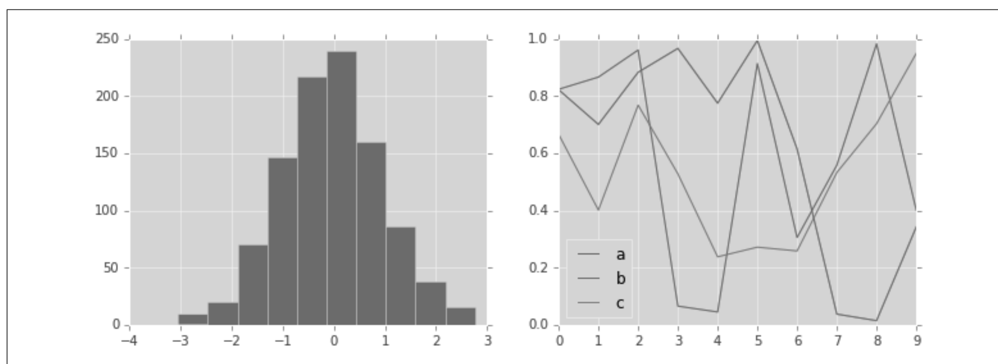


图 4-87：ggplot 风格

4. bmh风格

有一本短小精悍的在线图书叫 *Probabilistic Programming and Bayesian Methods for Hackers*（http://bit.ly/2fDJsKC）。整本书的图形都是用 Matplotlib 创建的，通过一组 rc 参数创建了一种引人注目的绘图风格。这个风格被 bmh 样式表继承了（如图 4-88 所示）：

```
In[14]: with plt.style.context('bmh'):
            hist_and_lines()
```

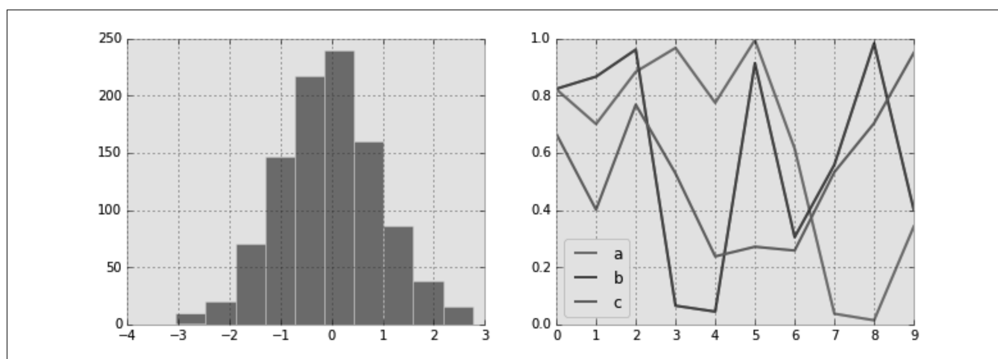


图 4-88：bmh 风格

5. 黑色背景风格

在演示文档中展示图形时，用黑色背景而非白色背景往往会取得更好的效果。dark_background 风格就是为此设计的（如图 4-89 所示）：

```
In[15]: with plt.style.context('dark_background'):
            hist_and_lines()
```

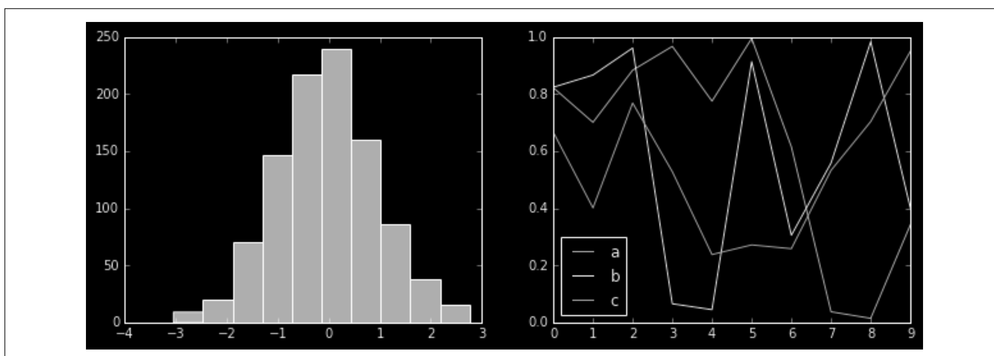


图 4-89：`dark_background` 风格

6. 灰度风格

有时你可能会做一些需要打印的图形，不能使用彩色。这时使用 `grayscale` 风格的效果最好，如图 4-90 所示：

```
In[16]: with plt.style.context('grayscale'):
            hist_and_lines()
```

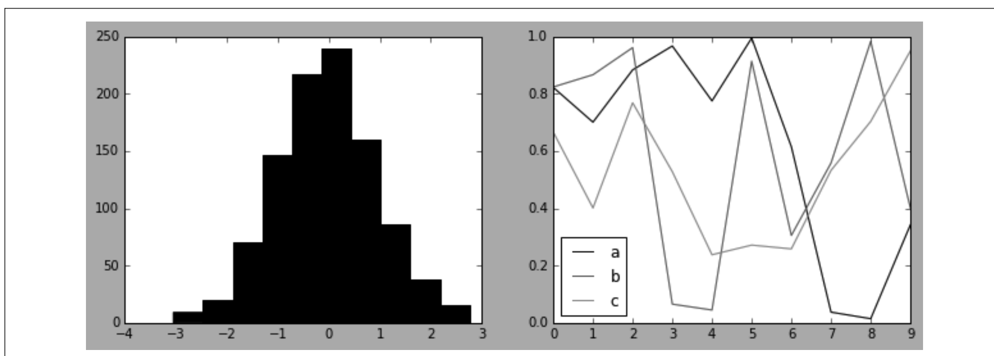


图 4-90：`grayscale` 风格

7. Seaborn风格

Matplotlib 还有一些灵感来自 Seaborn 程序库（将在 4.16 节详细介绍）的风格，这些风格在 Notebook 导入 Seaborn 程序库后会自动加载。我觉得这些风格非常漂亮，也是我自己在探索数据时一直使用的默认风格（如图 4-91 所示）：

```
In[17]: import seaborn
        hist_and_lines()
```

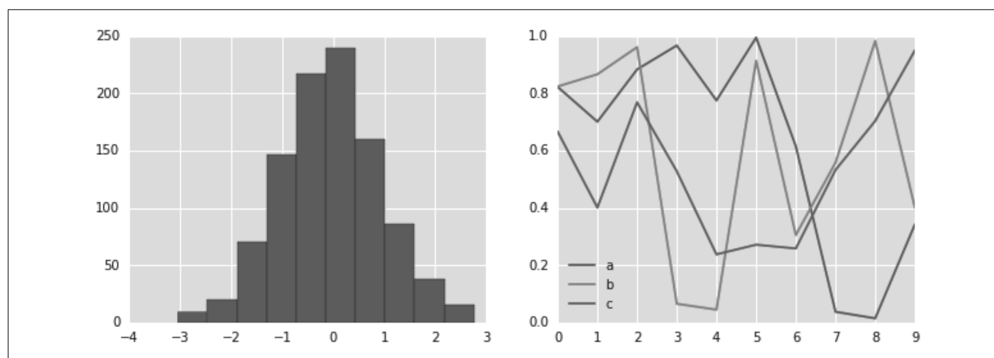


图 4-91：Seaborn 绘图风格

通过运用各式各样的内置绘图风格，Matplotlib 在交互式可视化与创建印刷品图形两方面都表现得越来越好。在创建这本书的图形时，我通常会用一种或几种内置的绘图风格。

4.14　用Matplotlib画三维图

Matplotlib 原本只能画二维图。大概在 1.0 版本的时候，Matplotlib 实现了一些建立在二维图基础上的三维图功能，于是一组画三维图可视化的便捷（尚不完美）工具便诞生了。我们可以导入 Matplotlib 自带的 `mplot3d` 工具箱来画三维图（如图 4-92 所示）：

```
In[1]: from mpl_toolkits import mplot3d
```

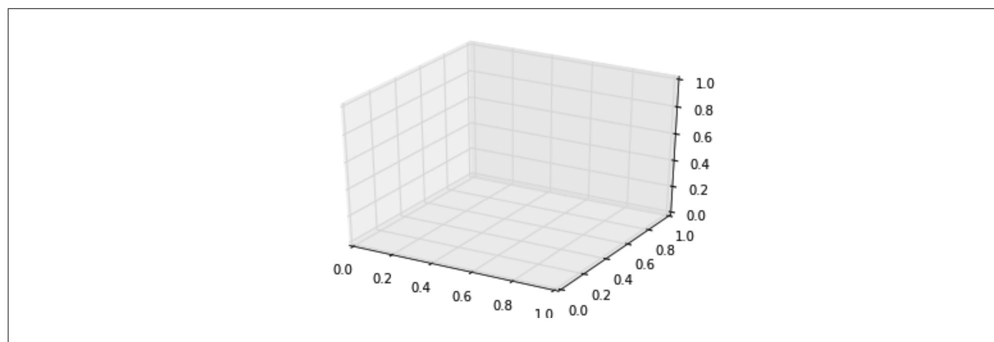


图 4-92：一个空的三维坐标轴

导入这个子模块之后，就可以在创建任意一个普通坐标轴的过程中加入 `projection='3d'` 关键字，从而创建一个三维坐标轴：

```
In[2]: %matplotlib inline
       import numpy as np
       import matplotlib.pyplot as plt

In[3]: fig = plt.figure()
       ax = plt.axes(projection='3d')
```

有了三维坐标轴之后，我们就可以在上面画出各种各样的三维图了。三维图的优点是在 Notebook 里面可以交互浏览而非静止不动；和之前介绍的交互式图形一样，需要用 `%matplotlib notebook` 而不是 `%matplotlib inline` 运行代码。

4.14.1 三维数据点与线

最基本的三维图是由 (x, y, z) 三维坐标点构成的线图与散点图。与前面介绍的普通二维图类似，可以用 `ax.plot3D` 与 `ax.scatter3D` 函数来创建它们。由于三维图函数的参数与前面二维图函数的参数基本相同，因此你可以参考 4.3 节和 4.4 节的内容，获取关于控制输出结果的更多信息。下面来画一个三角螺旋线（trigonometric spiral），在线上随机分布一些散点（如图 4-93 所示）：

```
In[4]: ax = plt.axes(projection='3d')

       # 三维线的数据
       zline = np.linspace(0, 15, 1000)
       xline = np.sin(zline)
       yline = np.cos(zline)
       ax.plot3D(xline, yline, zline, 'gray')

       # 三维散点的数据
       zdata = 15 * np.random.random(100)
       xdata = np.sin(zdata) + 0.1 * np.random.randn(100)
       ydata = np.cos(zdata) + 0.1 * np.random.randn(100)
       ax.scatter3D(xdata, ydata, zdata, c=zdata, cmap='Greens');
```

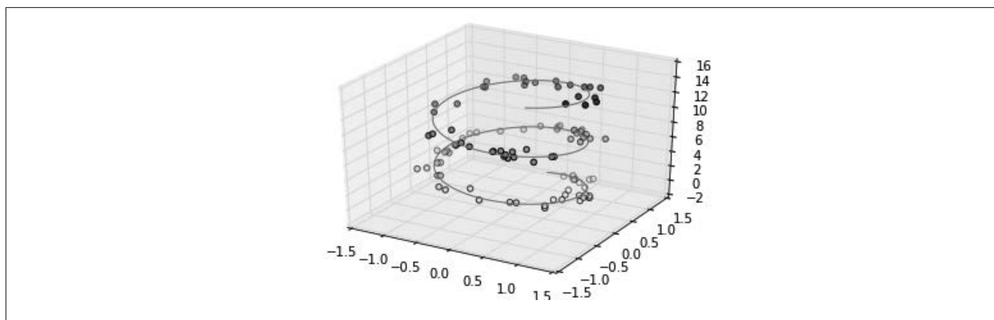


图 4-93：三维点线图

默认情况下，散点会自动改变透明度，以在平面上呈现出立体感。有时在静态图形上观察三维效果很费劲，通过交互视图（interactive view）就可以让所有数据点呈现出极佳的视觉效果。

4.14.2 三维等高线图

与 4.6 节介绍的等高线类似，`mplot3d` 也有用同样的输入数据创建三维晕渲（relief）图的工具。与二维 `ax.contour` 图形一样，`ax.contour3D` 要求所有数据都是二维网格数据的形式，并且由函数计算 z 轴数值。下面演示一个用三维正弦函数画的三维等高线图（如图 4-94 所示）：

```
In[5]: def f(x, y):
           return np.sin(np.sqrt(x ** 2 + y ** 2))

       x = np.linspace(-6, 6, 30)
       y = np.linspace(-6, 6, 30)

       X, Y = np.meshgrid(x, y)
       Z = f(X, Y)

In[6]: fig = plt.figure()
       ax = plt.axes(projection='3d')
       ax.contour3D(X, Y, Z, 50, cmap='binary')
       ax.set_xlabel('x')
       ax.set_ylabel('y')
       ax.set_zlabel('z');
```

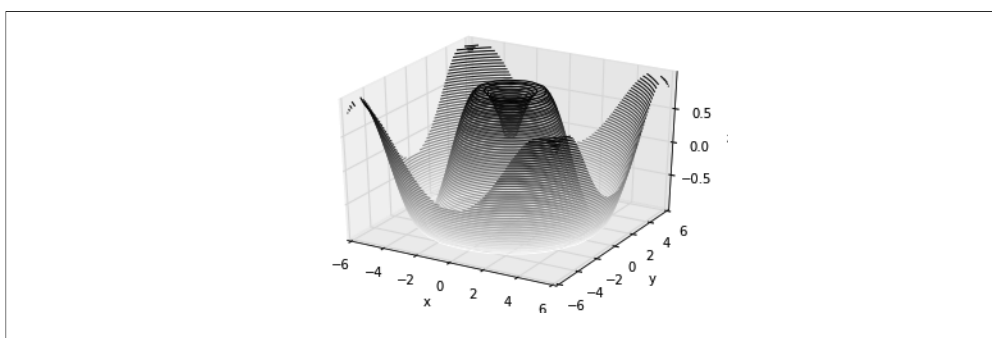


图 4-94：三维等高线图

默认的初始观察角度有时不是最优的，view_init 可以调整观察角度与方位角（azimuthal angle）。在这个示例中（结果如图 4-95 所示），我们把俯仰角调整为 60 度（这里的 60 度是 x-y 平面的旋转角度），方位角调整为 35 度（就是绕 z 轴顺时针旋转 35 度）：

```
In[7]: ax.view_init(60, 35)
       fig
```

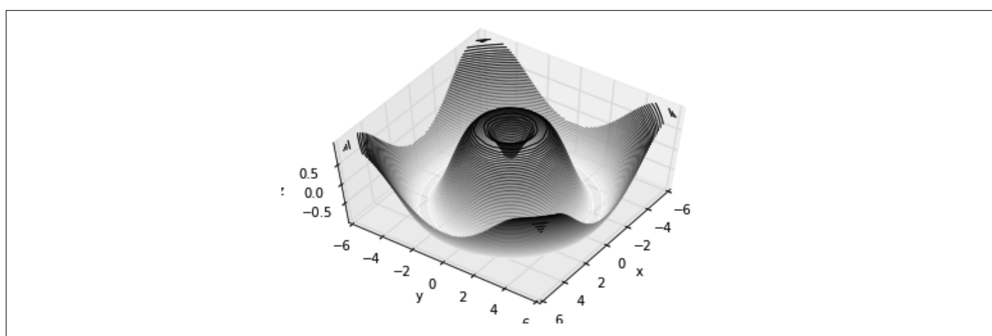


图 4-95：调整三维图的观察视角

其实，也可以在 Matplotlib 的交互式后端界面直接通过点击、拖拽图形，实现同样的交互旋转效果。

4.14.3 线框图和曲面图

还有两种画网格数据的三维图没有介绍，就是线框图和曲面图。它们都是将网格数据映射成三维曲面，得到的三维形状非常容易可视化。下面是一个线框图示例（如图 4-96 所示）：

```
In[8]: fig = plt.figure()
       ax = plt.axes(projection='3d')
       ax.plot_wireframe(X, Y, Z, color='black')
       ax.set_title('wireframe');
```

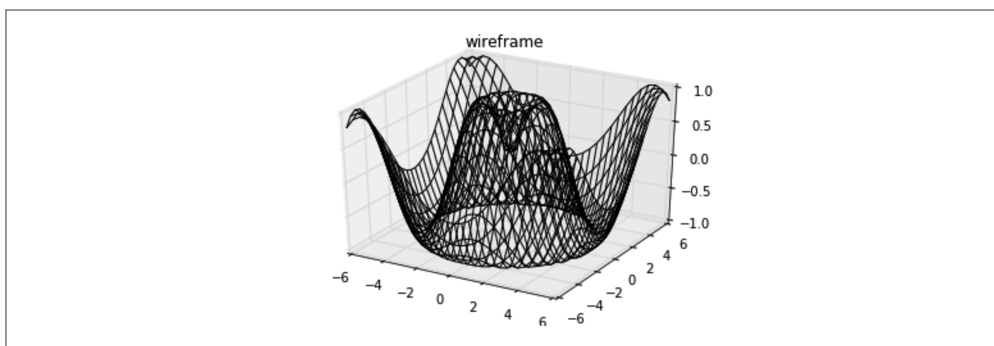


图 4-96：线框图

曲面图与线框图类似，只不过线框图的每个面都是由多边形构成的。只要增加一个配色方案来填充这些多边形，就可以让读者感受到可视化图形表面的拓扑结构了（如图 4-97 所示）：

```
In[9]: ax = plt.axes(projection='3d')
       ax.plot_surface(X, Y, Z, rstride=1, cstride=1,
                       cmap='viridis', edgecolor='none')
       ax.set_title('surface');
```

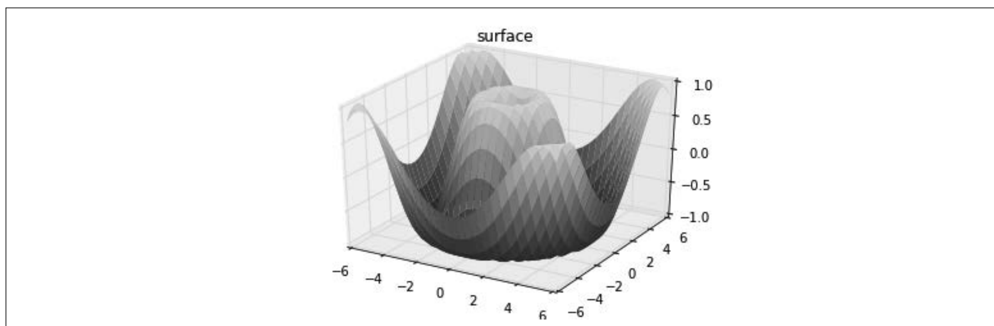


图 4-97：三维曲面图

需要注意的是，画曲面图需要二维数据，但可以不是直角坐标系（也可以用极坐标）。下面的示例创建了一个局部的极坐标网格（polar grid），当我们把它画成 surface3D 图形时，可以获得一种使用了切片的可视化效果（如图 4-98 所示）：

```
In[10]: r = np.linspace(0, 6, 20)
        theta = np.linspace(-0.9 * np.pi, 0.8 * np.pi, 40)
        r, theta = np.meshgrid(r, theta)

        X = r * np.sin(theta)
        Y = r * np.cos(theta)
        Z = f(X, Y)

        ax = plt.axes(projection='3d')
        ax.plot_surface(X, Y, Z, rstride=1, cstride=1,
                        cmap='viridis', edgecolor='none');
```

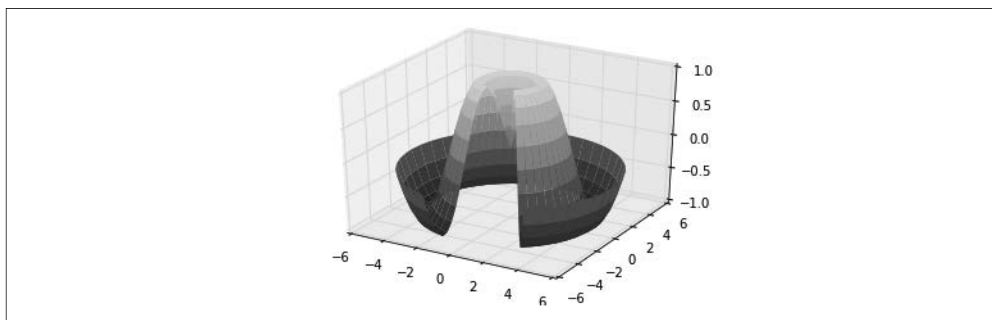


图 4-98：极坐标曲面图

4.14.4 曲面三角剖分

在某些应用场景中，上述这些要求均匀采样的网格数据显得太过严格且不太容易实现。这时就可以使用三角剖分图形（triangulation-based plot）了。如果没有笛卡尔或极坐标网格的均匀绘制图形，我们该如何用一组随机数据画图呢？

```
In[11]: theta = 2 * np.pi * np.random.random(1000)
        r = 6 * np.random.random(1000)
        x = np.ravel(r * np.sin(theta))
        y = np.ravel(r * np.cos(theta))
        z = f(x, y)
```

可以先为数据点创建一个散点图，对将要采样的图形有一个基本认识（如图 4-99 所示）：

```
In[12]: ax = plt.axes(projection='3d')
        ax.scatter(x, y, z, c=z, cmap='viridis', linewidth=0.5);
```

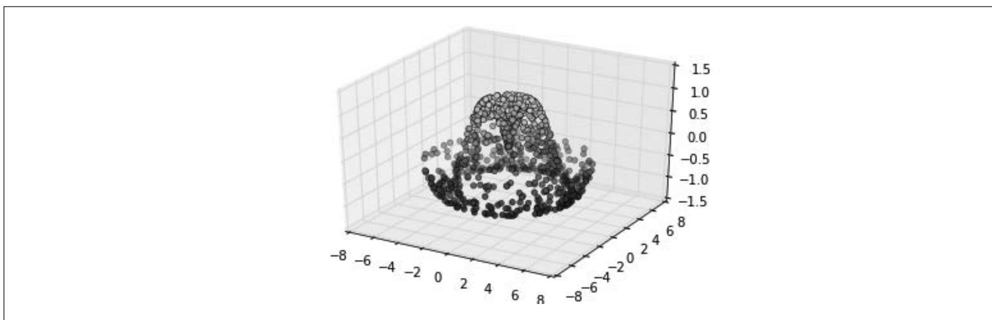


图 4-99：三维采样的曲面图

还有许多地方需要修补，这些工作可以由 ax.plot_trisurf 函数帮助我们完成。它首先找到一组所有点都连接起来的三角形，然后用这些三角形创建曲面（结果如图 4-100 所示，其中 x、y 和 z 参数都是一维数组）：

```
In[13]: ax = plt.axes(projection='3d')
        ax.plot_trisurf(x, y, z,
                        cmap='viridis', edgecolor='none');
```

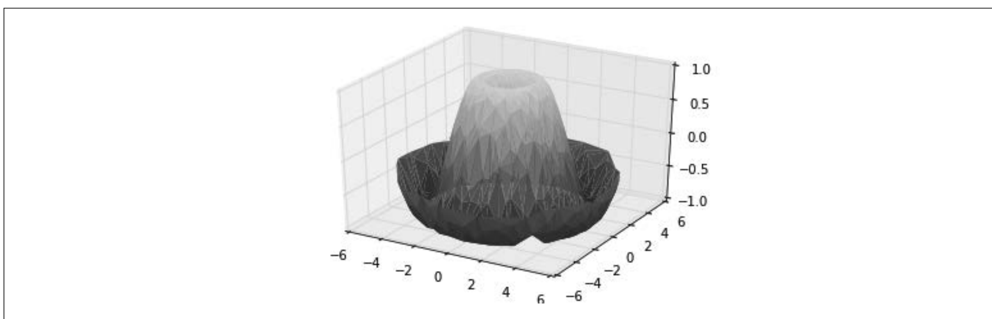


图 4-100：三角剖分曲面图

虽然结果肯定没有之前用均匀网格画的图完美，但是这种三角剖分方法很灵活，可以创建各种有趣的三维图。例如，可以用它画一条三维的莫比乌斯带，下面就来进行演示。

案例：莫比乌斯带

莫比乌斯带是把一根纸条扭转 180 度后，再把两头粘起来做成的纸带圈。从拓扑学的角度看，莫比乌斯带非常神奇，因为它总共只有一个面！下面我们就用 Matplotlib 的三维工具来画一条莫比乌斯带。此时的关键是想出它的绘图参数：由于它是一条二维带，因此需要两个内在维度（intrinsic dimensions）。让我们把一个维度定义为 θ，取值范围为 0~2π；另一个维度是 w，取值范围是 –1~1，表示莫比乌斯带的宽度：

```
In[14]: theta = np.linspace(0, 2 * np.pi, 30)
        w = np.linspace(-0.25, 0.25, 8)
        w, theta = np.meshgrid(w, theta)
```

有了参数之后，我们必须确定带上每个点的直角坐标 (x, y, z)。

仔细思考一下，我们可能会找到两种旋转关系：一种是圆圈绕着圆心旋转（角度用 θ 定义），另一种是莫比乌斯带在自己的坐标轴上旋转（角度用 Φ 定义）。因此，对于一条莫比乌斯带，我们必然会有环的一半扭转 180 度，即 $\Delta\Phi = \Delta\theta / 2$。

```
In[15]: phi = 0.5 * theta
```

现在用我们的三角学知识将极坐标转换成三维直角坐标。定义每个点到中心的距离（半径）r，那么直角坐标 (x, y, z) 就是：

```
In[16]: # x - y平面内的半径
        r = 1 + w * np.cos(phi)

        x = np.ravel(r * np.cos(theta))
        y = np.ravel(r * np.sin(theta))
        z = np.ravel(w * np.sin(phi))
```

最后，要画出莫比乌斯带，还必须确保三角剖分是正确的。最好的实现方法就是首先用**基本参数化方法**定义三角剖分，然后用 Matplotlib 将这个三角剖分映射到莫比乌斯带的三维空间里，这样就可以画出图形（如图 4-101 所示）：

```
In[17]: # 用基本参数化方法定义三角剖分
        from matplotlib.tri import Triangulation
        tri = Triangulation(np.ravel(w), np.ravel(theta))

        ax = plt.axes(projection='3d')
        ax.plot_trisurf(x, y, z, triangles=tri.triangles,
                        cmap='viridis', linewidths=0.2);

        ax.set_xlim(-1, 1); ax.set_ylim(-1, 1); ax.set_zlim(-1, 1);
```

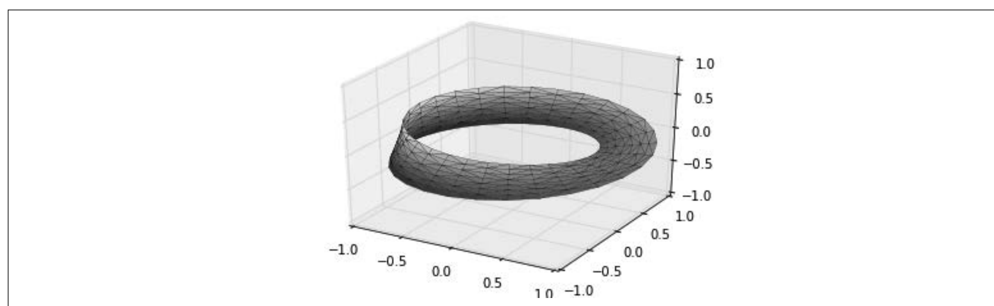


图 4-101：莫比乌斯带

将上面所有的 Matplotlib 函数组合起来，就可以创建出丰富多彩三维图案了。

4.15 用Basemap可视化地理数据

地理数据可视化是数据科学中一种十分常见的可视化类型。Matplotlib 做此类可视化的主要工具是 Basemap 工具箱，它是 Matplotlib 的 `mpl_toolkits` 命名空间里的众多工具箱之

一。坦白说，Basemap 用起来有点笨重，就算做点儿简单的可视化图也需要花费比预期更长的时间。在处理比较复杂的地图可视化任务时，更现代的解决方案可能会更适用一些，比如 leaflet 开发库或 Google Maps API。然而，Basemap 符合 Python 用户的使用习惯。本节将演示一些利用 Basemap 工具箱绘制地图的可视化示例。

Basemap 安装起来很简单。如果你用 conda 命令，输入下面的命令即可，程序包会自动下载并安装：[2]

```
$ conda install basemap
```

只需要在标准导入模板上新增一行即可：

```
In[1]: %matplotlib inline
       import numpy as np
       import matplotlib.pyplot as plt
       from mpl_toolkits.basemap import Basemap
```

安装并导入 Basemap 工具箱后，只用几行代码就可以画出地理图形（要想在 Python 2 中画出如图 4-102 中所示的图形，需要安装 `PIL` 程序包，而在 Python 3 中则需要安装 `pillow` 程序包）：

```
In[2]: plt.figure(figsize=(8, 8))
       m = Basemap(projection='ortho', resolution=None, lat_0=50, lon_0=-100)
       m.bluemarble(scale=0.5);
```

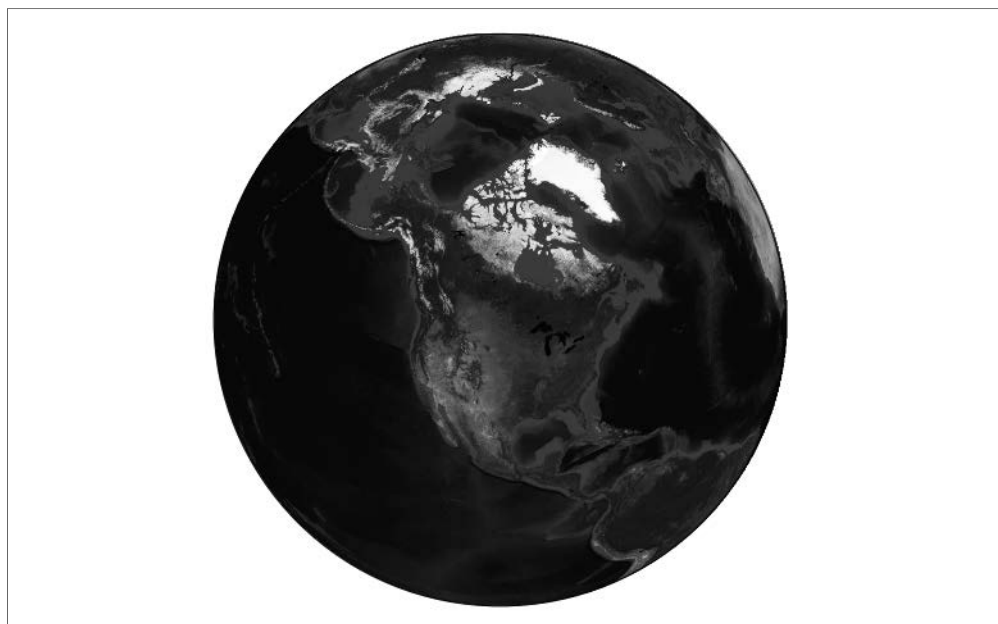


图 4-102：地球的“蓝色弹珠”投影照片

注 2：如果在 Python 3.6 版运行这条命令失效的话，就用 conda-forge：`conda install basemap -c conda-forge`。
——译者注

下面来介绍 Basemap 各个参数的含义。

这里显示的地球并不是一个静止的图形。它是一个用球面坐标系构建的、功能齐全的 Matplotlib 坐标轴，可以很轻易地在地图上增添数据！例如，我们可以将地图投影放大到北美洲，然后标出西雅图的位置。用 ETOPO 地图（etopo image，显示陆地与海底的地形特征）作为背景（如图 4-103 所示）：

```
In[3]: fig = plt.figure(figsize=(8, 8))
       m = Basemap(projection='lcc', resolution=None,
                   width=8E6, height=8E6,
                   lat_0=45, lon_0=-100,)
       m.etopo(scale=0.5, alpha=0.5)

       # 地图上的(经度，纬度)对应图上的(x, y)坐标
       x, y = m(-122.3, 47.6)
       plt.plot(x, y, 'ok', markersize=5)
       plt.text(x, y, ' Seattle', fontsize=12);
```

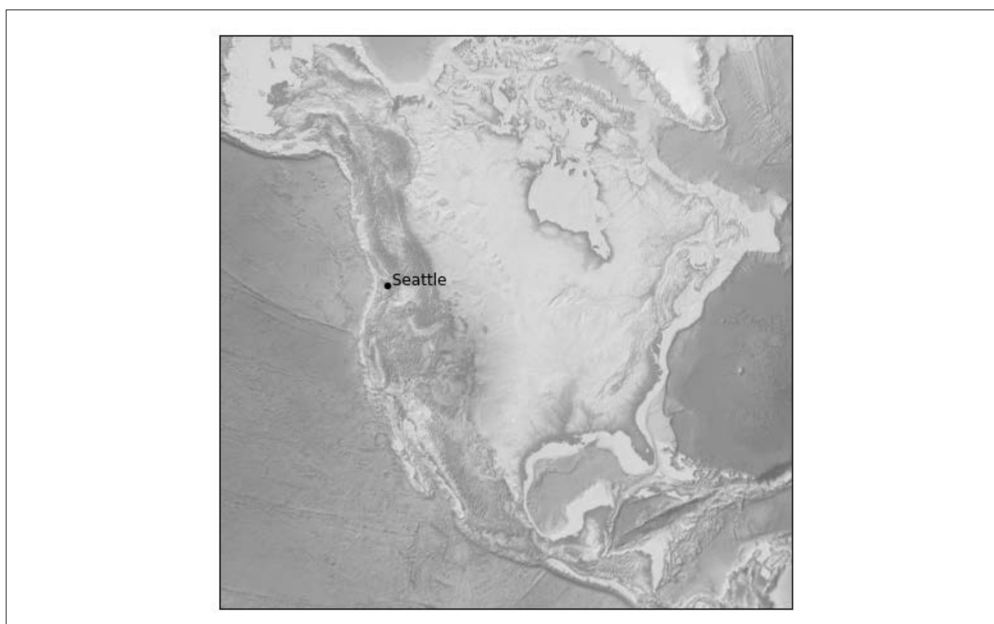


图 4-103：在地图上添加标签

这个示例让我们发现，只需要几行简单的 Python 代码就可以画出地理可视化图。下文将深入介绍 Basemap 的主要特性，并通过一些可视化地图示例进行演示。有了这些示例作为基础，你就可以制作几乎所有你需要的地图可视化图了。

4.15.1 地图投影

当你想使用用地图时，首先要做的就是确定地图的投影类型。你可能已经知道，像地球这样的球体，可以通过球面透视法将三维球面投影成一个二维平面，不会造成变形，也不会破

坏其连续性。这些投影类型随着人类历史进程逐渐发展起来，现在已经有许多选择。根据地图投影类型的不同用途，有一些地图特征（例如方向、面积、距离、形状或其他因素）值得关注一下。

Basemap 程序包里面实现了几十种[3] 投影类型，所有投影都有一个简便格式码。下面对一些常用的投影类型进行简单的演示。

首先定义一个可以画带经纬线地图的简便方法：

```
In[4]: from itertools import chain

       def draw_map(m, scale=0.2):
           # 画地貌晕渲图
           m.shadedrelief(scale=scale)

           # 用字典表示经纬度
           lats = m.drawparallels(np.linspace(-90, 90, 13))
           lons = m.drawmeridians(np.linspace(-180, 180, 13))

           # 字典的键是plt.Line2D示例
           lat_lines = chain(*(tup[1][0] for tup in lats.items()))
           lon_lines = chain(*(tup[1][0] for tup in lons.items()))
           all_lines = chain(lat_lines, lon_lines)

           # 用循环将所有线设置成需要的样式
           for line in all_lines:
               line.set(linestyle='-', alpha=0.3, color='w')
```

1. 圆柱投影

圆柱投影（cylindrical projection）是最简单的地图投影类型，纬度线与经度线分别映射成水平线与竖直线。采用这种投影类型的话，赤道区域的显示效果非常好，但是南北极附近的区域就会严重变形。由于纬度线的间距会因圆柱投影的不同而不同，所以就有了不同的投影属性和南北极附近不同的变形程度。我们在图 4-104 中画了一个**等距圆柱投影**，不同纬度在子午线方向的间距保持不变。另外两种圆柱投影是墨卡托（Mercator，`projection='merc'`）投影和圆柱等积（cylindrical equal-area，`projection='cea'`）投影。

```
In[5]: fig = plt.figure(figsize=(8, 6), edgecolor='w')
       m = Basemap(projection='cyl', resolution=None,
                   llcrnrlat=-90, urcrnrlat=90,
                   llcrnrlon=-180, urcrnrlon=180, )
       draw_map(m)
```

Basemap 有一些用来设置左下角（`llcrnr`）和右上角（`urcrnr`）纬度（`lat`）和经度（`lon`）的参数。

注 3：目前是 30 种。——译者注

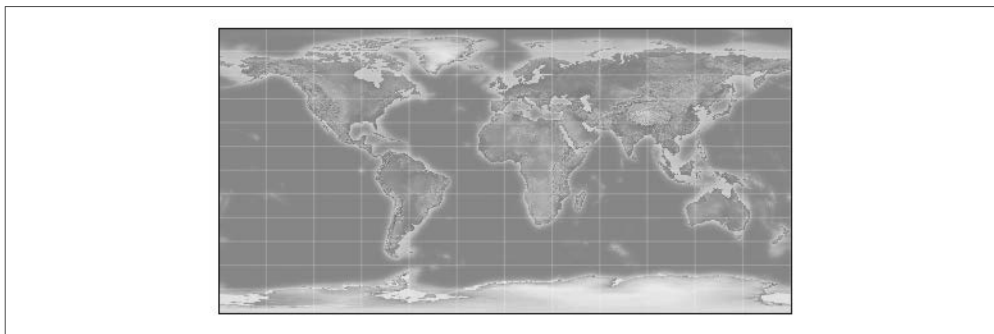


图 4-104：圆柱等积投影

2. 伪圆柱投影

伪圆柱投影（pseudo-cylindrical projection）的经线不再必须是竖直的，这样可以使南北极附近的区域更加真实。摩尔威德（Mollweide，`projection='moll'`）投影就是这类投影的典型代表，它所有的经线都是椭圆弧线，如图 4-105 所示。这么做是为了保留地图原貌——虽然南北极附近的区域还有一些变形，但是通过一些区域小图可以反映真实情况。其他伪圆柱投影类型有正弦（sinusoidal，`projection='sinu'`）投影和罗宾森（Robinson，`projection='robin'`）投影。

```
In[6]: fig = plt.figure(figsize=(8, 6), edgecolor='w')
       m = Basemap(projection='moll', resolution=None,
                   lat_0=0, lon_0=0)
       draw_map(m)
```

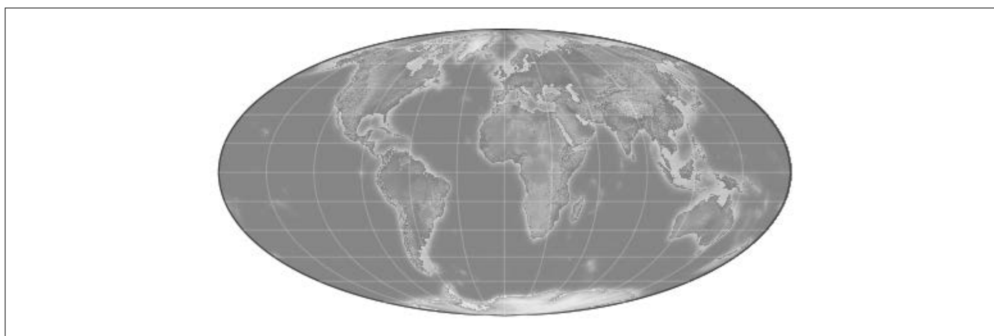


图 4-105：摩尔威德投影

`Basemap` 提供了两个额外参数，用来表示地图中心的纬度（`lat_0`）和经度（`lon_0`）。

3. 透视投影

透视投影（perspective projection）是从某一个透视点对地球进行透视获得的投影，就好像你站在太空中某一点给地球照相一样（通过技术处理，有些投影类型的透视点可以放在地球上）。一个典型示例是正射（orthographic，`projection='ortho'`）投影，从无限远处观察地球的一侧。因此，这种投影一次只能显示半个地球。其他的透视投影类型还有球心

（gnomonic，`projection='gnom'`）投影和球极平面（stereographic，`projection='stere'`）投影。这些投影经常用于显示地图的较小面积区域。

下面是一个正射投影示例（如图 4-106 所示）：

```
In[7]: fig = plt.figure(figsize=(8, 8))
       m = Basemap(projection='ortho', resolution=None,
                   lat_0=50, lon_0=0)
       draw_map(m);
```



图 4-106：正射投影

4. 圆锥投影

圆锥投影（conic projection）是先将地图投影成一个圆锥体，然后再将其展开。这样做虽然可以获得非常好的局部效果，但是远离圆锥顶点的区域可能会严重变形。一个典型示例就是兰勃特等角圆锥投影（Lambert conformal conic projection，`projection='lcc'`），也就是我们之前见到的北美洲地图。这种方法将地图投影成一个由两条标准纬线（用 `Basemap` 里的 `lat_1` 与 `lat_2` 参数设置）构成的圆锥，这两条纬线距离是经过精心挑选的，在两条标准纬线之内比例尺逐渐减小，在两线之外的比例尺逐渐增大。其他常用的圆锥投影还有等距圆锥（equidistant conic，`projection='eqdc'`）投影和阿尔伯斯等积圆锥（Albers equal-area，`projection='aea'`）投影，如图 4-107 所示。圆锥投影和透视投影一样，适合显示较小与中等区域的地图。

```
In[8]: fig = plt.figure(figsize=(8, 8))
       m = Basemap(projection='lcc', resolution=None,
                   lon_0=0, lat_0=50, lat_1=45, lat_2=55,
                   width=1.6E7, height=1.2E7)
       draw_map(m)
```

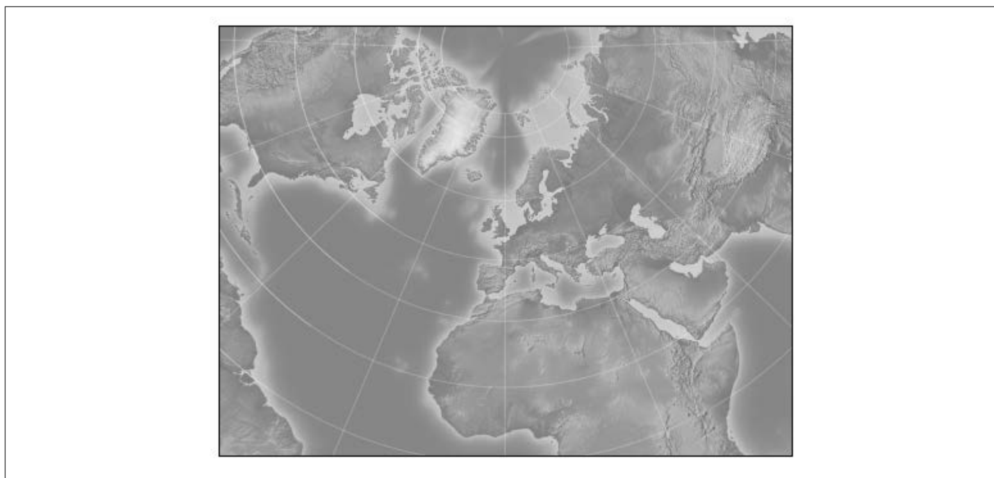


图 4-107：阿尔伯斯等积圆锥投影

5. 其他投影类型

如果你还需要做更多的地图可视化，那么我推荐你学习其他投影类型的知识，掌握它们的属性、优点和不足。你可以在 Basemap 程序包（http://matplotlib.org/basemap/users/mapsetup.html）文档里找到它们。如果你深入研究这方面的内容，肯定会发现一种让人难以置信的地理可视化极客亚文化，这些极客会疯狂地将自己喜爱的投影类型推送给所有的地图应用！

4.15.2 画一个地图背景

前面介绍过，用 `bluemarble()` 和 `shadedrelief()` 方法可以画出地球投影，用 `drawparallels()` 和 `drawmeridians()` 方法可以画出纬线与经线。Basemap 程序包中有许多实用的函数，可以画出各种地形的轮廓，如陆地、海洋、湖泊、河流、各国的政治分界线，甚至于美国各州县的边界线。下面列举了一些画图函数，你可以通过 IPython 的帮助功能查看它们的具体用法。

- 物理边界与水体

`drawcoastlines()`
: 绘制大陆海岸线

`drawlsmask()`
: 为陆地与海洋设置填充色，从而可以在陆地或海洋投影其他图像

`drawmapboundary()`
: 绘制地图边界，包括为海洋填充颜色

`drawrivers()`
: 绘制河流

`fillcontinents()`
: 用一种颜色填充大陆，用另一种颜色填充湖泊（可选）

- 政治边界

`drawcountries()`
: 绘制国界线

`drawstates()`
: 绘制美国州界线

`drawcounties()`
: 绘制美国县界线

- 地图功能

`drawgreatcircle()`
: 在两点之间绘制一个大圆

`drawparallels()`
: 绘制纬线

`drawmeridians()`
: 绘制经线

`drawmapscale()`
: 在地图上绘制一个线性比例尺

- 地球影像

`bluemarble()`
: 绘制 NASA 蓝色弹珠地球投影

`shadedrelief()`
: 在地图上绘制地貌晕渲图

`etopo()`
: 在地图上绘制地形晕渲图

`warpimage()`
: 将用户提供的图像投影到地图上

如果要使用边界特征，就必须在创建 Basemap 图形时设置分辨率。`Basemap` 类提供了 `resolution` 参数来设置边界的分辨率，可用值分别是 `'c'`（原始分辨率）、`'l'`（低分辨率）、`'i'`（中等分辨率）、`'h'`（高分辨率）、`'f'`（全画质分辨率），如果不使用边界线则用 `None`。这个参数的设置非常重要：如果为世界地图的边界线设置了高分辨率，那么图形渲染会**很慢**。

下面是一个绘制海岸线的示例，来看看两种不同分辨率的绘制效果。我们为苏格兰美丽的天空岛（Isle of Skye）创建了一张低分辨率地图和一张高分辨率地图。它位于北纬 57.3 度，西经 6.2 度，用一张 90 000 公里 × 120 000 公里的地图可以画出来（如图 4-108 所示）：

```
In[9]: fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(12, 8))

       for i, res in enumerate(['l', 'h']):
           m = Basemap(projection='gnom', lat_0=57.3, lon_0=-6.2,
                       width=90000, height=120000, resolution=res, ax=ax[i])
           m.fillcontinents(color="#FFDDCC", lake_color='#DDEEFF')
           m.drawmapboundary(fill_color="#DDEEFF")
           m.drawcoastlines()
           ax[i].set_title("resolution='{0}'".format(res));
```



图 4-108：高、低分辨率地图效果对比

你会发现，低分辨率的海岸线不适合这个缩放尺度，而高分辨率的效果还不错。低分辨率适合呈现全局视角，而且加载整幅图的速度要比高分辨率的边界数据快**很多**。要呈现某一视角的时候，可能得多尝试几次才能找到最合适的分辨率——最好先从一个能快速呈现的分辨率开始，然后不断提高分辨率直到满意为止。

4.15.3　在地图上画数据

Basemap 工具箱最实用的功能可能就是以地图为背景画上各种数据。使用任意 `plt` 函数就可以在地图上画出简单的图形与文字；你可以用 `Basemap` 实例将纬度与经度坐标投影为直角坐标系 `(x, y)`，就像前面在西雅图地图示例中介绍的那样。

除此之外，`Basemap` 实例中的许多方法都是与地图有关的函数。这些函数与标准 Matplotlib 函数的用法类似，只是都多了一个布尔参数 `latlon`。如果将它设置为 `True`，就表示使用原来的经度纬度坐标，而不是投影为 `(x, y)` 坐标。

部分与地图有关的方法如下所示。

`contour()` / `contourf()`
  绘制等高线 / 填充等高线

`imshow()`
  绘制一个图像

`pcolor()` / `pcolormesh()`
  绘制带规则 / 不规则网格的伪彩图（pseudocolor plot）

`plot()`
  绘制线条和 / 或标签

`scatter()`
  绘制带标签的点

`quiver()`
  绘制箭头

`barbs()`
  绘制风羽（wind barb）

`drawgreatcircle()`
  绘制大圆圈

下面用一些示例来演示。关于这些函数的更多信息，包括一些示例，都可以参考 Basemap 在线文档（http://matplotlib.org/basemap/）。

4.15.4　案例：美国加州城市数据

我们在 4.8 节曾经演示过在散点图中通过散点大小与颜色的变化展示美国加州的城市位置、面积和人口。接下来再次使用这幅图，只不过这次是在 Basemap 上实现这些内容。

首先，像之前那样加载数据：

```
In[10]: import pandas as pd
        cities = pd.read_csv('data/california_cities.csv')

        # 提取需要的数据
        lat = cities['latd'].values
        lon = cities['longd'].values
        population = cities['population_total'].values
        area = cities['area_total_km2'].values
```

然后，建立地图投影，绘制数据散点，并创建颜色条与图例（如图 4-109 所示）：

```
In[11]: # 1.绘制地图背景
        fig = plt.figure(figsize=(8, 8))
        m = Basemap(projection='lcc', resolution='h',
                    lat_0=37.5, lon_0=-119,
                    width=1E6, height=1.2E6)
        m.shadedrelief()
        m.drawcoastlines(color='gray')
```

```
m.drawcountries(color='gray')
m.drawstates(color='gray')

# 2.绘制城市数据散点，用颜色表示人口数据
# and size reflecting area
m.scatter(lon, lat, latlon=True,
          c=np.log10(population), s=area,
          cmap='Reds', alpha=0.5)

# 3.创建颜色条与图例
plt.colorbar(label=r'$\log_{10}({\rm population})$')
plt.clim(3, 7)

# 用虚拟点绘制图例
for a in [100, 300, 500]:
    plt.scatter([], [], c='k', alpha=0.5, s=a,
                label=str(a) + ' km$^2$')
plt.legend(scatterpoints=1, frameon=False,
           labelspacing=1, loc='lower left');
```

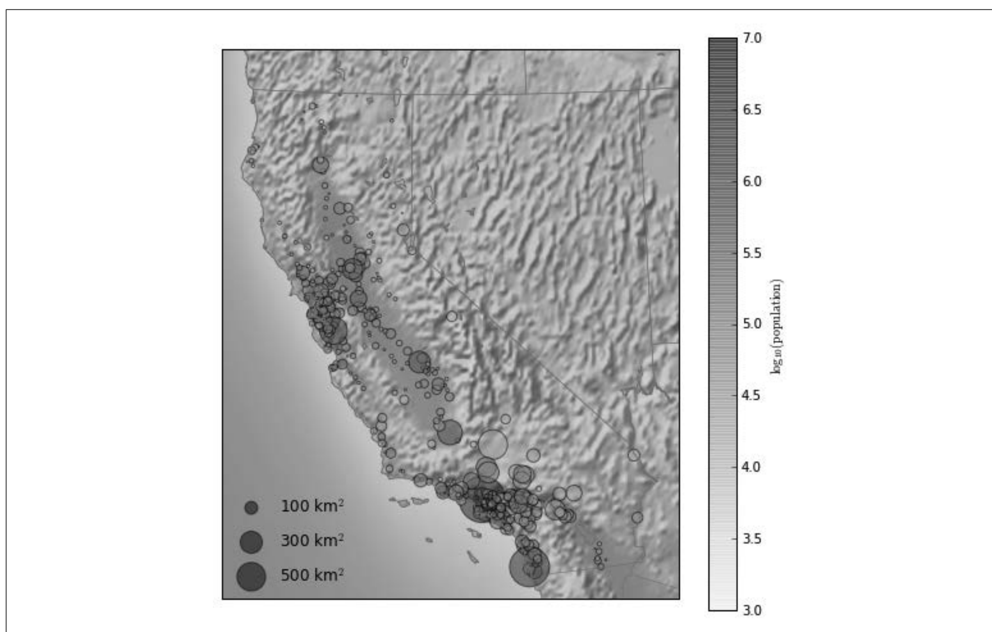


图 4-109：在地图上绘制散点图

这幅图基本呈现出了美国加州的人口密集区域为洛杉矶、旧金山等沿海地区，沿着平坦的中央谷地（central valley）的高速公路延伸，几乎完全避开了沿州边界的山区。

4.15.5　案例：地表温度数据

下面再来演示一个数据更具有连续性的地理数据可视化——2014 年 1 月“极地涡旋”（polar vortex）袭击美国东部的案例。完整的历史气候数据可以在美国宇航局戈达德太空研

究所（http://data.giss.nasa.gov/，NASA’s Goddard Institute for Space Studies）的网站找到。我们将使用 GIS 250 气温数据，可以通过 shell 命令行下载（在 Windows 上需要修改该命令）[4]。下面的数据是在 2016 年 12 月 6 日下载的，文件大小为 9MB 左右：

```
In[12]: # !curl -O http://data.giss.nasa.gov/pub/gistemp/gistemp250.nc.gz
        # !gunzip gistemp250.nc.gz
```

数据是 NetCDF 格式，可以用 Python 的 netCDF4 程序库读取。安装命令如下所示：

```
$ conda install netcdf4
```

先读取数据：

```
In[13]: from netCDF4 import Dataset
        data = Dataset('gistemp250.nc')
```

文件里包含了大量全球气温数据，我们只需要选择 2014 年 1 月 15 日的数据：

```
In[14]: from netCDF4 import date2index
        from datetime import datetime
        timeindex = date2index(datetime(2014, 1, 15),
                               data.variables['time'])
```

然后，加载经度与纬度数据，并将气温也提取出来：

```
In[15]: lat = data.variables['lat'][:]
        lon = data.variables['lon'][:]
        lon, lat = np.meshgrid(lon, lat)
        temp_anomaly = data.variables['tempanomaly'][timeindex]
```

最后，用 pcolormesh() 方法绘制数据的彩色网格。我们主要关注北美地区，用地貌晕渲图作为背景。请注意，这里特地选用了发散（divergent）颜色条，有一个中间颜色表示 0，两边的颜色分别表示负数值与正数值（如图 4-110 所示）。我们还在图中浅浅地绘制了海岸线作为参照：

```
In[16]: fig = plt.figure(figsize=(10, 8))
        m = Basemap(projection=’lcc’, resolution=’c’,
                    width=8E6, height=8E6,
                    lat_0=45, lon_0=-100,)
        m.shadedrelief(scale=0.5)
        m.pcolormesh(lon, lat, temp_anomaly,
                     latlon=True, cmap=’RdBu_r’)
        plt.clim(-8, 8)
        m.drawcoastlines(color=’lightgray’)

        plt.title(‘January 2014 Temperature Anomaly’)
        plt.colorbar(label=’temperature anomaly (度 C)’);
```

图中数据显示了局部地区在该月出现的极端天气情况。美国东部比正常情况冷很多，而西部和阿拉斯加州比正常情况热很多。没有显示温度的区域是地图背景。

注 4：在 Windows 系统上无法直接使用下载命令，建议安装 Git for Windows（https://git-scm.com/download/win）使用 curl 命令。——译者注

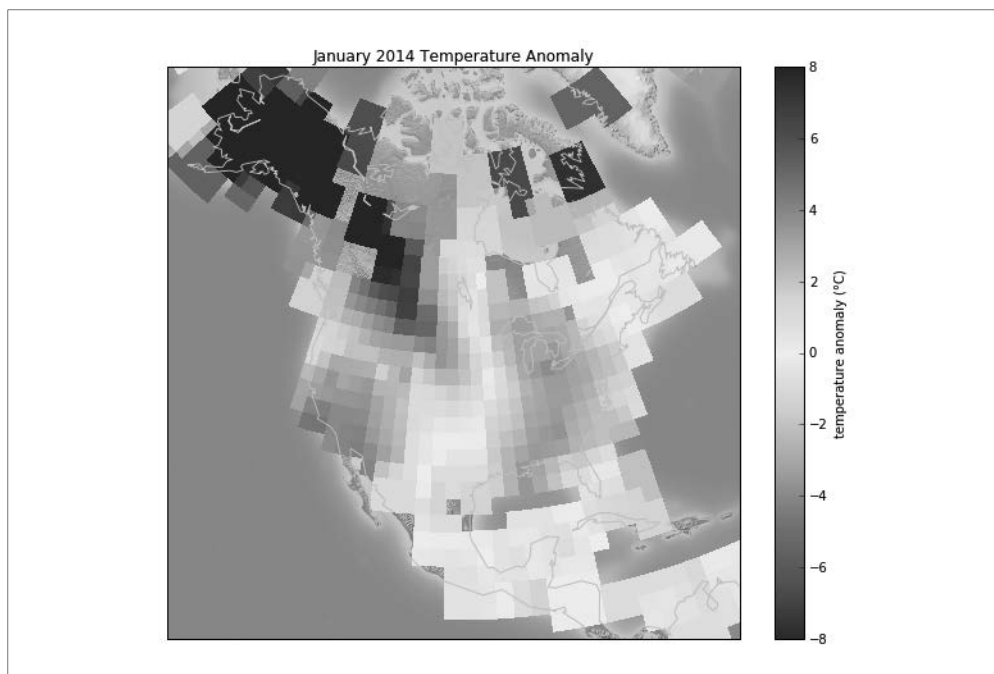


图 4-110：2014 年 1 月的极端天气

4.16 用Seaborn做数据可视化

虽然 Matplotlib 已经证明了自己绝对是一款超级实用且流行的数据可视化工具，但是即使骨灰粉也不得不承认它不支持的功能还有很多。Matplotlib 的三条主要“罪状”总结如下。

- Matplotlib 2.0 之前版本的默认配置样式绝对不是用户的最佳选择。之前的默认样式还是仿照 1999 年前后的 MATLAB，却一直在使用。
- Matplotlib 的 API 比较底层。虽然可以实现复杂的统计数据可视化，但是通常都需要写大量的样板代码（boilerplate code）。
- 由于 Matplotlib 比 Pandas 早十几年，因此它并不是为 Pandas 的 `DataFrame` 设计的。为了实现 Pandas 的 `DataFrame` 数据的可视化，你必须先提取每个 `Series`，然后通常还需要将它们合并成适当的格式。如果有一个画图程序库可以智能地使用 `DataFrame` 的标签画图，那一定会很棒。

这些问题的终结者就是 Seaborn（http://seaborn.pydata.org）。Seaborn 在 Matplotlib 的基础上开发了一套 API，为默认的图形样式和颜色设置提供了理智的选择，为常用的统计图形定义了许多简单的高级函数，并与 Pandas `DataFrame` 的功能有机结合。

说实话，Matplotlib 团队也一直在努力解决这些问题：现在 Matplotlib 中不仅增加了 `plt.style` 工具（详情请参见 4.13 节），而且与 Pandas 数据也可以无缝衔接。Matplotlib 2.0 版

已经带有对之前样式优化过的样式表。但是即使 Matplotlib 已经有了这些进步，Seaborn 仍然是一款非常好用的附加组件。

4.16.1　Seaborn与Matplotlib

下面用 Matplotlib 的经典图形样式和配色方案画一个简易的随机游走（random-walk）图。首先，导入常用工具：

```
In[1]: import matplotlib.pyplot as plt
       plt.style.use('classic')
       %matplotlib inline
       import numpy as np
       import pandas as pd
```

创建一些随机游走数据：

```
In[2]: # 创建一些数据
       rng = np.random.RandomState(0)
       x = np.linspace(0, 10, 500)
       y = np.cumsum(rng.randn(500, 6), 0)
```

然后画一个简易图形（如图 4-111 所示）：

```
In[3]: # 用Matplotlib默认样式画图
       plt.plot(x, y)
       plt.legend('ABCDEF', ncol=2, loc='upper left');
```

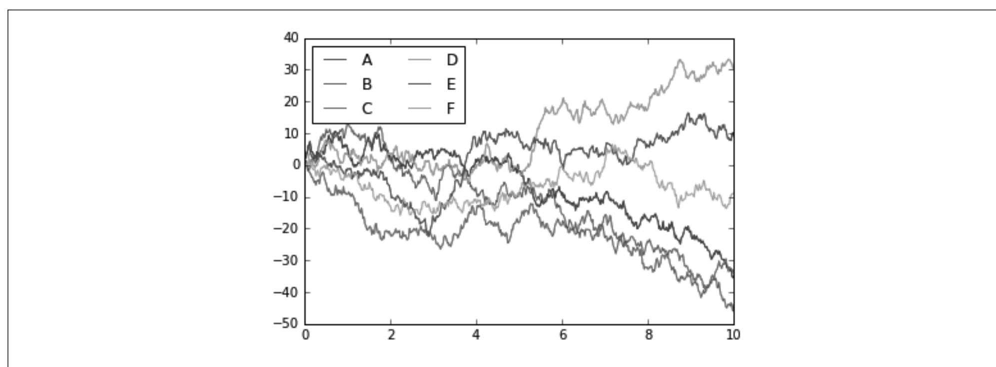


图 4-111：Matplotlib 的默认样式图形

尽管最终图形包含了我们想要表达的所有信息，但是其艺术效果并不让人满意，用 21 世纪的数据可视化审美眼光来看甚至有些过时。

现在尝试用 Seaborn 来实现。我们会发现，Seaborn 不仅有许多高级的画图功能，而且可以改写 Matplotlib 的默认参数，从而用简单的 Matplotlib 脚本获得更好的效果。可以用 Seaborn 的 `set()` 方法设置样式。为简便起见，将 Seaborn 导入简记为 `sns`：

```
In[4]: import seaborn as sns
       sns.set()
```

现在，重新运行之前的两行画图代码（如图 4-112 所示）：

```
In[5]: # 同样的画图代码!
       plt.plot(x, y)
       plt.legend('ABCDEF', ncol=2, loc='upper left');
```

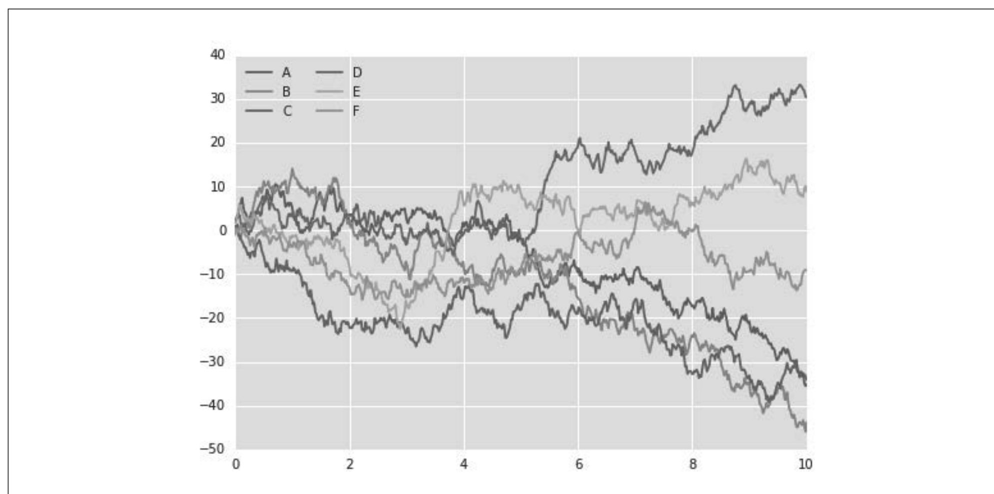


图 4-112：Seaborn 的默认样式图形

效果确实更好！

4.16.2 Seaborn图形介绍

Seaborn 的主要思想是用高级命令为统计数据探索和统计模型拟合创建各种图形。

下面将介绍一些 Seaborn 中的数据集和图形类型。虽然所有这些图形都**可以**用 Matplotlib 命令实现（其实 Matplotlib 就是 Seaborn 的底层），但是用 Seaborn API 会更方便。

1. 频次直方图、KDE和密度图

在进行统计数据可视化时，我们通常想要的就是频次直方图和多变量的联合分布图。在 Matplotlib 里面我们已经见过，相对比较简单（如图 4-113 所示）：

```
In[6]: data = np.random.multivariate_normal([0, 0], [[5, 2], [2, 2]], size=2000)
       data = pd.DataFrame(data, columns=['x', 'y'])

       for col in 'xy':
           plt.hist(data[col], normed=True, alpha=0.5)
```

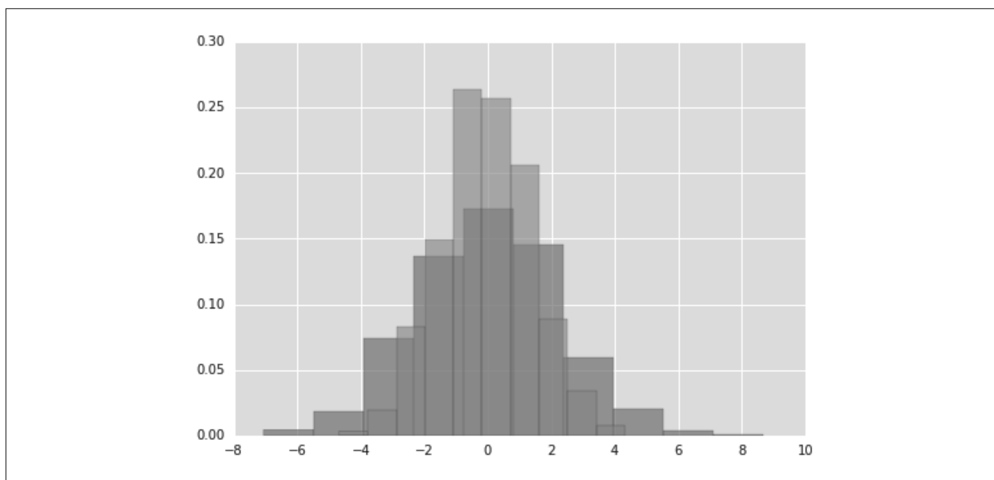


图 4-113：频次直方图可视化分布特性

除了频次直方图，我们还可以用 KDE 获取变量分布的平滑估计。Seaborn 通过 `sns.kdeplot` 实现（如图 4-114 所示）：

```
In[7]: for col in 'xy':
           sns.kdeplot(data[col], shade=True)
```

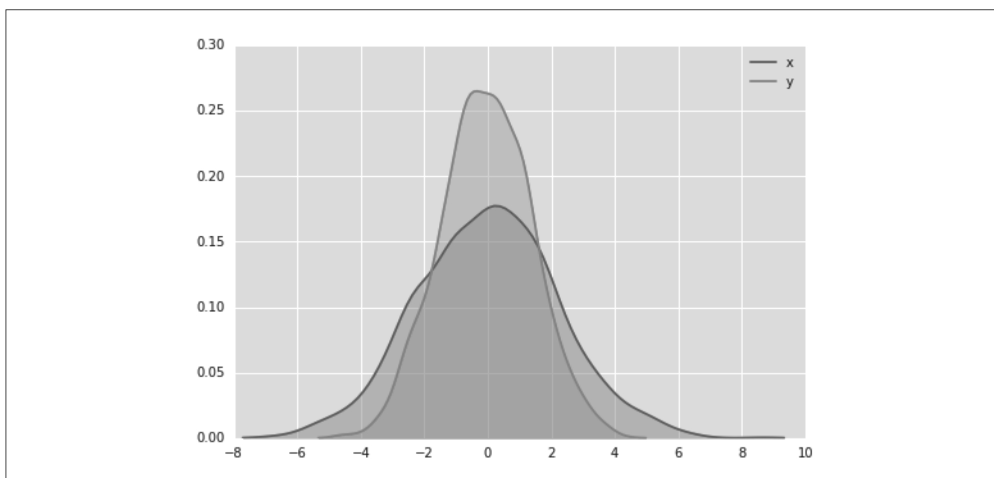


图 4-114：KDE 可视化分布特性

用 `distplot` 可以让频次直方图与 KDE 结合起来（如图 4-115 所示）：

```
In[8]: sns.distplot(data['x'])
       sns.distplot(data['y']);
```

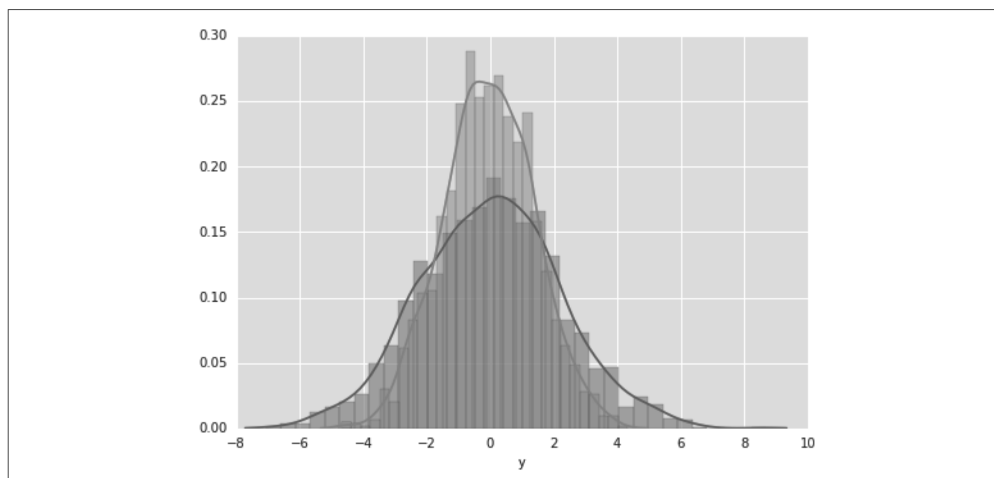


图 4-115：频次直方图与 KDE 的结合

如果向 kdeplot 输入的是二维数据集，那么就可以获得一个二维数据可视化图（如图 4-116 所示）：

```
In[9]: sns.kdeplot(data);
```

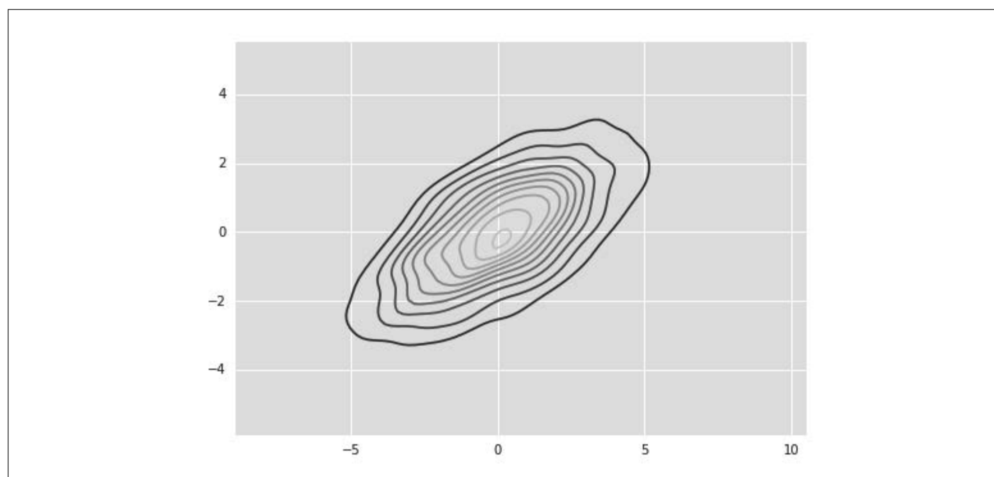


图 4-116：二维 KDE 图

用 sns.jointplot 可以同时看到两个变量的联合分布与单变量的独立分布。在这个图形中，使用白色背景（如图 4-117 所示）：

```
In[10]: with sns.axes_style('white'):
            sns.jointplot("x", "y", data, kind='kde');
```

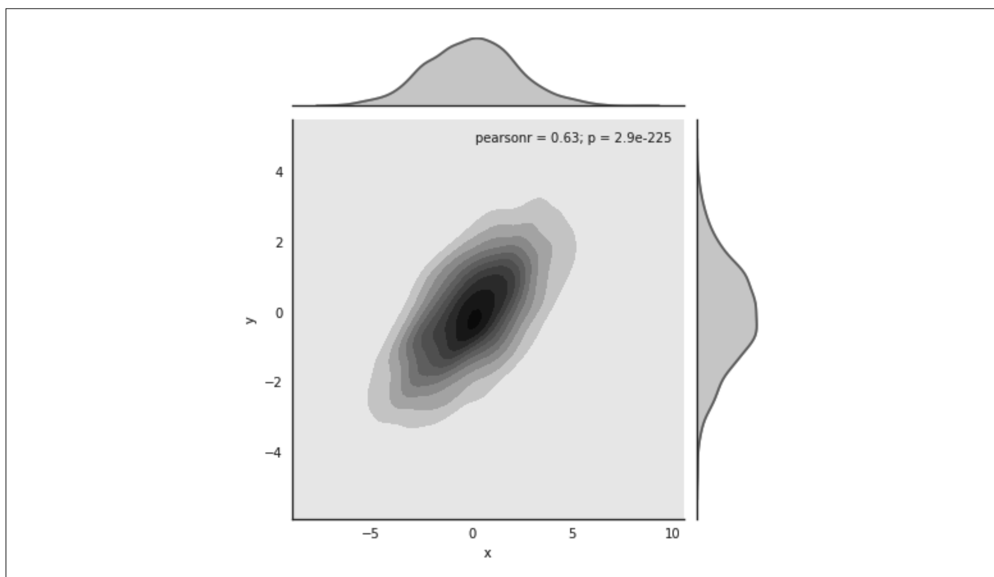


图 4-117：二维 KDE 的联合分布图

可以向 `jointplot` 函数传递一些参数。例如，可以用六边形块代替频次直方图（如图 4-118 所示）：

```
In[11]: with sns.axes_style('white'):
            sns.jointplot("x", "y", data, kind='hex')
```

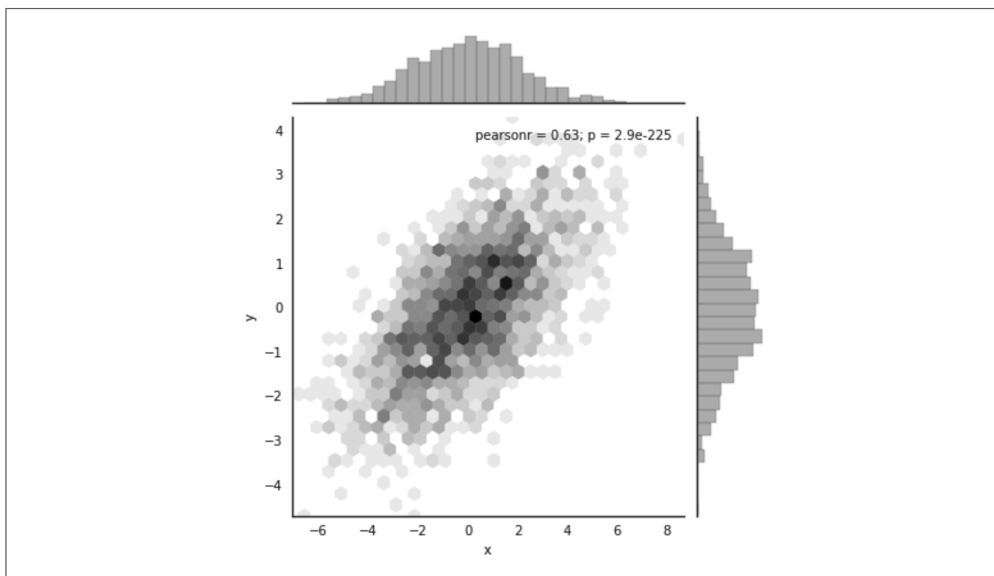


图 4-118：用六边形块画的联合分布图

2. 矩阵图

当你需要对多维数据集进行可视化时，最终都要使用**矩阵图**（pair plot）。如果想画出所有变量中任意两个变量之间的图形，用矩阵图探索多维数据不同维度间的相关性非常有效。

下面将用著名的鸢尾花数据集来演示，其中有三种鸢尾花的花瓣与花萼数据：

```
In[12]: iris = sns.load_dataset("iris")
        iris.head()
```

Out[12]:

	sepal_length	sepal_width	petal_length	petal_width	species
0	5.1	3.5	1.4	0.2	setosa
1	4.9	3.0	1.4	0.2	setosa
2	4.7	3.2	1.3	0.2	setosa
3	4.6	3.1	1.5	0.2	setosa
4	5.0	3.6	1.4	0.2	setosa

可视化样本中多个维度的关系非常简单，直接用 `sns.pairplot` 即可（如图 4-119 所示）：

```
In[13]: sns.pairplot(iris, hue='species', size=2.5);
```

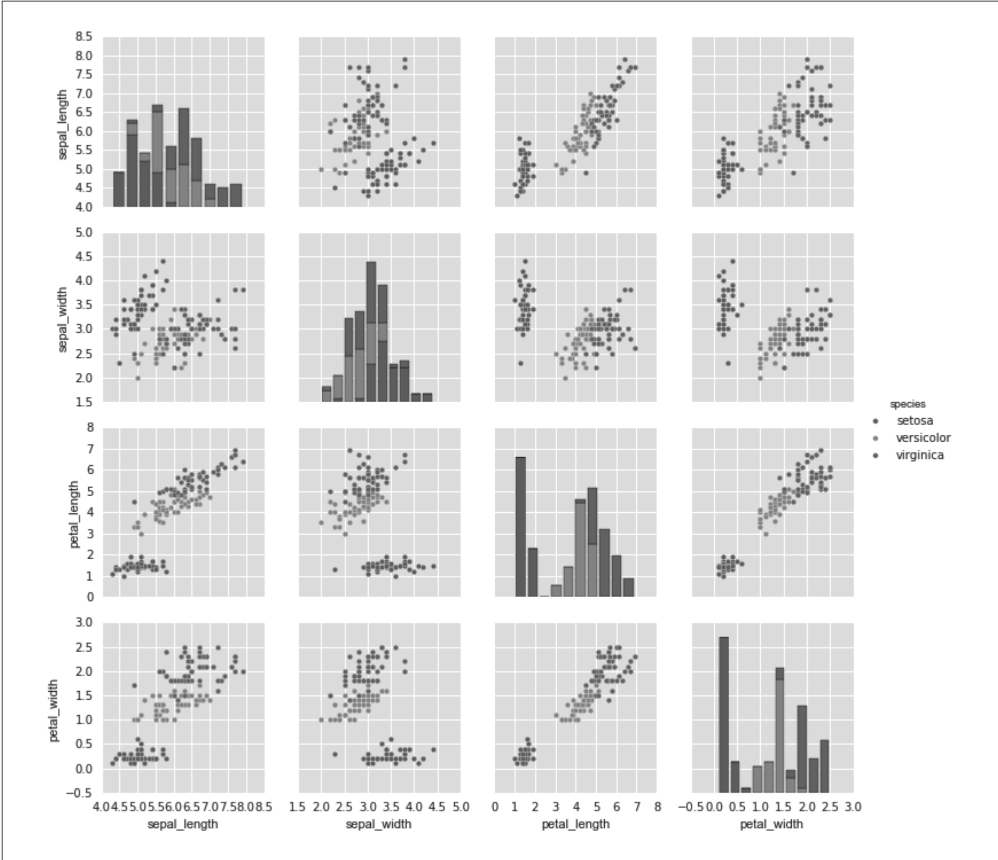


图 4-119：四个变量的矩阵图

3. 分面频次直方图

有时观察数据最好的方法就是借助数据子集的频次直方图。Seaborn 的 `FacetGrid` 函数[5]让这件事变得非常简单。来看看某个餐厅统计的服务员收取小费的数据（如图 4-120 所示）：

```
In[14]: tips = sns.load_dataset('tips')
        tips.head()

Out[14]:    total_bill   tip     sex smoker  day    time  size
         0       16.99  1.01  Female     No  Sun  Dinner     2
         1       10.34  1.66    Male     No  Sun  Dinner     3
         2       21.01  3.50    Male     No  Sun  Dinner     3
         3       23.68  3.31    Male     No  Sun  Dinner     2
         4       24.59  3.61  Female     No  Sun  Dinner     4

In[15]: tips['tip_pct'] = 100 * tips['tip'] / tips['total_bill']

        grid = sns.FacetGrid(tips, row="sex", col="time", margin_titles=True)
        grid.map(plt.hist, "tip_pct", bins=np.linspace(0, 40, 15));
```

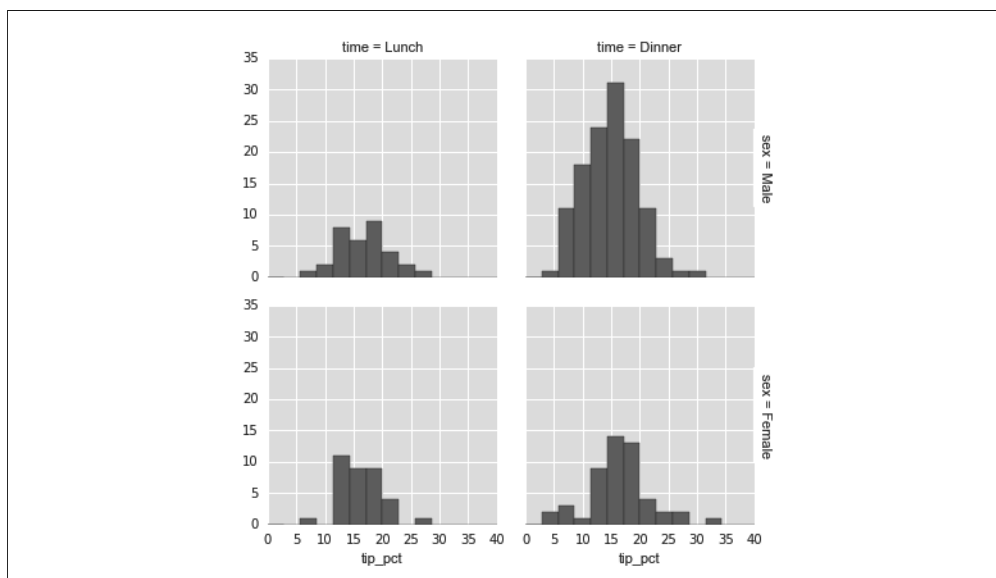


图 4-120：分面频次直方图

4. 因子图

因子图（factor plot）也是对数据子集进行可视化的方法。你可以通过它观察一个参数在另一个参数间隔中的分布情况（如图 4-121 所示）：

```
In[16]: with sns.axes_style(style='ticks'):
            g = sns.factorplot("day", "total_bill", "sex", data=tips, kind="box")
            g.set_axis_labels("Day", "Total Bill");
```

注 5：即分面频次直方图，faceted histogram。——译者注

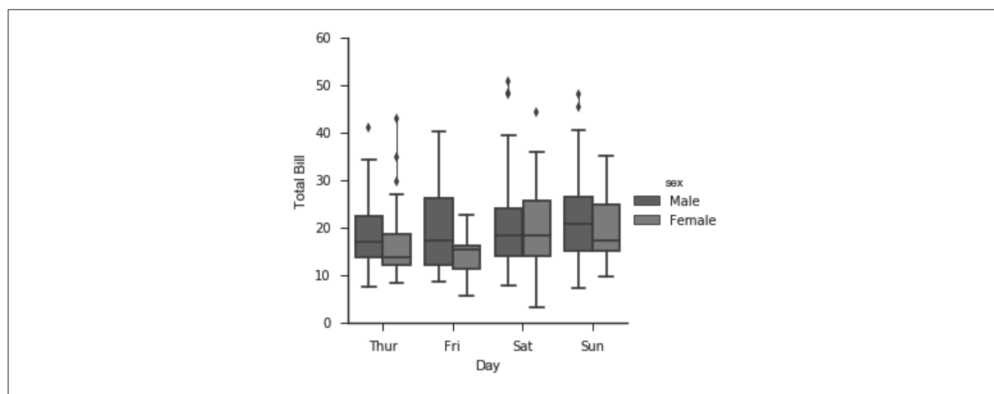


图 4-121：因子图中不同离散因子的分布对比

5. 联合分布

与前面介绍的矩阵图类似，可以用 sns.jointplot 画出不同数据集的联合分布和各数据本身的分布（如图 4-122 所示）：

```
In[17]: with sns.axes_style('white'):
            sns.jointplot("total_bill", "tip", data=tips, kind='hex')
```

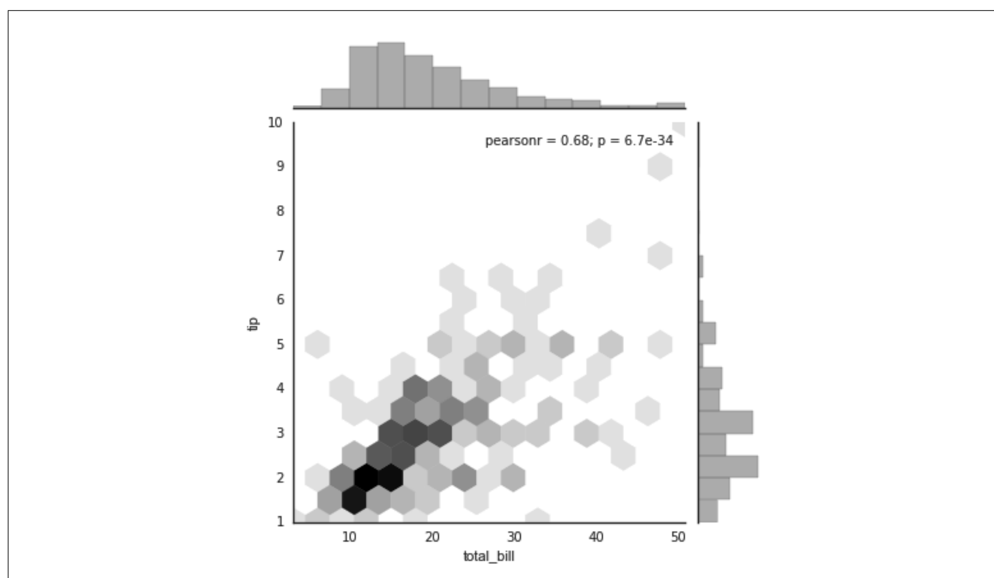


图 4-122：联合分布图

联合分布图也可以自动进行 KDE 和回归（如图 4-123 所示）：

```
In[18]: sns.jointplot("total_bill", "tip", data=tips, kind='reg');
```

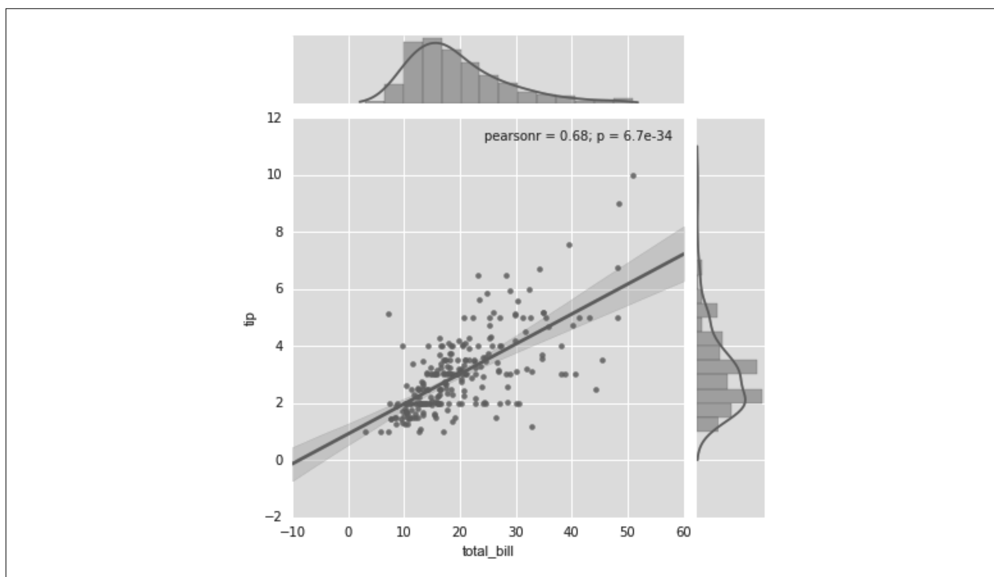


图 4-123：带回归拟合的联合分布

6. 条形图

时间序列数据可以用 sns.factorplot 画出条形图。在下面的示例中（结果如图 4-124 所示），我们将用 3.9 节中的行星数据来演示：

```
In[19]: planets = sns.load_dataset('planets')
        planets.head()

Out[19]:            method  number  orbital_period   mass  distance  year
          0  Radial Velocity       1         269.300   7.10     77.40  2006
          1  Radial Velocity       1         874.774   2.21     56.95  2008
          2  Radial Velocity       1         763.000   2.60     19.84  2011
          3  Radial Velocity       1         326.030  19.40    110.62  2007
          4  Radial Velocity       1         516.220  10.50    119.47  2009

In[20]: with sns.axes_style('white'):
            g = sns.factorplot("year", data=planets, aspect=2,
                               kind="count", color='steelblue')
            g.set_xticklabels(step=5)
```

我们还可以对比用不同方法（method 参数）发现行星的数量，如图 4-125 所示：

```
In[21]: with sns.axes_style('white'):
            g = sns.factorplot("year", data=planets, aspect=4.0, kind='count',
                               hue='method', order=range(2001, 2015))
            g.set_ylabels('Number of Planets Discovered')
```

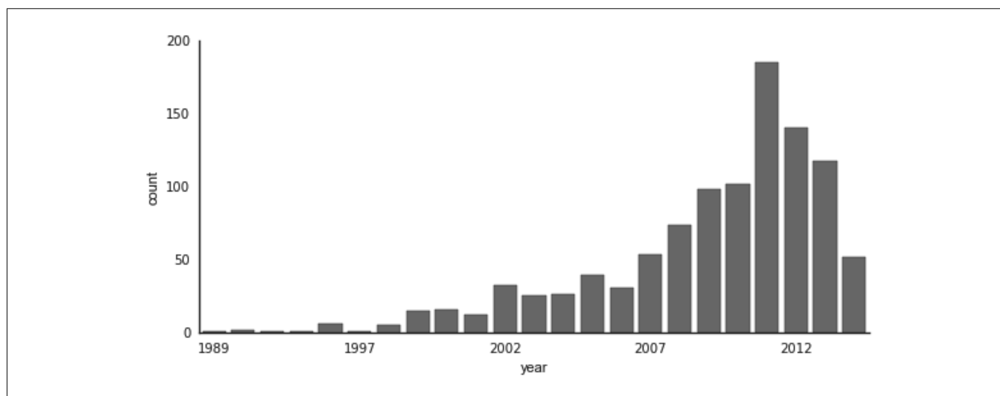


图 4-124：频次直方图是因子图的特殊形式

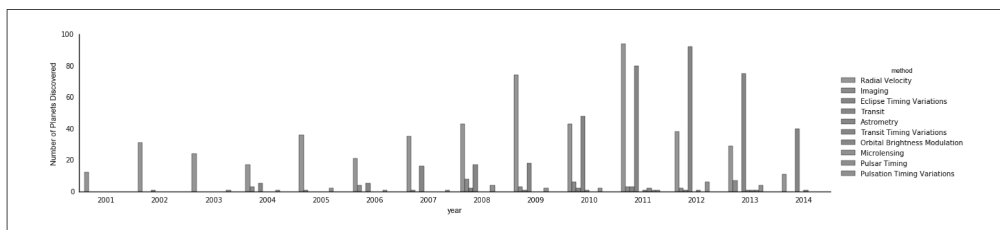


图 4-125：不同年份、方法发现行星的数量（请到在线附录查看完整图）

关于用 Seaborn 画图的更多信息，请参考 Seaborn 文档（http://seaborn.pydata.org）、教程（http://stanford.edu/~mwaskom/software/seaborn/tutorial.html）和 Seaborn 画廊（http://stanford.edu/~mwaskom/software/seaborn/examples/index.html）。

4.16.3　案例：探索马拉松比赛成绩数据

下面将用 Seaborn 对一场马拉松比赛的成绩进行可视化。首先从数据源网站上抓取数据，然后把数据进行汇总并去掉敏感信息，最后放在 GitHub 上供读者下载（如果你对 Python 网络爬虫感兴趣，推荐阅读 Ryan Mitchell 的《Python 网络数据采集》[6]）。下面从 GitHub 网站下载数据，并加载到 Pandas 中：

```
In[22]:
# !curl -O https://raw.githubusercontent.com/jakevdp/marathon-data/
# master/marathon-data.csv

In[23]: data = pd.read_csv('marathon-data.csv')
        data.head()

Out[23]:    age gender     split     final
        0   33      M  01:05:38  02:08:51
```

注 6：已由人民邮电出版社出版，http://www.ituring.com.cn/book/1709。——编者注

```
        1   32      M  01:06:26  02:09:28
        2   31      M  01:06:49  02:10:42
        3   38      M  01:06:16  02:13:45
        4   31      M  01:06:32  02:13:59
```

默认情况下，Pandas 会把时间列加载为 Python 字符串格式（类型是 object）。可以用 DataFrame 的 dtypes 属性查看类型：

```
In[24]: data.dtypes

Out[24]: age        int64
         gender    object
         split     object
         final     object
         dtype: object
```

写一个把字符串转换成时间类型的函数：

```
In[25]: def convert_time(s):
            h, m, s = map(int, s.split(':'))
            return pd.datetools.timedelta(hours=h, minutes=m, seconds=s)

        data = pd.read_csv('marathon-data.csv',
                           converters={'split':convert_time, 'final':convert_time})
        data.head()

Out[25]:    age gender    split    final
         0   33      M 01:05:38 02:08:51
         1   32      M 01:06:26 02:09:28
         2   31      M 01:06:49 02:10:42
         3   38      M 01:06:16 02:13:45
         4   31      M 01:06:32 02:13:59

In[26]: data.dtypes

Out[26]: age                 int64
         gender             object
         split     timedelta64[ns]
         final     timedelta64[ns]
         dtype: object
```

这样看着好多了。为了能使用 Seaborn 画图，还需要添加一列，将时间换算成秒：

```
In[27]: data['split_sec'] = data['split'].astype(int) / 1E9
        data['final_sec'] = data['final'].astype(int) / 1E9
        data.head()

Out[27]:    age gender    split    final  split_sec  final_sec
         0   33      M 01:05:38 02:08:51     3938.0     7731.0
         1   32      M 01:06:26 02:09:28     3986.0     7768.0
         2   31      M 01:06:49 02:10:42     4009.0     7842.0
         3   38      M 01:06:16 02:13:45     3976.0     8025.0
         4   31      M 01:06:32 02:13:59     3992.0     8039.0
```

现在可以通过 jointplot 函数画图，从而对数据有个认识（如图 4-126 所示）：

```
In[28]: with sns.axes_style('white'):
            g = sns.jointplot("split_sec", "final_sec", data, kind='hex')
            g.ax_joint.plot(np.linspace(4000, 16000),
                            np.linspace(8000, 32000), ':k')
```

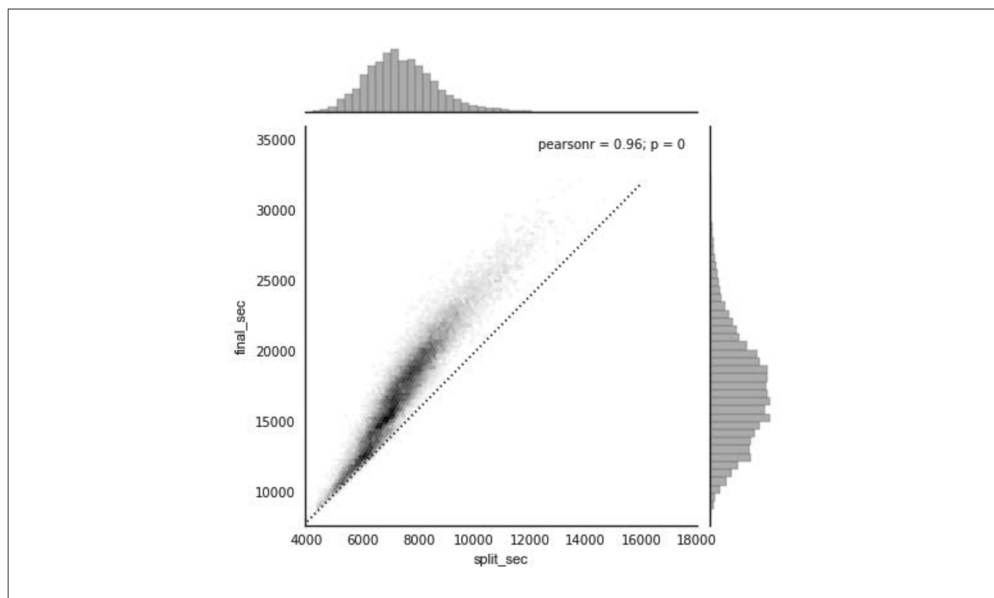


图 4-126：马拉松前半程成绩与全程成绩的对比

图中的实点线表示一个人全程保持一个速度跑完马拉松，即上半程与下半程耗时相同。然而实际的成绩分布表明，绝大多数人都是越往后跑得越慢（也符合常理）。如果你参加过跑步比赛，那么就一定知道有些人在比赛的后半程速度更快——也就是在比赛中“后半程加速”。

创建一列（`split_frac`，split fraction）来表示前后半程的差异，衡量比赛选手后半程加速或前半程加速的程度：

```
In[29]: data['split_frac'] = 1 - 2 * data['split_sec'] / data['final_sec']
        data.head()

Out[29]:    age gender    split    final  split_sec  final_sec  split_frac
         0   33      M 01:05:38 02:08:51     3938.0     7731.0   -0.018756
         1   32      M 01:06:26 02:09:28     3986.0     7768.0   -0.026262
         2   31      M 01:06:49 02:10:42     4009.0     7842.0   -0.022443
         3   38      M 01:06:16 02:13:45     3976.0     8025.0    0.009097
         4   31      M 01:06:32 02:13:59     3992.0     8039.0    0.006842
```

如果前后半程差异系数（split difference）小于 0，就表示这个人是后半程加速型选手。让我们画出差异系数的分布图（如图 4-127 所示）：

```
In[30]: sns.distplot(data['split_frac'], kde=False);
        plt.axvline(0, color="k", linestyle="--");
```

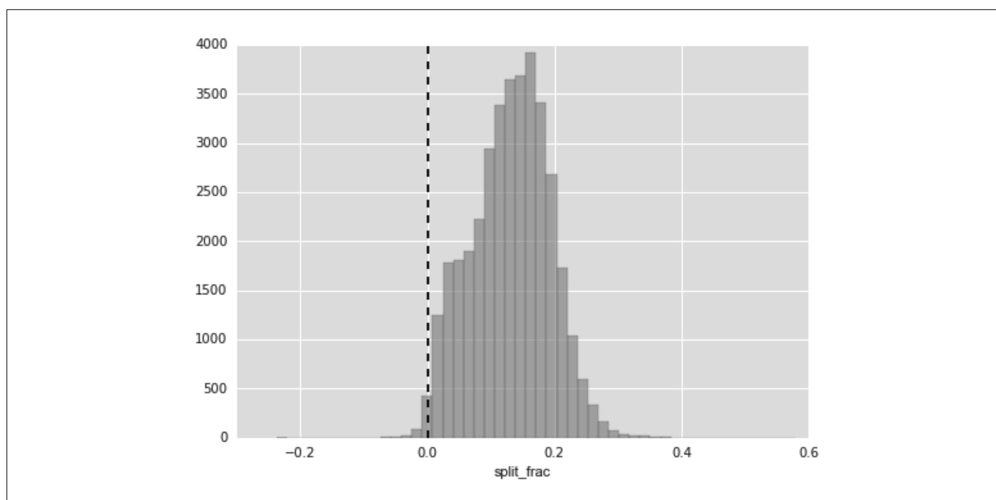


图 4-127：前后半程差异系数分布图，0 表示前后半程耗时相同

```
In[31]: sum(data.split_frac < 0)
```

```
Out[31]: 251
```

在大约 4 万名马拉松比赛选手中，只有 250 个人能做到后半程加速。

再来看看前后半程差异系数与其他变量有没有相关性。用一个矩阵图 `pairgrid` 画出所有变量间的相关性（如图 4-128 所示）：

```
In[32]:
g = sns.PairGrid(data, vars=['age', 'split_sec', 'final_sec', 'split_frac'],
                 hue='gender', palette='RdBu_r')
g.map(plt.scatter, alpha=0.8)
g.add_legend();
```

从图中可以看出，虽然前后半程差异系数与年龄没有显著的相关性，但是与比赛的最终成绩有显著的相关性：全程耗时最短的选手，往往都是在前后半程尽量保持节奏一致、耗时非常接近的人。（由图可知，Seaborn 也没有完全克服 Matplotlib 图形样式的不足：这里主要是 x 轴刻度值重叠的问题。但由于这是一个比较简单的 Matplotlib 图形，我们可以按照 4.12 节介绍的方法调整刻度值。）

对比男女选手之间的差异是件有趣的事情。来看这两组选手前后半程差异系数的频次直方图（如图 4-129 所示）：

```
In[33]: sns.kdeplot(data.split_frac[data.gender=='M'], label='men', shade=True)
        sns.kdeplot(data.split_frac[data.gender=='W'], label='women', shade=True)
        plt.xlabel('split_frac');
```

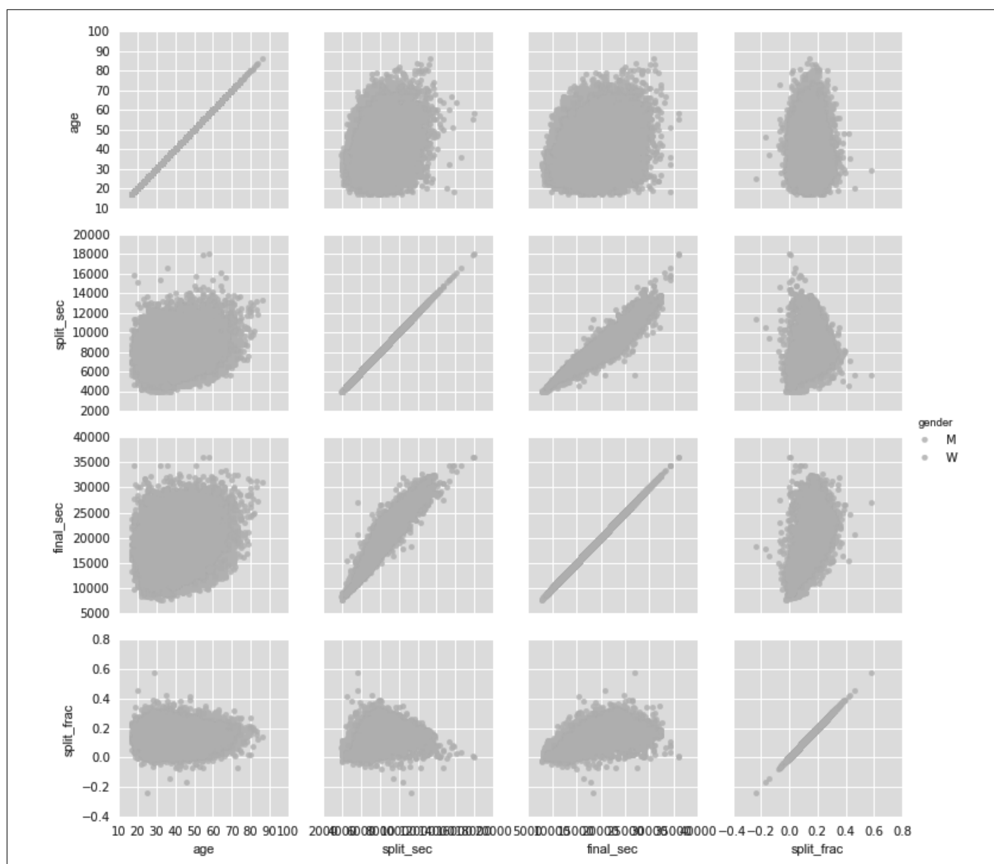


图 4-128：马拉松数据集中变量间的相关性

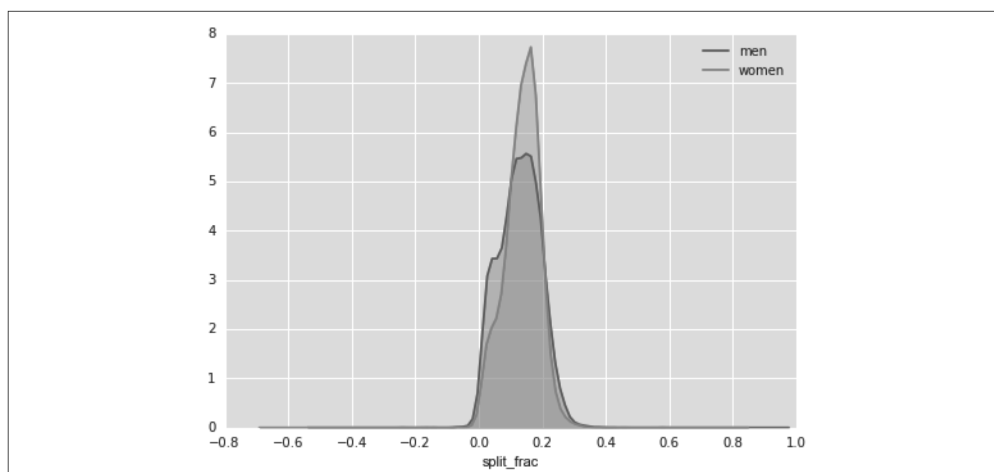


图 4-129：男女选手前后半程差异系数分布情况

有趣的是，在前后半程耗时接近的选手中，男选手比女选手要多很多！男女选手的分布看起来几乎都是双峰分布。我们将男女选手不同年龄（age）的分布函数画出来，看看会得到什么启示。

用**小提琴图**（violin plot）进行这两种分布的对比是个不错的办法（如图 4-130 所示）：

```
In[34]:
sns.violinplot("gender", "split_frac", data=data,
               palette=["lightblue", "lightpink"]);
```

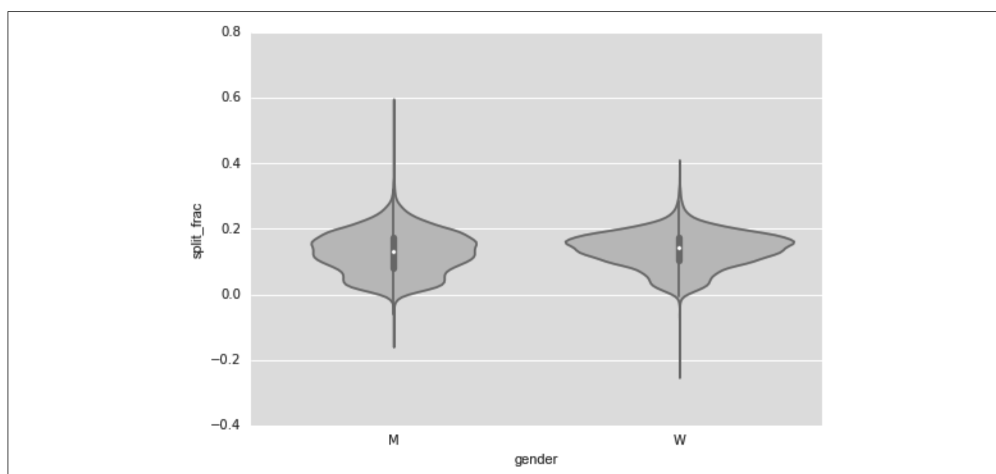


图 4-130：用小提琴图对比男女选手前后半程差异系数

这是另一种对比男女选手前后半程差异系数分布情况的方式。

让我们再仔细看看这幅图，对比两个由年龄构成函数的小提琴图。在数组中创建一个新列，表示每名选手的年龄段（如图 4-131 所示）：

```
In[35]: data['age_dec'] = data.age.map(lambda age: 10 * (age // 10))
data.head()

Out[35]:
   age gender    split    final  split_sec  final_sec  split_frac  age_dec
0   33      M 01:05:38 02:08:51     3938.0     7731.0   -0.018756       30
1   32      M 01:06:26 02:09:28     3986.0     7768.0   -0.026262       30
2   31      M 01:06:49 02:10:42     4009.0     7842.0   -0.022443       30
3   38      M 01:06:16 02:13:45     3976.0     8025.0    0.009097       30
4   31      M 01:06:32 02:13:59     3992.0     8039.0    0.006842       30

In[36]:
men = (data.gender == 'M')
women = (data.gender == 'W')

with sns.axes_style(style=None):
    sns.violinplot("age_dec", "split_frac", hue="gender", data=data,
                   split=True, inner="quartile",
                   palette=["lightblue", "lightpink"]);
```

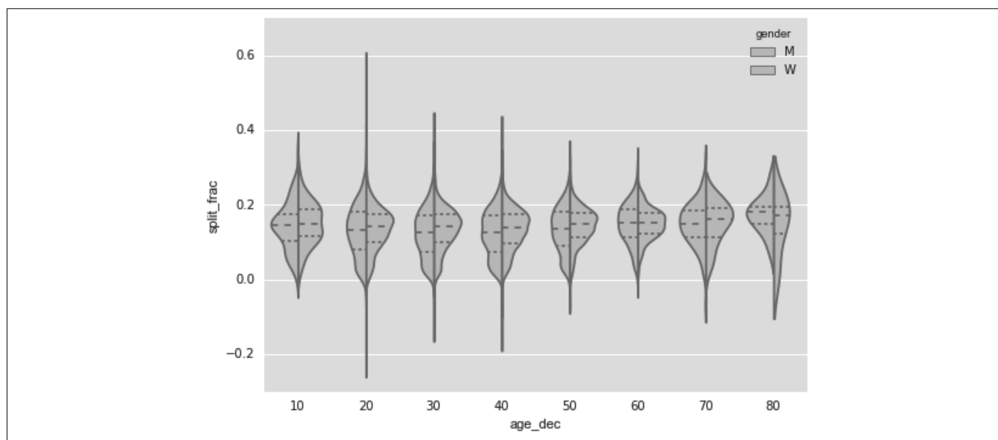


图 4-131：用小提琴图表示不同性别、年龄段的前后半程差异系数

通过上图可以看出男女选手的分布差异：20 多岁至 50 多岁各年龄段的男选手的前后半程差异系数概率密度都比同年龄段的女选手低一些（或者可以说任意年龄都如此）。

还有一个令人惊讶的地方是，**所有**八十岁以上的女选手都比同年龄段的男选手的表现好。这可能是由于这个年龄段的选手寥寥无几，样本太少：

```
In[38]: (data.age > 80).sum()

Out[38]: 7
```

让我们再看看后半程加速型选手的数据：他们都是谁？前后半程差异系数与比赛成绩正相关吗？我们可以轻松画出图形。下面用 `regplot` 为数据自动拟合一个线性回归模型（如图 4-132 所示）：

```
In[37]: g = sns.lmplot('final_sec', 'split_frac', col='gender', data=data,
                       markers=".", scatter_kws=dict(color='c'))
        g.map(plt.axhline, y=0.1, color="k", ls=":");
```

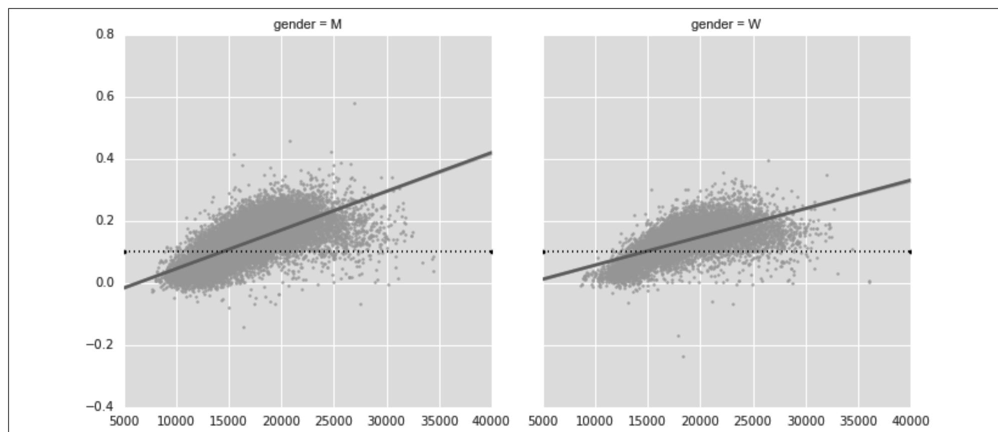


图 4-132：男女选手的前后半程差异系数与比赛成绩

似乎有显著后半程加速的选手都是比赛成绩在 15 000 秒，即 4 小时之内的种子选手。低于这个成绩的选手很少有显著的后半程加速。

4.17 参考资料

4.17.1 Matplotlib资源

仅靠本书一章的内容不可能完全覆盖 Matplotlib 的功能与图形类型。与之前介绍过的其他程序包类似，在探索 Matplotlib 的 API 时，使用 IPython 的 Tab 键补全和帮助功能（详情请参见 1.2 节）会非常有效。另外，Matplotlib 的在线文档（http://matplotlib.org/）也是非常有用的参考资料。尤其是 Matplotlib 画廊（http://matplotlib.org/gallery.html）页面中的内容——它里面有几百张不同图形类型的缩略图，每张图都链接到一个用于制作图形的 Python 代码页面。通过这种方式，你就可以直接观察并学习各种不同的绘图样式与可视化技术了。

如果要推荐一本关于 Matplotlib 的参考书，那么我推荐 *Interactive Applications Using Matplotlib*（http://bit.ly/2fSqswQ），作者是 Matplotlib 的核心开发者 Ben Root。

4.17.2 其他Python画图程序库

虽然 Matplotlib 是最知名的 Python 可视化程序库，但其实还有许多现代画图工具也值得一探究竟。下面简单介绍几个程序库。

- Bokeh（http://bokeh.pydata.org）是一个用 Python 做前端的 JavaScript 可视化程序库，支持非常强大的交互可视化功能，可以处理非常大的批数据和 / 或流数据。Python 前端会生成一份 JSON 数据结构，通过 Bokeh 的 JS 引擎进行渲染。
- Plotly（http://plot.ly）是 Plotly 公司开发的同名开源产品，其设计理念与 Bokeh 类似。由于 Plotly 从一开始就是主打产品，因此得到了高水平的开发支持。可以免费使用。
- Vispy（http://vispy.org/）是一个侧重于大数据动态可视化的项目。由于它建立在 OpenGL 接口上并且可以充分利用电脑的显卡，因此可以渲染出令人叹为观止的大型数据可视化图。
- Vega（https://vega.github.io/）与 Vega-Lite（https://vega.github.io/vega-lite）采用声明式（declarative）图形表示方法，是在数据可视化基础语言多年的研究成果上形成的产品。最终图形渲染是 JavaScript，但是 API 与编程语言无关。这就是用 Altair 程序包（http://altair-viz.github.io/）实现的 Python API。虽然目前还不成熟，但我依然因这款产品也许可以为 Python 和其他编程语言提供相同的数据可视化基础理念而兴奋不已。

Python 社区里的数据可视化空间可谓日新月异，很可能我现在写的这些内容在刚刚出版时就已经过时了。请及时关注 Python 数据可视化的最新进展！

第 5 章

机器学习

机器学习在许多方面都可以看作是数据科学能力延伸的主要手段。机器学习是用数据科学的计算能力和算法能力去弥补统计方法的不足，其最终结果是为那些目前既没有高效的理论支持、又没有高效的计算方法的统计推理与数据探索问题提供解决方法。

“机器学习”这个词现在太流行了，仿佛是一种万能药：**只要对数据做了机器学习，那么所有问题都可以迎刃而解！**正如你所知，“理想很丰满，现实很骨感”，事实远没那么简单。虽然机器学习方法都很强大，但是如果想有效地使用这些方法，必须先掌握每种方法的优缺点，同时还要掌握一些基本的统计概念，例如偏差（bias）和方差（variance）、过拟合（overfitting）和欠拟合（underfitting），等等。

本章将重点介绍一些机器学习的实用方法，主要使用 Python 的 Scikit-Learn（http://scikit-learn.org）程序包。但本章并没有全面覆盖机器学习的每个领域——那是一个庞然大物，需要的技术远超本书范围。另外，本章也不是 Scikit-Learn 程序包（想了解更多关于 Scikit-Learn 程序包的内容，请参见 5.15 节）的说明书。本章的主要目标如下。

- 介绍机器学习的基本术语和概念。
- 介绍 Scikit-Learn 的 API 及用法示例。
- 详细介绍一些最重要的机器学习方法的具体用法和使用场景。

本章的许多内容都源自 Scikit-Learn 教程和我之前在 PyCon、SciPy、PyData 和其他学术会议上分享的内容。以下内容都得感谢这么多年以来参会者与合作者的不吝赐教！

最后，如果你需要更深入地了解相关技术，那么可以参考 5.15 节的内容。

5.1 什么是机器学习

在介绍各种机器学习方法之前，先看看究竟什么是机器学习，什么不是机器学习。机器学

习经常被归类为人工智能（artificial intelligence）的子领域，但我觉得这种归类方法存在误导嫌疑。虽然对机器学习的研究确实是源自人工智能领域，但是机器学习的方法却应用于数据科学领域，因此我认为把机器学习看作是一种**数学建模**更合适。

机器学习的本质就是借助数学模型理解数据。当我们给模型装上可以适应观测数据的**可调参数**时，“学习”就开始了；此时的程序被认为具有从数据中“学习”的能力。一旦模型可以拟合旧的观测数据，那么它们就可以预测并解释新的观测数据。在后面的内容中，我会分享一些关于这种数学方法的哲学闲话，你会发现数学模型的“学习”过程其实与人脑的“学习”过程相似。

由于理解机器学习问题的类型对于有效使用各种机器学习工具至关重要，因此首先介绍关于机器学习方法的若干分类。

5.1.1　机器学习的分类

机器学习一般可以分为两类：有监督学习（supervised learning）和无监督学习（unsupervised learning）。

有监督学习是指对数据的若干特征与若干标签（类型）之间的关联性进行建模的过程；只要模型被确定，就可以应用到新的未知数据上。这类学习过程可以进一步分为**分类**（classification）任务与**回归**（regression）任务。在分类任务中，标签都是离散值；而在回归任务中，标签都是连续值。我们会在后面的内容中介绍这两种有监督学习方法。

无监督学习是指对不带任何标签的数据特征进行建模，通常被看成是一种“让数据自己介绍自己”的过程。这类模型包括**聚类**（clustering）任务和**降维**（dimensionality reduction）任务。聚类算法可以将数据分成不同的组别，而降维算法追求用更简洁的方式表现数据。我们同样会在后面的内容中介绍这两种无监督学习方法。

另外，还有一种**半监督学习**（semi-supervised learning）方法，介于有监督学习与无监督学习之间。半监督学习方法通常可以在数据标签不完整时使用。

5.1.2　机器学习应用的定性示例

下面来介绍一些简单的机器学习任务示例，让这些抽象理论显得更具体一点。这些例子都是我们在后面内容中将要看到的机器学习任务的直观、非量化形式，之后将更深入地介绍相关模型的具体用法。如果想尽早了解这些技术的更多细节，那么请参见在线附录（https://github.com/jakevdp/PythonDataScienceHandbook）中生成下面各个示例中彩图的 Python 代码。

1. 分类：预测离散标签

先来看一个简单的**分类**任务。假如我们有一些带标签的数据点，希望用这些信息为那些不带标签的数据点进行分类。

假如这些数据点的分布如图 5-1 所示（生成这幅图和本节中的其他所有图形的代码都在 GitHub 的在线附录中）。

我们看到的是二维数据，也就是说每个数据点都有两个**特征**，在平面上用数据点的 (x, y) 位置表示。另外，我们的数据点还用一种颜色表示一个**类型标签**，一共有两种类型，分别

用两种颜色表示。我们想根据这些特征和标签创建一个模型，帮助我们判断新的数据点是“蓝色”还是“红色”。

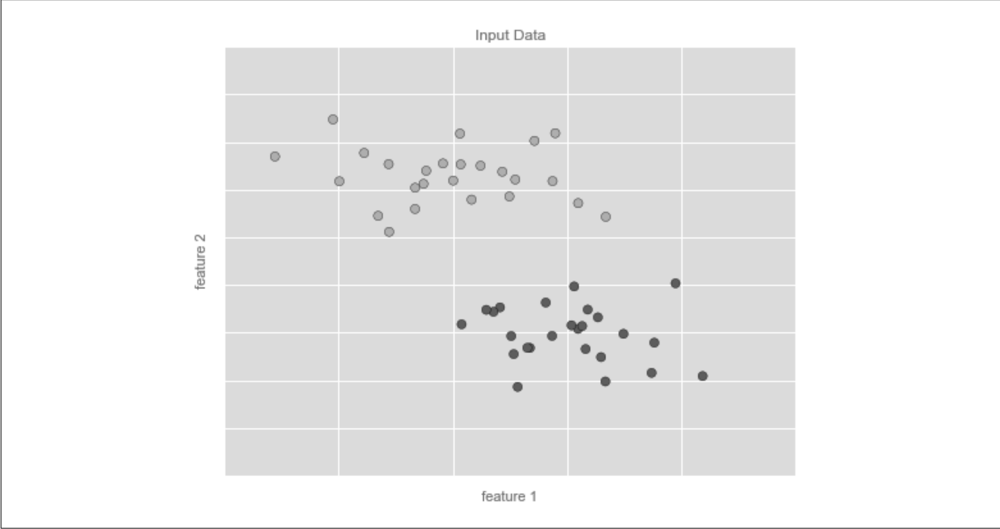


图 5-1：简单的分类学习数据集

虽然有许多可以解决分类任务的模型，但是这里还是先用最简单的一种。假设平面上有一条可以将两种类型分开的直线，直线的两侧分别是一种类型。那么，我们的模型其实就是“一条可以分类的直线”，而模型参数其实就是直线位置与方向的数值。这些模型参数的最优解都可以通过学习数据获得（也就是机器学习的“学习”），这个过程通常被称为训练模型。

图 5-2 是为这组数据分类而训练的模型。

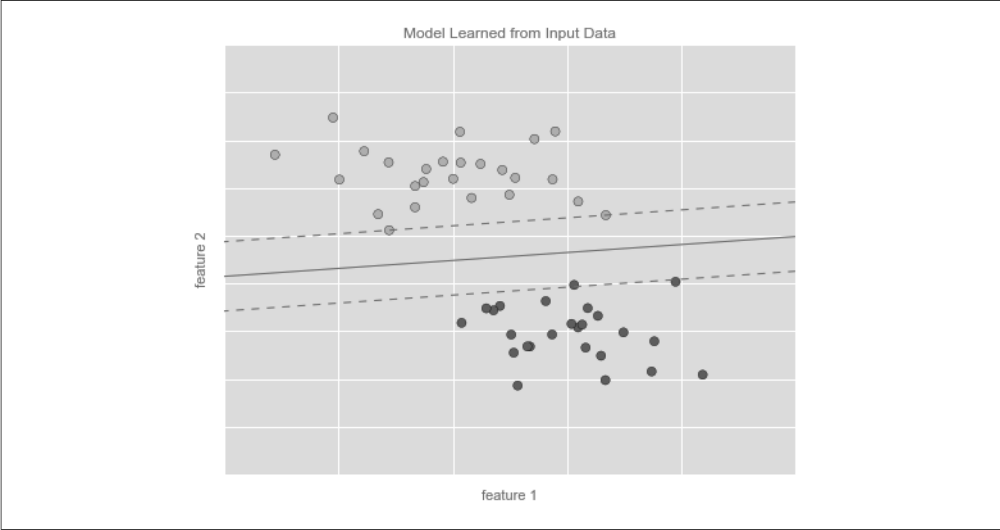


图 5-2：简单的分类模型

模型现在已经训练好了，可以对一个新的、不带标签的数据进行分类了。也就是说，我们可以拿一组新数据，把这个模型的直线画在上面，然后根据这个模型为新数据分配标签。这个阶段通常被称为**预测**，如图 5-3 所示。

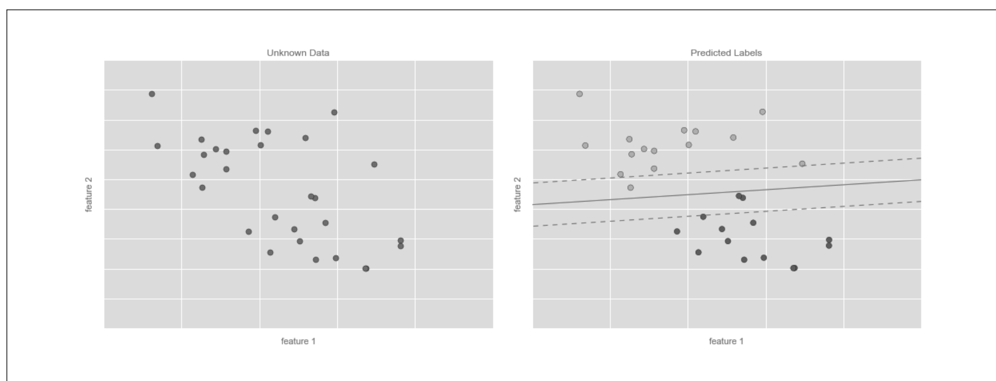


图 5-3：对新数据应用分类模型

这就是机器学习中最基本的分类思想，这个“分类”指的是数据具有离散的类型标签。刚一开始，你可能会觉得分类非常简单：不就是直接观察数据，然后画一条分割线就可以了。但是，机器学习方法的真正用途是要解决大型高维度数据集的分类问题。

以常见的分类任务——垃圾邮件自动识别为例。在这类任务中，我们通常会获得以下特征与标签。

- **特征 1、特征 2……特征 *n*** → 垃圾邮件关键词与短语出现的频次归一化向量（“Viagra”“Nigerian prince”等）。
- **标签** →“垃圾邮件”或“普通邮件”。

在训练数据集中，这些标签可能是人们通过观察少量邮件样本得到的，而剩下的大量邮件都需要通过模型来判断标签。一个训练有素的分类算法只要具备足够好的特征（通常是成千上万个词或短语），就能非常高效地进行分类。5.5 节将介绍一个文本分类的例子。

我们还会详细介绍一些重要的分类算法，包括高斯朴素贝叶斯分类（详情请参见 5.5 节）、支持向量机（详情请参见 5.7 节），以及随机森林分类（详情请参见 5.8 节）。

2. 回归：预测连续标签

下面将要介绍的**回归**任务与离散标签分类算法相反，其标签是连续值。

观察如图 5-4 所示的数据集，所有样本的标签都在一个连续的区间内。

和前面的分类示例一样，我们有一个二维数据，每个数据点有两个特征。数据点的颜色表示每个点的连续标签。

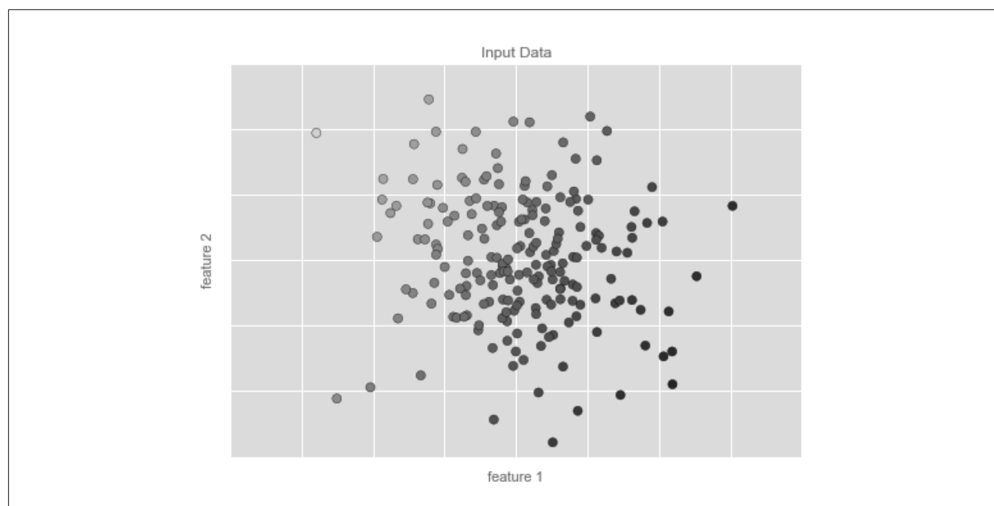


图 5-4：一个简单的回归数据集

虽然有许多可以处理这类数据的回归模型，但是我们还是用简单线性回归模型来预测数据。用简单线性回归模型作出假设，如果我们把标签看成是第三个维度，那么就可以将数据拟合成一个平面方程——这就是著名的在二维平面上线性拟合问题的高阶情形。

我们可以将数据可视化成图 5-5 的形式。

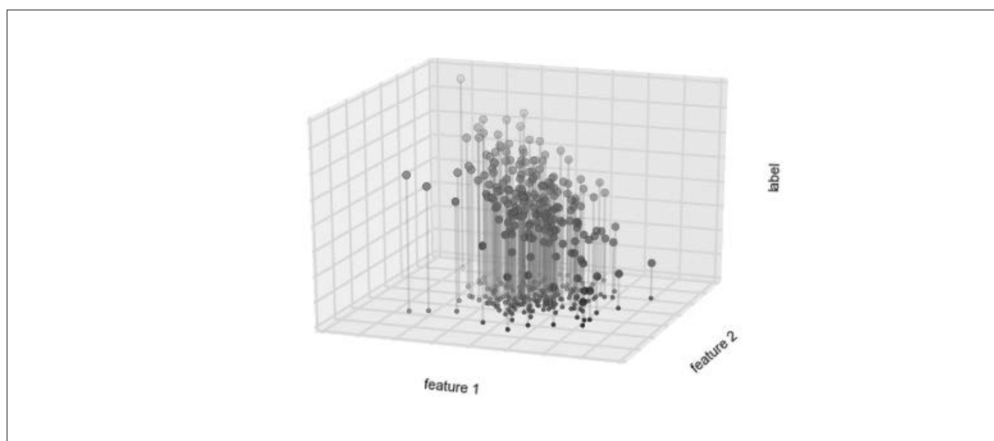


图 5-5：回归数据的三维视角

请注意，这里**特征 1 与特征 2** 平面与之前的二维图形是一样的，只不过用了颜色和三维坐标轴的位置表示标签。通过这个视角，就有理由相信：如果将三维数据拟合成一个平面，就可以对任何输入参数集进行预测。回到原来的二维投影图形上，拟合平面时获得的结果如图 5-6 所示。

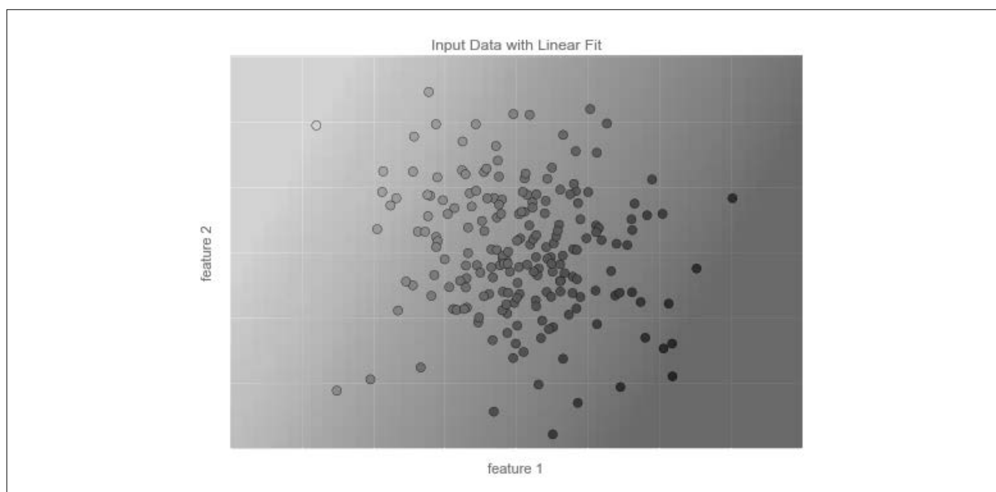


图 5-6：回归模型的结果

这个拟合平面为预测新数据点的标签提供了依据。我们可以直观地找到结果，如图 5-7 所示。

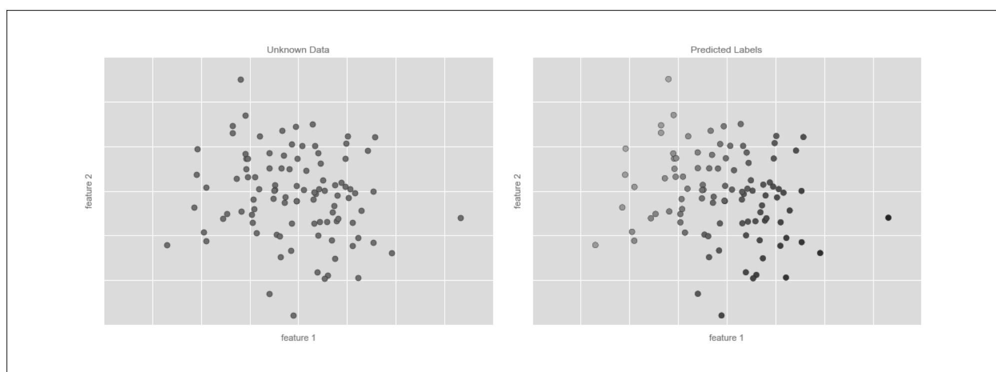


图 5-7：对新数据应用回归模型

和之前介绍的分类示例类似，这个回归示例在低维度时看起来可能也非常简单。但是这些方法的真实价值在于，它们可以直截了当地处理包含大量特征的数据集。

类似的任务有计算通过天文望远镜观测到的星系的距离——在这类任务中，可能会用到以下特征与标签。

- **特征 1、特征 2……特征 *n*** → 具有若干波长或颜色的星系的亮度。
- **标签** → 星系的距离或红移（redshift）。

少量星系的距离可以通过直接观察（通常成本也非常高）进行测量。之后，我们就可以利用适当的回归模型估计其他星系的距离，而不需要为整个星系集合使用昂贵的观察设备。在天文学领域中，这种问题通常被称为“测光红移”（photometric redshift）。

我们还会详细介绍一些重要的回归算法，包括线性回归（详情请参见 5.6 节）、支持向量机（详情请参见 5.7 节），以及随机森林回归（详情请参见 5.8 节）。

3. 聚类：为无标签数据添加标签

前面介绍的回归与分类示例都是有监督学习算法，需要建立一个模型来预测新数据的标签。无监督学习涉及的模型将探索没有任何已知标签的数据。

无监督学习的普遍应用之一就是“聚类”——数据被聚类算法自动分成若干离散的组别。例如，我们有如图 5-8 所示的一组二维数据。

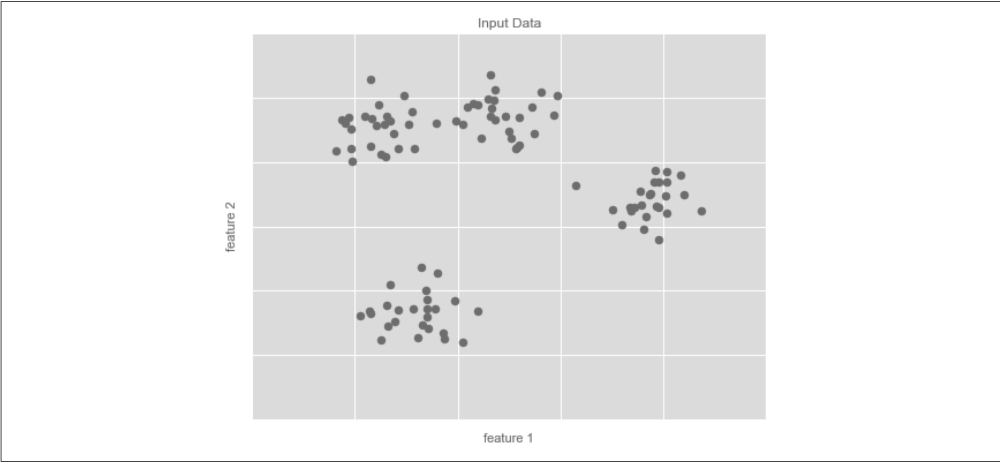


图 5-8：聚类数据

仅通过肉眼观察，就可以很清晰地判断出这些点应该归于哪个组。一个聚类模型会根据输入数据的固有结构判断数据点之间的相关性。通过最快、最直观的 *k*-means 聚类算法（详情请参见 5.11 节），就可以发现如图 5-9 所示的类簇（cluster）。

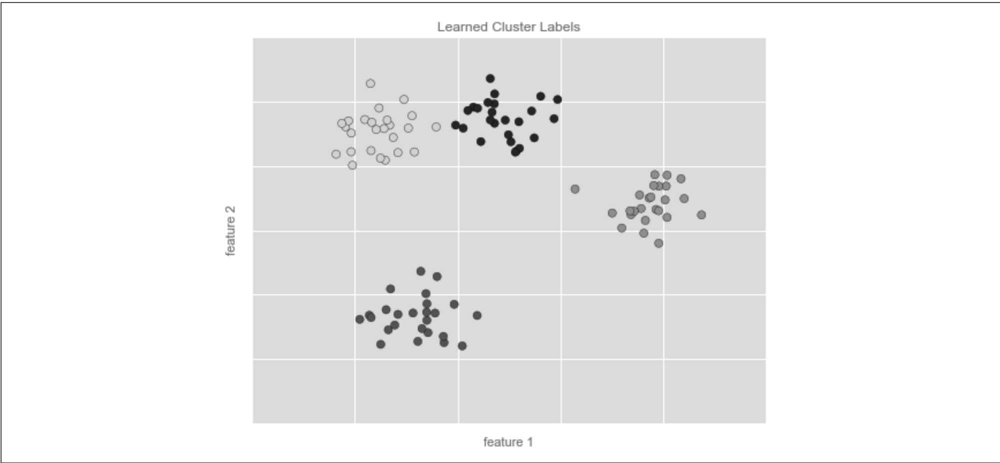


图 5-9：*k*-means 聚类模型给出的数据标签

k-means 会拟合出一个由 *k* 个簇中心点构成的模型，最优的簇中心点需要满足簇中的每个点到该中心的总距离最短。显然，在二维平面上用聚类算法显得非常幼稚，但随着数据量越来越大、维度越来越多，聚类算法对于探索数据集的信息会变得十分有效。

我们将在 5.11 节详细介绍 *k*-means 聚类算法。其他重要的聚类算法还有高斯混合模型（详情请参见 5.12 节）和谱聚类（详情请参考 Scikit-Learn 聚类文档，http://scikit-learn.org/stable/modules/clustering.html）。

4. 降维：推断无标签数据的结构

降维是另一种无监督算法示例，需要从数据集本身的结构推断标签和其他信息。虽然降维比之前看到的示例要抽象一些，但是一般来说，降维其实就是在保证高维数据质量的条件下从中抽取出一个低维数据集。不同的降维算法用不同的方式衡量降维质量，5.10 节将介绍这些内容。

下面用一个示例进行演示，数据如图 5-10 所示。

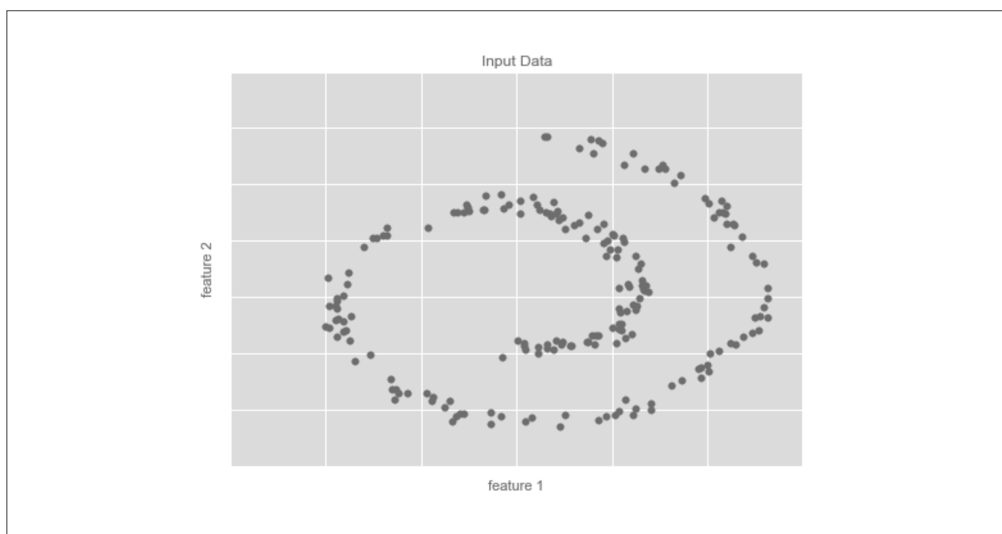


图 5-10：降维示例数据

从图中可以清晰地看出数据存在某种结构：这些数据点在二维平面上按照一维螺旋线整齐地排列。从某种程度上，你可以说这些数据“本质上”只有一维，虽然这个一维数据是嵌在高维数据空间里的。适合这个示例的降维模型不仅需要满足数据的非线性嵌套结构，而且还要给出低维表现形式。

图 5-11 是通过 Isomap 算法得到的可视化结果，它是一种专门用于解决这类问题的流形学习算法。

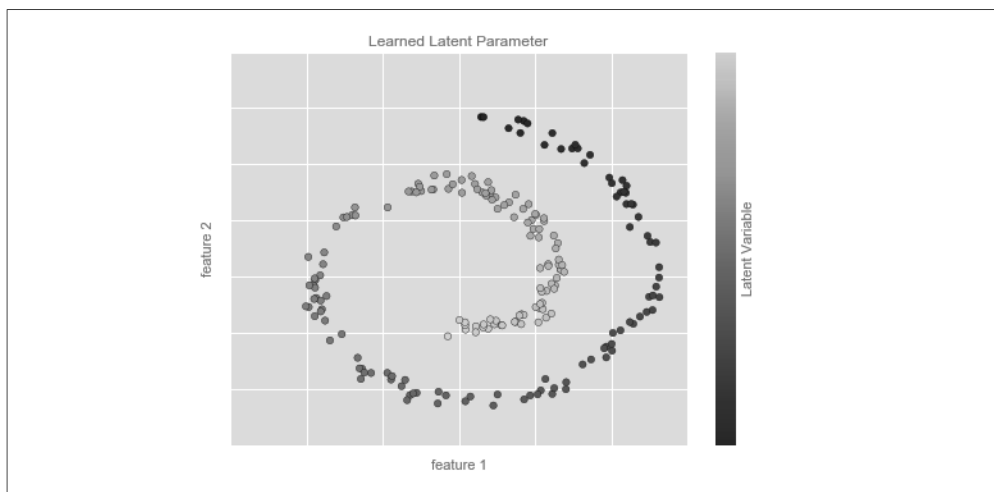


图 5-11：降维算法给出的数据标签

请注意，图中的颜色（表示算法提取到的一维潜在变量）沿着螺旋线呈现均匀变化，表明这个算法的确发现了肉眼所能观察到的结构。和之前介绍的示例类似，降维算法同样要在处理高维数据时才能大展拳脚。例如，我们可能需要对一个包含 100 或 1000 个特征的数据集内部的关联性进行可视化。要对一个 1000 维的数据进行可视化是个巨大的挑战，一种解决办法就是通过降维技术，让我们可以在更容易处理的二维或三维空间中对数据进行可视化。

我们还会详细介绍一些重要的降维算法，包括主成分分析（详情请参见 5.9 节）和各种流形学习算法，如 Isomap 算法、局部线性嵌入算法（详情请参见 5.10 节）。

5.1.3 小结

前面介绍了一些机器学习方法基本类型的示例。虽然我们略过了许多重要的实践细节，但我还是希望这节的内容可以让你对用机器学习方法解决问题的基本思路有所了解。

综上所述，本节介绍的主要有以下内容。

有监督学习

可以训练带标签的数据以预测新数据标签的模型。

分类

可以预测两个或多个离散分类标签的模型。

回归

可以预测连续标签的模型。

无监督学习

识别无标签数据结构的模型。

聚类

检测、识别数据显著组别的模型。

降维

从高维数据中检测、识别低维数据结构的模型。

后面的内容将会深入介绍各个类型的具体算法，并且通过一些有趣的示例说明这些算法的使用场景。

前面内容中的所有图形都是通过真实的机器学习计算实现的。所有图形的生成代码都位于在线文档（http://github.com/jakevdp/PythonDataScienceHandbook）中。

5.2 Scikit-Learn简介

目前，Python 有不少可以实现各种机器学习算法的程序库。Scikit-Learn（http://scikit-learn.org）是最流行的程序包之一，它为各种常用机器学习算法提供了高效版本。Scikit-Learn 不仅因其干净、统一、管道命令式的 API 而独具特色，而且它的在线文档又实用、又完整。这种统一性的好处是，只要你掌握了 Scikit-Learn 一种模型的基本用法和语法，就可以非常平滑地过渡到新的模型或算法上。

本节内容对 Scikit-Learn 的 API 进行概述。真正理解这些 API 的组成部分将对更深入地理解机器学习算法与技巧大有裨益。

首先介绍 Scikit-Learn 的**数据表示**（data representation），然后介绍**评估器** API（Estimator API），最后通过一个有趣的示例演示如何用这些工具探索手写数字图像。

5.2.1 Scikit-Learn的数据表示

机器学习是从数据创建模型的学问，因此你首先需要了解怎样表示数据才能让计算机理解。Scikit-Learn 认为数据表示最好的方法就是用数据表的形式。

1. 数据表

基本的数据表就是二维网格数据，其中的每一行表示数据集中的每个样本，而列表示构成每个样本的相关特征。例如 Ronald Fisher 在 1936 年对鸢尾花数据集（https://en.wikipedia.org/wiki/Iris_flower_data_set）的经典分析。我们用 Seaborn 程序库（https://stanford.edu/~mwaskom/software/seaborn/）下载数据并加载到 Pandas 的 `DataFrame` 中：

```
In[1]: import seaborn as sns
       iris = sns.load_dataset('iris')
       iris.head()

Out[1]:    sepal_length  sepal_width  petal_length  petal_width species
        0           5.1          3.5           1.4          0.2  setosa
        1           4.9          3.0           1.4          0.2  setosa
        2           4.7          3.2           1.3          0.2  setosa
        3           4.6          3.1           1.5          0.2  setosa
        4           5.0          3.6           1.4          0.2  setosa
```

其中的每行数据表示每朵被观察的鸢尾花，行数表示数据集中记录的鸢尾花总数。一般情况下，会将这个矩阵的行称为**样本**（samples），行数记为 n_samples。

同样，每列数据表示每个样本某个特征的量化值。一般情况下，会将矩阵的列称为**特征**（features），列数记为 n_features。

2. 特征矩阵

这个表格布局通过二维数组或矩阵的形式将信息清晰地表达出来，所以我们通常把这类矩阵称为**特征矩阵**（features matrix）。特征矩阵通常被简记为变量 X。它是维度为 [n_samples, n_features] 的二维矩阵，通常可以用 NumPy 数组或 Pandas 的 DataFrame 来表示，不过 Scikit-Learn 也支持 SciPy 的稀疏矩阵。

样本（即每一行）通常是指数据集中的每个对象。例如，样本可能是一朵花、一个人、一篇文档、一幅图像，或者一首歌、一部影片、一个天体，甚至是任何可以通过一组量化方法进行测量的实体。

特征（即每一列）通常是指每个样本都具有的某种量化观测值。一般情况下，特征都是实数，但有时也可能是布尔类型或者离散值。

3. 目标数组

除了特征矩阵 X 之外，我们还需要一个**标签**或**目标**数组，通常简记为 y。目标数组一般是一维数组，其长度就是样本总数 n_samples，通常都用一维的 NumPy 数组或 Pandas 的 Series 表示。目标数组可以是连续的数值类型，也可以是离散的类型 / 标签。虽然有些 Scikit-Learn 的评估器可以处理具有多目标值的二维 [n_samples, n_targets] 目标数组，但此处基本上只涉及常见的一维目标数组问题。

如何区分目标数组的特征与特征矩阵中的特征列，一直是个问题。目标数组的特征通常是我们希望**从数据中预测**的量化结果；借用统计学的术语，y 就是因变量。以前面的示例数据为例，我们需要通过其他测量值来建立模型，预测花的品种（species），而这里的 species 列就可以看成是目标数组。

知道这一列是目标数组之后，就可以用 Seaborn（详情请参见 4.16 节）对数据进行可视化了（如图 5-12 所示）：

```
In[2]: %matplotlib inline
       import seaborn as sns; sns.set()
       sns.pairplot(iris, hue='species', size=1.5);
```

在使用 Scikit-Learn 之前，我们需要从 DataFrame 中抽取特征矩阵和目标数组。可以用第 3 章介绍的 Pandas DataFrame 基本操作来实现：

```
In[3]: X_iris = iris.drop('species', axis=1)
       X_iris.shape

Out[3]: (150, 4)

In[4]: y_iris = iris['species']
       y_iris.shape

Out[4]: (150,)
```

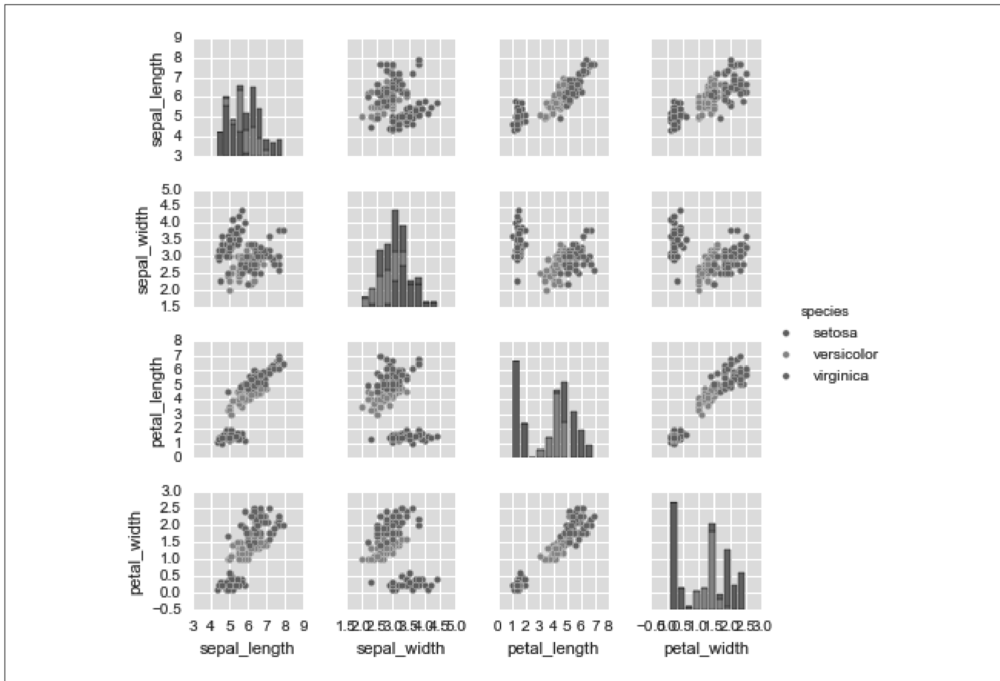


图 5-12：鸢尾花数据集的可视化

特征矩阵和目标数组的布局如图 5-13 所示。

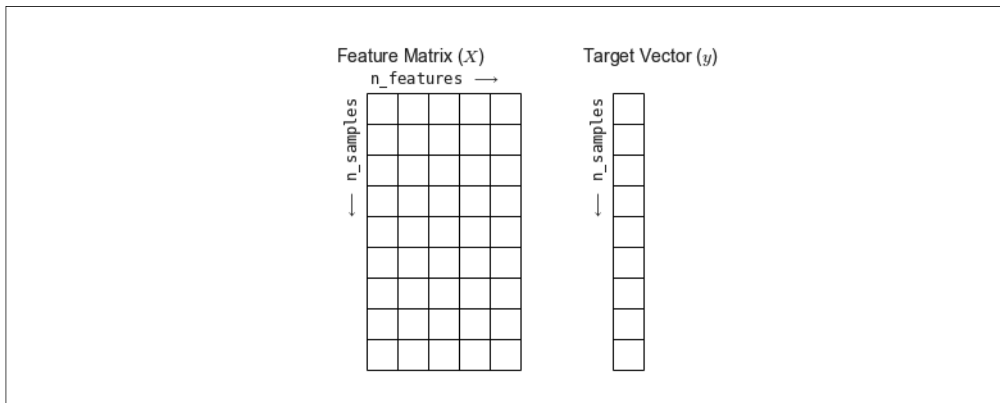


图 5-13：Scikit-Learn 数据表布局

有了适当的数据形式之后，就可以开始学习 Scikit-Learn 的**评估器** API 了。

5.2.2　Scikit-Learn的评估器API

Scikit-Learn API 主要遵照以下设计原则，Scikit-Learn API 文档也对此有所概述。

统一性

所有对象使用共同接口连接一组方法和统一的文档。

内省

所有参数值都是公共属性。

限制对象层级

只有算法可以用 Python 类表示。数据集都用标准数据类型（NumPy 数组、Pandas `DataFrame`、SciPy 稀疏矩阵）表示，参数名称用标准的 Python 字符串。

函数组合

许多机器学习任务都可以用一串基本算法实现，Scikit-Learn 尽力支持这种可能。

明智的默认值

当模型需要用户设置参数时，Scikit-Learn 预先定义适当的默认值。

只要你理解了这些设计原则，就会发现 Scikit-Learn 非常容易使用。Scikit-Learn 中的所有机器学习算法都是通过评估器 API 实现的，它为各种机器学习应用提供了统一的接口。

1. API基础知识

Scikit-Learn 评估器 API 的常用步骤如下所示（后面介绍的示例都是按照这些步骤进行的）。

(1) 通过从 Scikit-Learn 中导入适当的评估器类，选择模型类。
(2) 用合适的数值对模型类进行实例化，配置模型超参数（hyperparameter）。
(3) 整理数据，通过前面介绍的方法获取特征矩阵和目标数组。
(4) 调用模型实例的 `fit()` 方法对数据进行拟合。
(5) 对新数据应用模型：

- 在有监督学习模型中，通常使用 `predict()` 方法预测新数据的标签；
- 在无监督学习模型中，通常使用 `transform()` 或 `predict()` 方法转换或推断数据的性质。

下面按照步骤来演示几个使用了有监督学习方法和无监督学习方法的示例。

2. 有监督学习示例：简单线性回归

让我们来演示一个简单线性回归的建模步骤——最常见的任务就是为散点数据集 (x, y) 拟合一条直线。我们将使用下面的样本数据来演示这个回归示例（如图 5-14 所示）：

```
In[5]: import matplotlib.pyplot as plt
       import numpy as np

       rng = np.random.RandomState(42)
       x = 10 * rng.rand(50)
       y = 2 * x - 1 + rng.randn(50)
       plt.scatter(x, y);
```

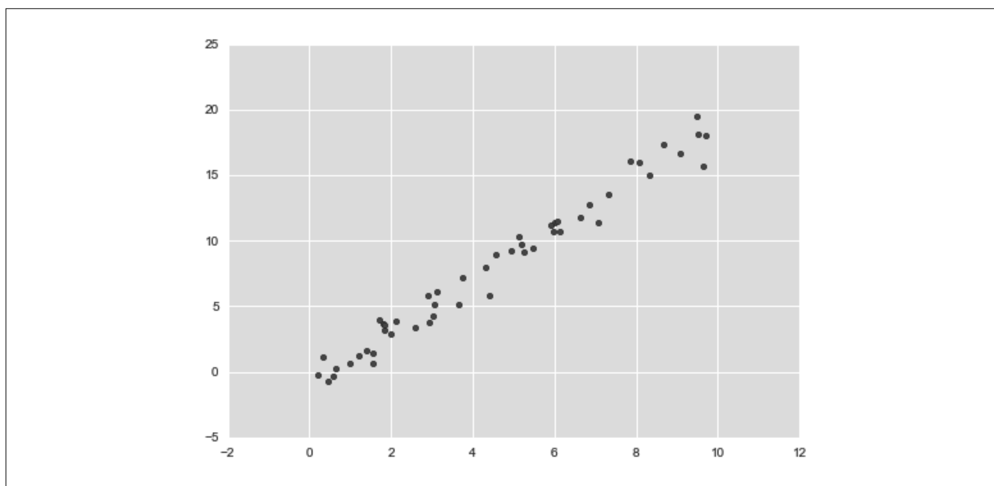


图 5-14：线性回归样本数据

有了数据，就可以将前面介绍的步骤付诸实现了，先一步步来。

(1) 选择模型类

在 Scikit-Learn 中，每个模型类都是一个 Python 类。因此，假如我们想要计算一个简单线性回归模型，那么可以直接导入线性回归模型类：

```
In[6]: from sklearn.linear_model import LinearRegression
```

除了简单线性模型，常用的线性模型还有许多，具体内容请参考 `sklearn.linear_model` 模块文档（http://scikit-learn.org/stable/modules/linear_model.html）。

(2) 选择模型超参数

请注意，**模型类与模型实例不同。**

当我们选择了模型类之后，还有许多参数需要配置。根据不同模型的不同情况，你可能需要回答以下问题。

- 我们想要拟合偏移量（即直线的截距）吗？
- 我们需要对模型进行归一化处理吗？
- 我们需要对特征进行预处理以提高模型灵活性吗？
- 我们打算在模型中使用哪种正则化类型？
- 我们打算使用多少模型组件[1]？

有一些重要的参数必须在**选择模型类时**确定好。这些参数通常被称为**超参数**，即在模型拟合数据之前必须被确定的参数。在 Scikit-Learn 中，我们通常在模型初始化阶段选择超参数。5.3 节将介绍如何定量地选择超参数。

注 1：model component，如 GMM 中的每个正态分布都是一个 component。——译者注

对于现在这个线性回归示例来说，可以实例化 LinearRegression 类并用 fit_intercept 超参数设置是否想要拟合直线的截距：

```
In[7]: model = LinearRegression(fit_intercept=True)
       model

Out[7]: LinearRegression(copy_X=True, fit_intercept=True, n_jobs=1,
                         normalize=False)
```

需要注意的是，对模型进行实例化其实仅仅是存储了超参数的值。我们还没有将模型应用到数据上：Scikit-Learn 的 API 对**选择模型**和**将模型应用到数据**区别得很清晰。

(3) 将数据整理成特征矩阵和目标数组

前面介绍了 Scikit-Learn 的数据表示方法，它需要二维特征矩阵和一维目标数组。虽然我们的目标数组已经有了 y（长度为 n_samples 的数组），但还需要将数据 x 整理成 [n_samples, n_features] 的形式。在这个示例中，可以对一维数组进行简单的维度变换：

```
In[8]: X = x[:, np.newaxis]
       X.shape

Out[8]: (50, 1)
```

(4) 用模型拟合数据

现在就可以将模型应用到数据上了，这一步通过模型的 fit() 方法即可完成：

```
In[9]: model.fit(X, y)

Out[9]:
LinearRegression(copy_X=True, fit_intercept=True, n_jobs=1,
                 normalize=False)
```

fit() 命令会在模型内部进行大量运算，运算结果将存储在模型属性中，供用户使用。在 Scikit-Learn 中，所有通过 fit() 方法获得的模型参数都带一条下划线。例如，在线性回归模型中，模型参数如下所示：

```
In[10]: model.coef_

Out[10]: array([ 1.9776566])

In[11]: model.intercept_

Out[11]: -0.90331072553111635
```

这两个参数分别表示对样本数据拟合直线的斜率和截距。与前面样本数据的定义（斜率 2、截距 -1）进行比对，发现拟合结果与样本非常接近。

模型参数的不确定性是机器学习经常遇到的问题。一般情况下，Scikit-Learn 不会为用户提供直接从模型参数获得结论的工具；与其将模型参数解释为**机器学习**问题，不如说它更像**统计建模**问题。机器学习的重点并不是模型的**预见性**。如果你想要对模型拟合参数的意义和其他相关参数分析工具有更深入的理解，请参考 StatsModels Python 程序包（http://statsmodels.sourceforge.net/）。

(5) 预测新数据的标签

模型训练出来之后，有监督机器学习的主要任务就变成了对不属于训练集的新数据进行预测。在 Scikit-Learn 中，我们用 `predict()` 方法进行预测。“新数据”是特征矩阵的 x 坐标值，我们需要用模型预测出目标数组的 y 轴坐标：

```
In[12]: xfit = np.linspace(-1, 11)
```

首先，将这些 x 值转换成 `[n_samples， n_features]` 的特征矩阵形式，之后将其输入到模型中：

```
In[13]: Xfit = xfit[:, np.newaxis]
        yfit = model.predict(Xfit)
```

最后，把原始数据和拟合结果都可视化出来（如图 5-15 所示）：

```
In[14]: plt.scatter(x, y)
        plt.plot(xfit, yfit);
```

通常都是用一些基准指标来验证模型的学习效果，我们将在下面的示例中介绍这些指标。

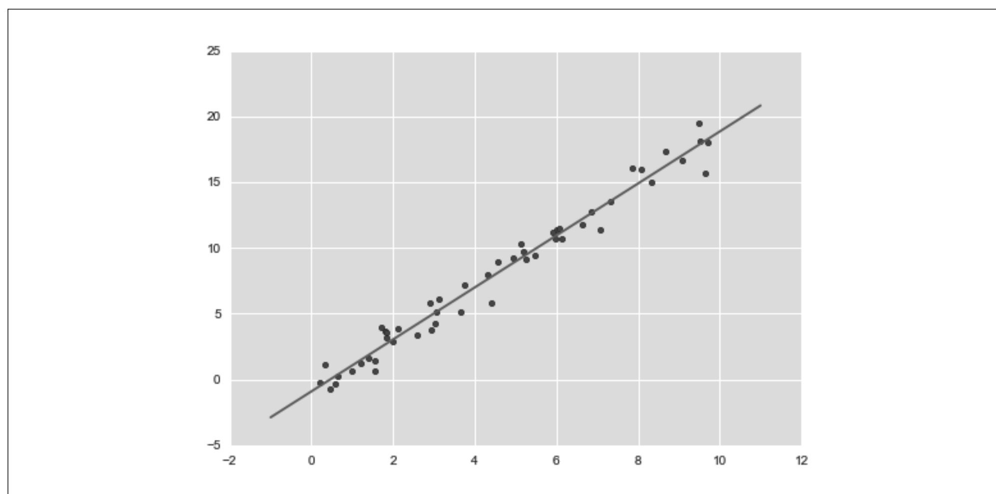


图 5-15：一个简单的线性回归数据结果

3. 有监督学习示例：鸢尾花数据分类

再介绍一个有监督学习示例，还是用前面介绍过的鸢尾花数据集。这个示例的问题是：如何为鸢尾花数据集建立模型，先用一部分数据进行训练，再用模型预测出其他样本的标签？

我们将使用非常简单的高斯朴素贝叶斯（Gaussian naive Bayes）方法完成这个任务，这个方法假设每个特征中属于每一类的观测值都符合高斯分布（详情请参见 5.5 节）。因为高斯朴素贝叶斯方法速度很快，而且不需要选择超参数，所以通常很适合作为初步分类手段，在借助更复杂的模型进行优化之前使用。

由于需要用模型之前没有接触过的数据评估它的训练效果，因此得先将数据分割成训练集（training set）和测试集（testing set）。虽然完全可以手动实现分割数据集，但是借助 train_test_split 函数会更方便：

```
In[15]: from sklearn.cross_validation import train_test_split
        Xtrain, Xtest, ytrain, ytest = train_test_split(X_iris, y_iris,
                                                        random_state=1)
```

整理好数据之后，用下面的模型来预测标签：

```
In[16]: from sklearn.naive_bayes import GaussianNB # 1.选择模型类
        model = GaussianNB()                       # 2.初始化模型
        model.fit(Xtrain, ytrain)                  # 3.用模型拟合数据
        y_model = model.predict(Xtest)             # 4.对新数据进行预测
```

最后，用 accuracy_score 工具验证模型预测结果的准确率（预测的所有结果中，正确结果占总预测样本数的比例）：

```
In[17]: from sklearn.metrics import accuracy_score
        accuracy_score(ytest, y_model)

Out[17]: 0.97368421052631582
```

准确率竟然高达 97%，看来即使是非常简单的分类算法也可以有效地学习这个数据集！

4. 无监督学习示例：鸢尾花数据降维

本节将介绍一个无监督学习问题——对鸢尾花数据集进行降维，以便能更方便地对数据进行可视化。前面介绍过，鸢尾花数据集由四个维度构成，即每个样本都有四个维度。

降维的任务是要找到一个可以保留数据本质特征的低维矩阵来表示高维数据。降维通常用于辅助数据可视化的工作，毕竟用二维数据画图比用四维甚至更高维的数据画图更方便！

下面将使用主成分分析（principal component analysis，PCA，详情请参见 5.9 节）方法，这是一种快速线性降维技术。我们将用模型返回两个主成分，也就是用二维数据表示鸢尾花的四维数据。

同样按照前面介绍过的建模步骤进行：

```
In[18]:
from sklearn.decomposition import PCA  # 1.选择模型类
model = PCA(n_components=2)      # 2.设置超参数，初始化模型
model.fit(X_iris)                # 3.拟合数据，注意这里不用y变量
X_2D = model.transform(X_iris)   # 4. 将数据转换为二维
```

现在来画出结果。快速处理方法就是先将二维数据插入到鸢尾花的 DataFrame 中，然后用 Seaborn 的 lmplot 方法画图（如图 5-16 所示）：

```
In[19]: iris['PCA1'] = X_2D[:, 0]
        iris['PCA2'] = X_2D[:, 1]
        sns.lmplot("PCA1", "PCA2", hue='species', data=iris, fit_reg=False);
```

从二维数据表示图可以看出，虽然 PCA 算法根本不知道花的种类标签，但不同种类的花还是被很清晰地区分开来！这表明用一种比较简单的分类方法就能够有效地学习这份数据

集，就像前面看到的那样。

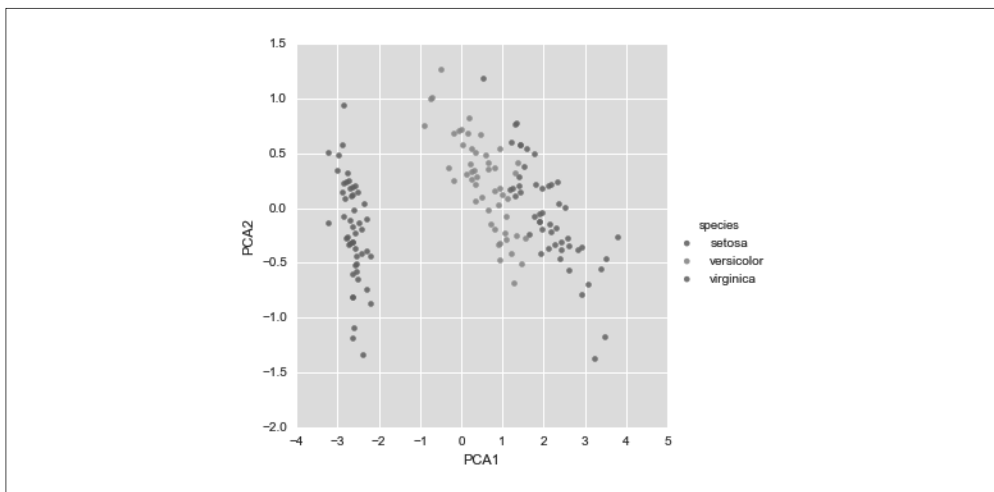


图 5-16：鸢尾花数据的二维投影

5. 无监督学习示例：鸢尾花数据聚类

再看看如何对鸢尾花数据进行聚类。聚类算法是要对没有任何标签的数据集进行分组。我们将用一个强大的聚类方法——高斯混合模型（Gaussian mixture model，GMM），具体细节将在 5.12 节中介绍。GMM 模型试图将数据构造成若干服从高斯分布的概率密度函数簇。

用以下方法拟合高斯混合模型：

```
In[20]:
from sklearn.mixture import GMM      # 1.选择模型类
model = GMM(n_components=3,
            covariance_type='full')  # 2.设置超参数，初始化模型
model.fit(X_iris)                    # 3.拟合数据，注意不需要y变量
y_gmm = model.predict(X_iris)        # 4. 确定簇标签
```

和之前一样，将簇标签添加到鸢尾花的 `DataFrame` 中，然后用 Seaborn 画出结果（如图 5-17 所示）：

```
In[21]:
iris['cluster'] = y_gmm
sns.lmplot("PCA1", "PCA2", data=iris, hue='species',
           col='cluster', fit_reg=False);
```

根据簇数量对数据进行分割，就会清晰地看出 GMM 算法的训练效果：setosa（山鸢尾花）类的花在簇 0 中被完美地区分出来，唯一的遗憾是第三幅图中 versicolor（变色鸢尾花）和 virginical（维吉尼亚鸢尾花）还有一点混淆。这就说明，即使没有专家告诉我们每朵花的具体种类，但由于每种花的特征差异很大，因此我们也可以通过简单的聚类算法**自动**识别出不同种类的花！这种算法还可以帮助专家们探索观察样本之间的关联性。

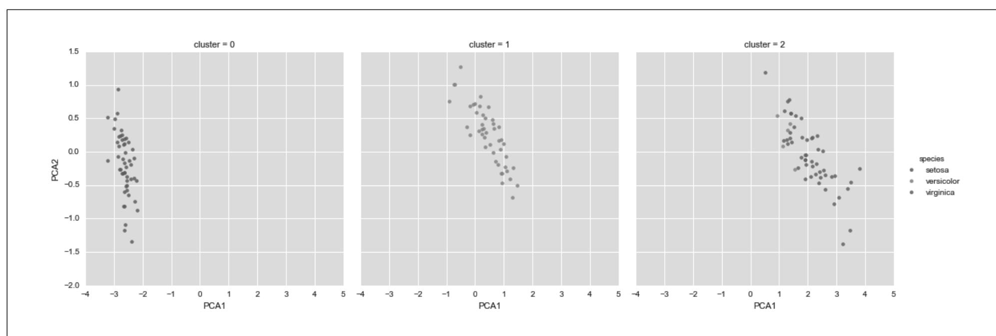


图 5-17：GMM 算法对鸢尾花数据的聚类结果

5.2.3　应用：手写数字探索

为了将前面介绍的内容应用到更有趣的问题上，我们来挑战一个光学字符识别问题：手写数字识别。简单点说，这个问题包括图像中字符的定位和识别两部分。为了演示方便，我们选择使用 Scikit-Learn 中自带的手写数字数据集。

1. 加载并可视化手写数字

首先用 Scikit-Learn 的数据获取接口加载数据，并简单统计一下：

```
In[22]: from sklearn.datasets import load_digits
        digits = load_digits()
        digits.images.shape

Out[22]: (1797, 8, 8)
```

这份图像数据是一个三维矩阵：共有 1797 个样本，每张图像都是 8 像素 ×8 像素。对前 100 张图进行可视化（如图 5-18 所示）：

```
In[23]: import matplotlib.pyplot as plt

        fig, axes = plt.subplots(10, 10, figsize=(8, 8),
                                 subplot_kw={'xticks':[], 'yticks':[]},
                                 gridspec_kw=dict(hspace=0.1, wspace=0.1))

        for i, ax in enumerate(axes.flat):
            ax.imshow(digits.images[i], cmap='binary', interpolation='nearest')
            ax.text(0.05, 0.05, str(digits.target[i]),
                    transform=ax.transAxes, color='green')
```

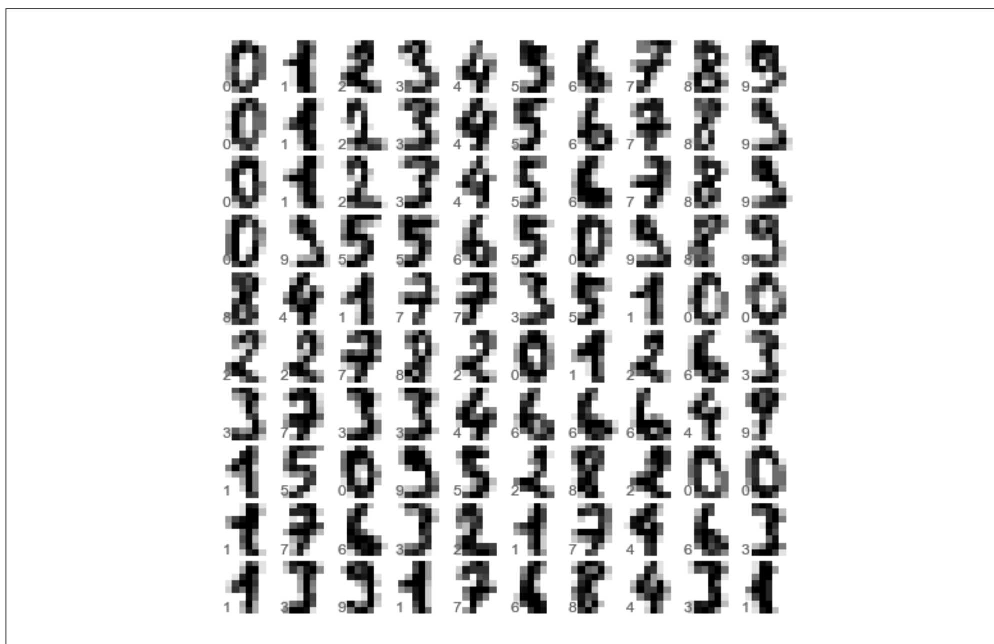


图 5-18：手写数字数据集，每个样本 8 像素 ×8 像素

为了在 Scikit-Learn 中使用数据，需要一个维度为 [n_samples, n_features] 的二维特征矩阵——可以将每个样本图像的所有像素都作为特征，也就是将每个数字的 8 像素 ×8 像素平铺成长度为 64 的一维数组。另外，还需要一个目标数组，用来表示每个数字的真实值（标签）。这两份数据已经放在手写数字数据集的 data 与 target 属性中，直接使用即可：

```
In[24]: X = digits.data
        X.shape

Out[24]: (1797, 64)

In[25]: y = digits.target
        y.shape

Out[25]: (1797,)
```

从上面代码可以看出，一共有 1797 个样本和 64 个特征。

2. 无监督学习：降维

虽然我们想对具有 64 维参数空间的样本进行可视化，但是在如此高维度的空间中进行可视化十分困难。因此，我们需要借助无监督学习方法将维度降到二维。这次试试流形学习算法中的 Isomap（详情请参见 5.10 节）算法对数据进行降维：

```
In[26]: from sklearn.manifold import Isomap
        iso = Isomap(n_components=2)
        iso.fit(digits.data)
        data_projected = iso.transform(digits.data)
```

```
        data_projected.shape

Out[26]: (1797, 2)
```

现在数据已经投影到二维。把数据画出来，看看从结构中能发现什么（如图 5-19 所示）：

```
In[27]: plt.scatter(data_projected[:, 0], data_projected[:, 1], c=digits.target,
                    edgecolor='none', alpha=0.5,
                    cmap=plt.cm.get_cmap('spectral', 10))
        plt.colorbar(label='digit label', ticks=range(10))
        plt.clim(-0.5, 9.5);
```

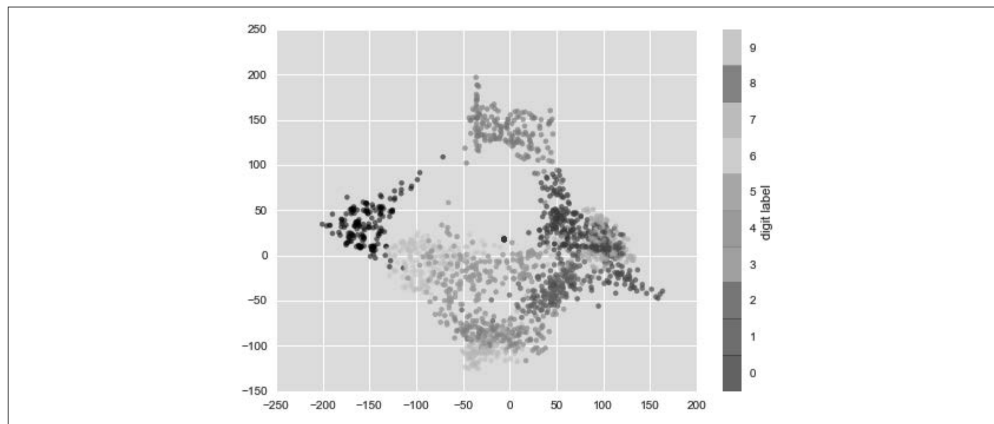


图 5-19：经 Isomap 算法处理后的手写数字

这幅图呈现出了非常直观的效果，让我们知道数字在 64 维空间中的分离（可识别）程度。例如，在参数空间中，数字 0（黑色）和数字 1（紫色）基本不会重叠。根据常识也是如此：数字 0 是中间一片空白，而数字 1 是中间一片黑。另外，从图中会发现，数字 1 和数字 4 好像有点儿混淆——也许是有些人写数字 1 的时候喜欢在上面加个“帽子”，因此看起来就像是数字 4。

虽然有些瑕疵，但从总体上看，各个数字在参数空间中的分离程度还是令人满意的。这其实告诉我们：用一个非常简单的有监督分类算法就可以完成任务。下面来演示一下。

3. 数字分类

我们需要找到一个分类算法，对手写数字进行分类。和前面学习鸢尾花数据一样，先将数据分成训练集和测试集，然后用高斯朴素贝叶斯模型来拟合：

```
In[28]: Xtrain, Xtest, ytrain, ytest = train_test_split(X, y, random_state=0)

In[29]: from sklearn.naive_bayes import GaussianNB
        model = GaussianNB()
        model.fit(Xtrain, ytrain)
        y_model = model.predict(Xtest)
```

模型预测已经完成，现在用模型在训练集中的正确识别样本量与总训练样本量进行对比，获得模型的准确率：

```
In[30]: from sklearn.metrics import accuracy_score
        accuracy_score(ytest, y_model)

Out[30]: 0.83333333333333337
```

可以看出，通过一个非常简单的模型，数字识别率就可以达到 80% 以上！但仅依靠这个指标，我们无法知道模型**哪里**做得不够好，解决这个问题的办法就是用**混淆矩阵**（confusion matrix）。可以用 Scikit-Learn 计算混淆矩阵，然后用 Seaborn 画出来（如图 5-20 所示）：

```
In[31]: from sklearn.metrics import confusion_matrix

        mat = confusion_matrix(ytest, y_model)

        sns.heatmap(mat, square=True, annot=True, cbar=False)
        plt.xlabel('predicted value')
        plt.ylabel('true value');
```

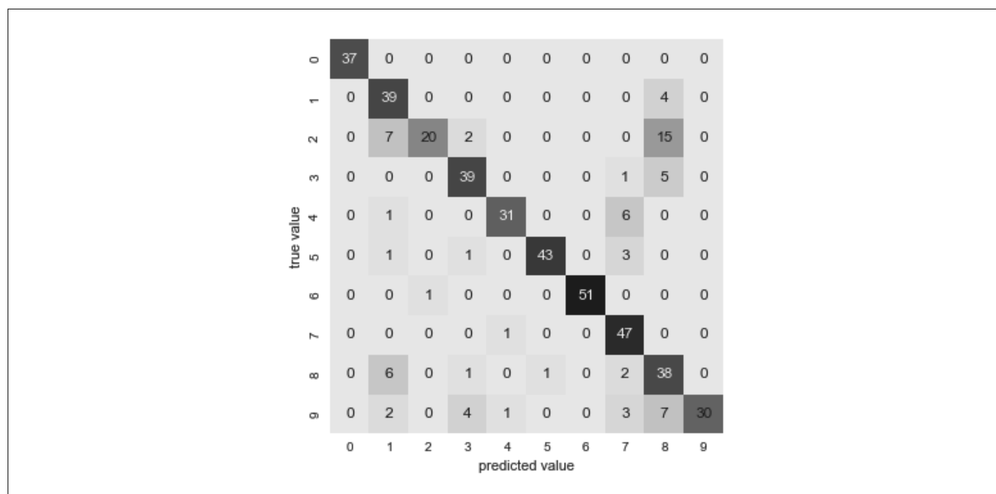


图 5-20：用混淆矩阵显示分类器误判率

从图中可以看出，误判的主要原因在于许多数字 2 被误判成了数字 1 或数字 8。另一种显示模型特征的直观方式是将样本画出来，然后把预测标签放在左下角，用绿色表示预测正确，用红色表示预测错误（如图 5-21 所示）：

```
In[32]: fig, axes = plt.subplots(10, 10, figsize=(8, 8),
                                 subplot_kw={'xticks':[], 'yticks':[]},
                                 gridspec_kw=dict(hspace=0.1, wspace=0.1))

        test_images=xtest.reshape(-1,8,8)

        for i, ax in enumerate(axes.flat):
            ax.imshow(test_images[i], cmap='binary', interpolation='nearest')
            ax.text(0.05, 0.05, str(y_model[i]),
                    transform=ax.transAxes,
                    color='green' if (ytest[i] == y_model[i]) else 'red')
```

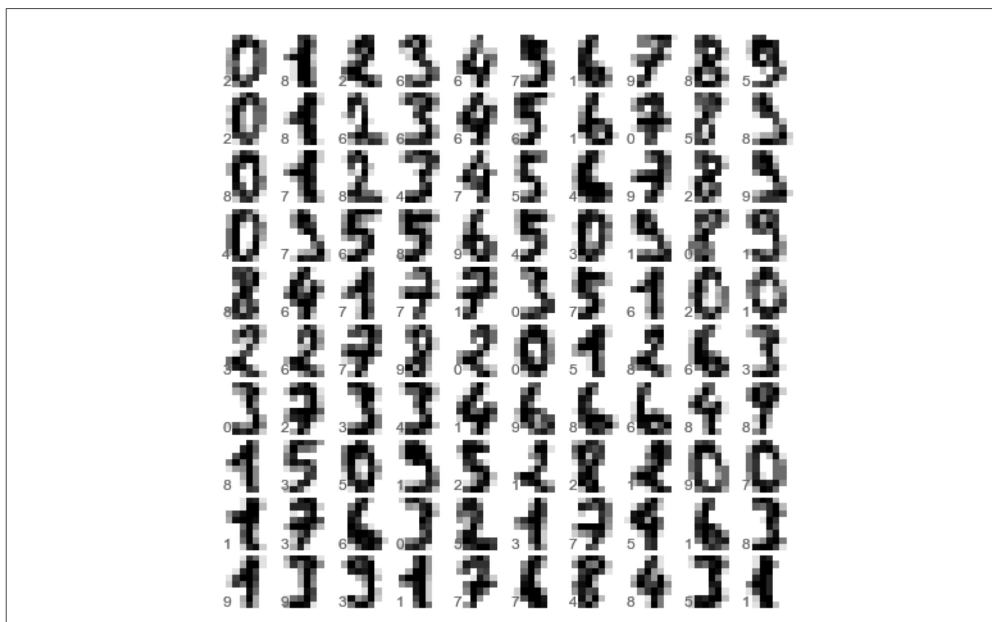


图 5-21：正确（绿色）与错误（红色）预测标签，彩图请见在线附录（https://github.com/jakevdp/PythonDataScienceHandbook）

通过观察这部分样本数据，我们能知道模型哪里的学习不够好。如果希望分类准确率达到 80% 以上，可能需要借助更加复杂的算法，例如支持向量机（详情请参见 5.7 节）、随机森林（详情请参见 5.8 节），或者其他分类算法。

5.2.4　小结

本节介绍了 Scikit-Learn 中数据表示方法和评估器 API 的基本特征。除了评估器的类型不同，导入模型 / 初始化模型 / 拟合数据 / 预测数据的步骤是完全相同的。对评估器 API 有了基本认识之后，你可以参考 Scikit-Learn 文档继续学习更多知识，并在你的数据上尝试不同的模型。

从下一节开始学习的内容可能是机器学习中最重要的部分，那就是模型选择与模型验证。

5.3　超参数与模型验证

在上一节中，我们介绍了有监督机器学习模型的基本步骤：

(1) 选择模型类；
(2) 选择模型超参数；
(3) 用模型拟合训练数据；
(4) 用模型预测新数据的标签。

前两步——模型选择和超参数选择——可能是有效使用各种机器学习工具和技术的最重要阶段。为了作出正确的选择，我们需要一种方式来**验证**选中的模型和超参数是否可以很好地拟合数据。这看起来是很简单，但要顺利地完成必须避过很多坑。

5.3.1　什么是模型验证

模型验证（model validation）其实很简单，就是在选择模型和超参数之后，通过对训练数据进行学习，对比模型对已知数据的预测值与实际值的差异。

在下面的几节中，我们首先通过一个简单方法实现模型验证，告诉你为什么那样做行不通。之后，介绍如何用留出集（holdout set）与交叉检验（cross-validation）实现更可靠的模型验证。

1. 错误的模型验证方法

让我们再用前面介绍过的鸢尾花数据来演示一个简单的模型验证方法。首先加载数据：

```
In[1]: from sklearn.datasets import load_iris
       iris = load_iris()
       X = iris.data
       y = iris.target
```

然后选择模型和超参数。这里使用一个 k 近邻分类器，超参数为 `n_neighbors=1`。这是一个非常简单直观的模型，“新数据的标签与其最接近的训练数据的标签相同”：

```
In[2]: from sklearn.neighbors import KNeighborsClassifier
       model = KNeighborsClassifier(n_neighbors=1)
```

然后训练模型，并用它来预测已知标签的数据：

```
In[3]: model.fit(X, y)
       y_model = model.predict(X)
```

最后，计算模型的准确率：

```
In[4]: from sklearn.metrics import accuracy_score
       accuracy_score(y, y_model)

Out[4]: 1.0
```

准确得分是 1.0，也就是说模型识别标签的正确率是 100%！但是这样测量的准确率可靠吗？我们真的有一个在任何时候准确率都是 100% 的模型吗？

你可能已经猜到了，答案是否定的。其实这个方法有个根本缺陷：**它用同一套数据训练和评估模型**。另外，最近邻模型是一种**与距离相关**的评估器，只会简单地存储训练数据，然后把新数据与存储的已知数据进行对比来预测标签。在理想情况下，模型的准确率**总是** 100%。

2. 模型验证正确方法：留出集

那怎么才能模型验证呢？其实**留出集**可以更好地评估模型性能，也就是说，先从训练模型的数据中留出一部分，然后用这部分留出来的数据来检验模型性能。在 Scikit-Learn 里面

用 train_test_split 工具就可以实现：

```
In[5]: from sklearn.cross_validation import train_test_split
       # 每个数据集分一半数据
       X1, X2, y1, y2 = train_test_split(X, y, random_state=0,
                                         train_size=0.5)

       # 用模型拟合训练数据
       model.fit(X1, y1)

       # 在测试集中评估模型准确率
       y2_model = model.predict(X2)
       accuracy_score(y2, y2_model)

Out[5]: 0.90666666666666662
```

这样就可以获得更合理的结果了：最近邻分类器在这份留出集上的准确率是 90%。这里的留出集类似新数据，因为模型之前没有"接触"过它们。

3. 交叉检验

用留出集进行模型验证有一个缺点，就是模型失去了一部分训练机会。在上面的模型中，有一半数据都没有为模型训练做出贡献。这显然不是最优解，而且可能还会出现问题——尤其是在训练数据集规模比较小的时候。

解决这个问题的方法是**交叉检验**，也就是做一组拟合，让数据的每个子集既是训练集，又是验证集。用图形来说明的话，就如图 5-22 所示。



图 5-22：两轮交叉检验

这里进行了两轮验证实验，轮流用一半数据作为留出集。如果还有前面的数据集，我们可以这样实现交叉检验：

```
In[6]: y2_model = model.fit(X1, y1).predict(X2)
       y1_model = model.fit(X2, y2).predict(X1)
       accuracy_score(y1, y1_model), accuracy_score(y2, y2_model)

Out[6]: (0.95999999999999996, 0.90666666666666662)
```

这样就可以获得两个准确率，将二者结合（例如求均值）获取一个更准确的模型总体性

能。这种形式的交叉检验被称为**两轮交叉检验**——将数据集分成两个子集，依次将每个子集作为验证集。

可以通过扩展这个概念，在数据中实现更多轮的实验，例如图 5-23 是一个五轮交叉检验。

图 5-23：五轮交叉检验

把数据分成五组，每一轮依次用模型拟合其中的四组数据，再预测第五组数据，评估模型准确率。手动实现这些过程会很无聊，用 Scikit-Learn 的 `cross_val_score` 函数可以非常简便地实现：

```
In[7]: from sklearn.cross_validation import cross_val_score
       cross_val_score(model, X, y, cv=5)

Out[7]: array([ 0.96666667,  0.96666667,  0.93333333,  0.93333333,  1.        ])
```

对数据的不同子集重复进行交叉检验，可以让我们对算法的性能有更好的认识。

Scikit-Learn 为不同应用场景提供了各种交叉检验方法，都以迭代器（iterator）形式在 `cross_validation` 模块[2] 中实现。例如，我们可能会遇到交叉检验的轮数与样本数相同的极端情况，也就是说我们每次只有一个样本做测试，其他样本全用于训练。这种交叉检验类型被称为 LOO（leave-one-out，只留一个）交叉检验，具体用法如下：

```
In[8]: from sklearn.cross_validation import LeaveOneOut
       scores = cross_val_score(model, X, y, cv=LeaveOneOut(len(X)))
       scores

Out[8]: array([ 1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,
                1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,
                1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,
```

注 2：从 Scikit-Learn 0.18 版起，开始用 `model_selection` 模块代替 `cross_validation` 模块，并计划在 0.20 版移除程序包，部分交叉检验类的用法也可能会发生变化。本书按照作者原文保留 `cross_validation`，建议读者使用作者建议的 Scikit-Learn 版本运行本书代码。——译者注

```
       1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,
       1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,
       1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  0.,  1.,  0.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,
       1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  0.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,
       1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,
       1.,  1.,  0.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,
       1.,  1.,  0.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,
       1.,  1.,  1.,  0.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,
       1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.,  1.])
```

由于我们有 150 个样本，留一法交叉检验会生成 150 轮试验，每次试验的预测结果要么成功（得分 1.0），要么失败（得分 0.0）。计算所有试验准确率的均值就可以得到模型的预测准确性了：

```
In[9]: scores.mean()

Out[9]: 0.95999999999999996
```

其他交叉检验机制的用法大同小异。想了解更多关于 Scikit-Learn 交叉检验的内容，可以用 IPython 探索 `sklearn.cross_validation` 子模块，也可以浏览 Scikit-Learn 的交叉检验文档（http://scikit-learn.org/stable/modules/cross_validation.html）。

5.3.2　选择最优模型

现在已经介绍了验证与交叉检验的基础知识，让我们更进一步，看看如何选择模型和超参数。这是机器学习实践中最重要的部分，但是许多机器学习入门教程都一笔带过了这些内容。

关键问题是：**假如模型效果不好，应该如何改善**？答案可能有以下几种。

- 用更复杂 / 更灵活的模型。
- 用更简单 / 更确定的模型。
- 采集更多的训练样本。
- 为每个样本采集更多的特征。

问题的答案往往与直觉相悖。换一种更复杂的模型有时可能产生更差的结果，增加更多的训练样本也未必能改善性能！改善模型能力的高低，是区分机器学习实践者成功与否的标志。

1. 偏差与方差的均衡

“最优模型”的问题基本可以看成是找出**偏差**与**方差**平衡点的问题。图 5-24 显示的是对同一数据集拟合的两种回归模型。

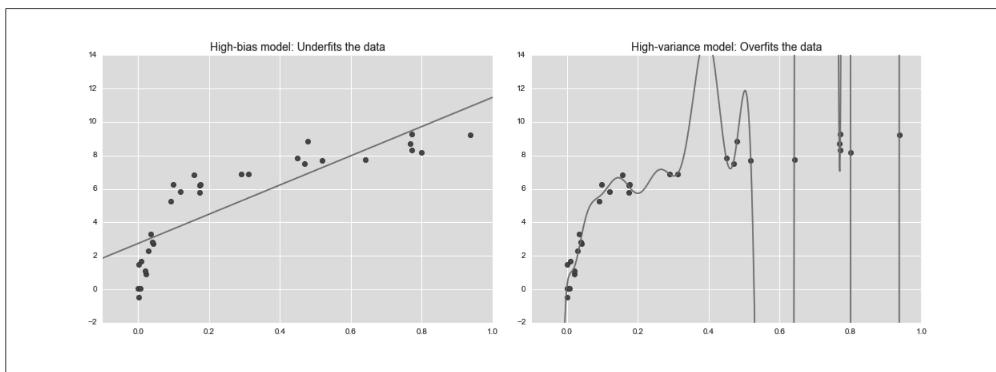


图 5-24：高偏差与高方差回归模型

显然，这两个模型拟合得都不是很好，但它们的问题却是不一样的。

左边的模型希望从数据中找到一条直线。但由于数据本质上比直线要复杂，直线永远不可能很好地描述这份数据。这样的模型被认为是对数据**欠拟合**；也就是说，模型没有足够的灵活性来适应数据的所有特征。另一种说法就是模型具有高**偏差**。

右边的模型希望用高阶多项式拟合数据。虽然这个模型有足够的灵活性可以近乎完美地适应数据的所有特征，但与其说它是十分准确地描述了训练数据，不如说它是过多地学习了数据的噪音，而不是数据的本质属性。这样的模型被认为是对数据**过拟合**，也就是模型过于灵活，在适应数据所有特征的同时，也适应了随机误差。另一种说法就是模型具有高**方差**。

现在再换个角度，如果用两个模型分别预测 y 轴的数据，看看是什么效果。在图 5-25 中，浅红色的点是被预测数据集遗漏的点。

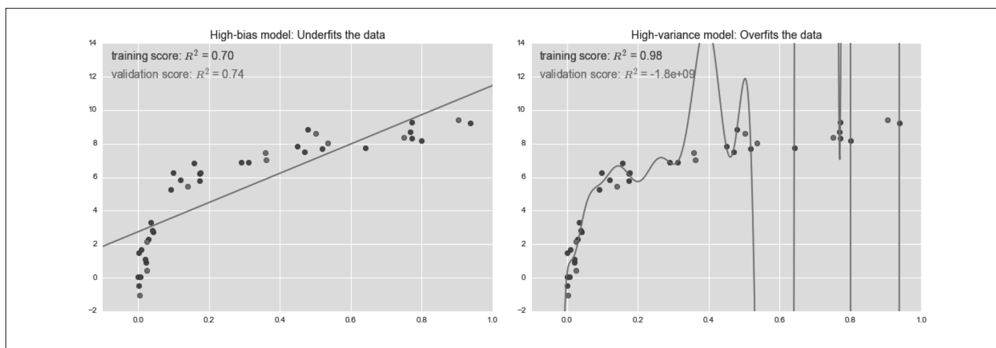


图 5-25：高偏差与高方差模型的训练得分与验证得分

这个分数是 R^2，也称为判定系数（https://en.wikipedia.org/wiki/Coefficient_of_determination），用来衡量模型与目标值均值的对比结果。$R^2 = 1$ 表示模型与数据完全吻合，$R^2 = 0$ 表示模型不比简单取均值好，R^2 为负表示模型性能很差。从这两个模型的得分可以得出两条一般性的结论。

- 对于高偏差模型，模型在验证集的表现与在训练集的表现类似。
- 对于高方差模型，模型在验证集的表现远远不如在训练集的表现。

如果我们有能力不断调整模型的复杂度，那么我们可能希望训练得分和验证得分如图 5-26 所示。

图 5-26 通常被称为验证曲线，具有以下特征。

- 训练得分肯定高于验证得分。一般情况下，模型拟合自己接触过的数据，比拟合没接触过的数据效果要好。
- 使用复杂度较低的模型（高偏差）时，训练数据往往欠拟合，说明模型对训练数据和新数据都缺乏预测能力。
- 而使用复杂度较高的模型（高方差）时，训练数据往往过拟合，说明模型对训练数据预测能力很强，但是对新数据的预测能力很差。
- 当使用复杂度适中的模型时，验证曲线得分最高。说明在该模型复杂度条件下，偏差与方差达到均衡状态。

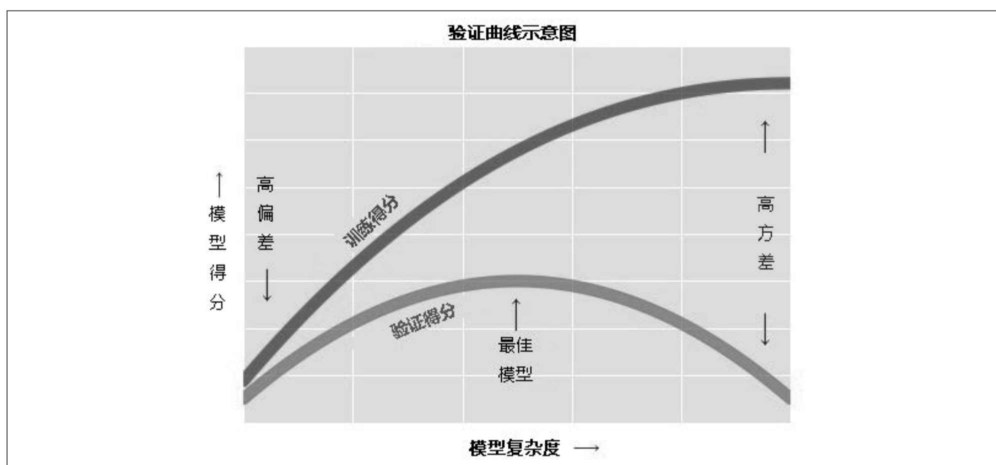


图 5-26：模型复杂度、训练得分与验证得分的方法关系图

不同模型复杂度的调整方法大不相同。后文在深入介绍各种模型时，就会讲解每种模型的调整方法。

2. Scikit-Learn验证曲线

下面来看一个例子，用交叉检验计算一个模型的验证曲线。这里用**多项式回归**模型，它是线性回归模型的一般形式，其多项式的次数是一个可调参数。例如，多项式次数为 1 其实就是将数据拟合成一条直线。若模型有参数 a 和 b，则模型为：

$$y = ax + b$$

多项式次数为 3，则是将数据拟合成一条三次曲线。若模型有参数 a、b、c、d，则模型为：

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

推而广之，就可以得到任意次数的多项式。在 Scikit-Learn 中，可以用一个带多项式预处理器的简单线性回归模型实现。我们将用一个**管道命令**来组合这两种操作（多项式特征与管道命令将在 5.4 节介绍）：

```
In[10]: from sklearn.preprocessing import PolynomialFeatures
        from sklearn.linear_model import LinearRegression
        from sklearn.pipeline import make_pipeline

        def PolynomialRegression(degree=2, **kwargs):
            return make_pipeline(PolynomialFeatures(degree),
                                 LinearRegression(**kwargs))
```

现在来创造一些数据给模型拟合：

```
In[11]: import numpy as np

        def make_data(N, err=1.0, rseed=1):
            # 随机抽样数据
            rng = np.random.RandomState(rseed)
            X = rng.rand(N, 1) ** 2
            y = 10 - 1. / (X.ravel() + 0.1)
            if err > 0:
                y += err * rng.randn(N)
            return X, y

        X, y = make_data(40)
```

通过数据可视化，将不同次数的多项式拟合曲线画出来（如图 5-27 所示）：

```
In[12]: %matplotlib inline
        import matplotlib.pyplot as plt
        import seaborn; seaborn.set()  # 设置图形样式

        X_test = np.linspace(-0.1, 1.1, 500)[:, None]

        plt.scatter(X.ravel(), y, color='black')
        axis = plt.axis()
        for degree in [1, 3, 5]:
            y_test = PolynomialRegression(degree).fit(X, y).predict(X_test)
            plt.plot(X_test.ravel(), y_test, label='degree={0}'.format(degree))
        plt.xlim(-0.1, 1.0)
        plt.ylim(-2, 12)
        plt.legend(loc='best');
```

这个例子中控制模型复杂度的关键是多项式的次数，它只要是非负整数就可以。那么问题来了：究竟多项式的次数是多少，才能在偏差（欠拟合）与方差（过拟合）间达到平衡？

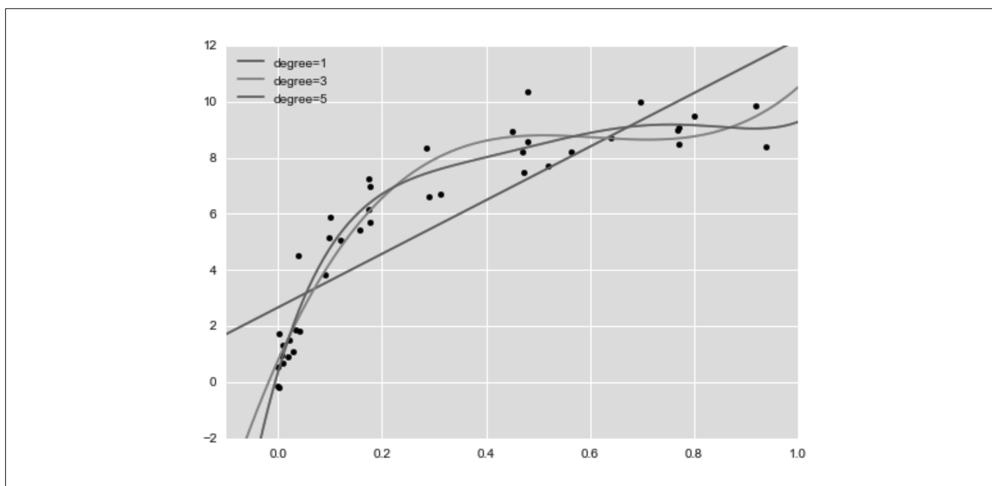


图 5-27：用三种多项式回归模型拟合一份数据

我们可以通过可视化验证曲线来回答这个问题——利用 Scikit-Learn 的 `validation_curve` 函数就可以非常简单地实现。只要提供模型、数据、参数名称和验证范围信息，函数就会自动计算验证范围内的训练得分和验证得分（如图 5-28 所示）：

```
In[13]:
from sklearn.learning_curve import validation_curve
degree = np.arange(0, 21)
train_score, val_score = validation_curve(PolynomialRegression(), X, y,
                                          'polynomialfeatures__degree',
                                          degree, cv=7)

plt.plot(degree, np.median(train_score, 1), color='blue', label='training score')
plt.plot(degree, np.median(val_score, 1), color='red', label='validation score')
plt.legend(loc='best')
plt.ylim(0, 1)
plt.xlabel('degree')
plt.ylabel('score');
```

这幅图可以准确显示我们想要的信息：训练得分总是比验证得分高；训练得分随着模型复杂度的提升而单调递增；验证得分增长到最高点后由于过拟合而开始骤降。

从验证曲线中可以看出，偏差与方差均衡性最好的是三次多项式。我们可以计算结果，并将模型画在原始数据上（如图 5-29 所示）：

```
In[14]: plt.scatter(X.ravel(), y)
        lim = plt.axis()
        y_test = PolynomialRegression(3).fit(X, y).predict(X_test)
        plt.plot(X_test.ravel(), y_test);
        plt.axis(lim);
```

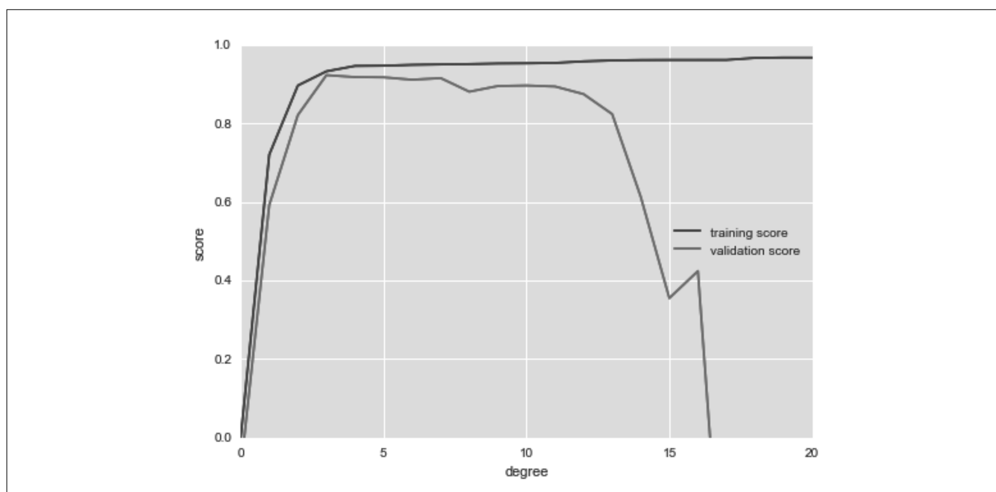


图 5-28：图 5-27 的验证曲线（参考图 5-26）

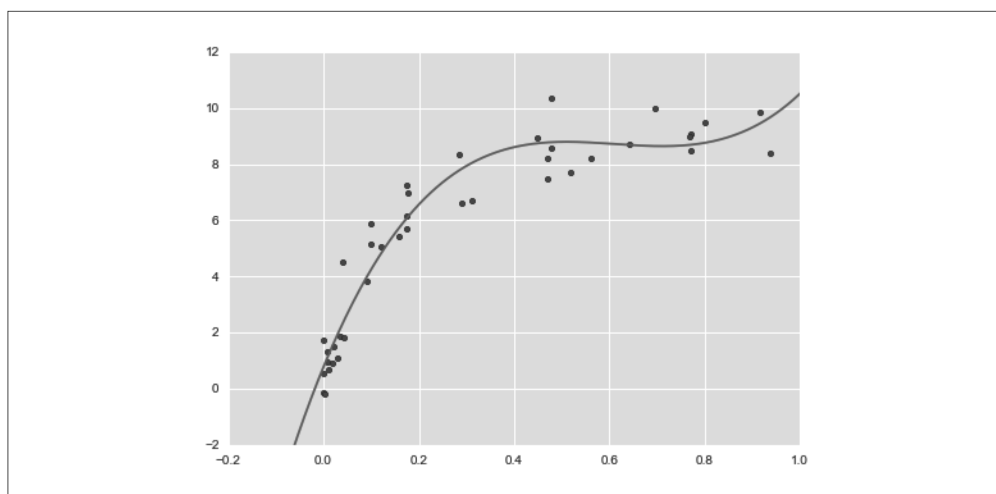


图 5-29：图 5-27 数据的交叉检验最优模型

虽然寻找最优模型并不需要我们计算训练得分，但是检查训练得分与验证得分之间的关系可以让我们对模型的性能有更加直观的认识。

5.3.3 学习曲线

影响模型复杂度的另一个重要因素是最优模型往往受到训练数据量的影响。例如，生成前面 5 倍的数据（200 个点）（如图 5-30 所示）：

```
In[15]: X2, y2 = make_data(200)
        plt.scatter(X2.ravel(), y2);
```

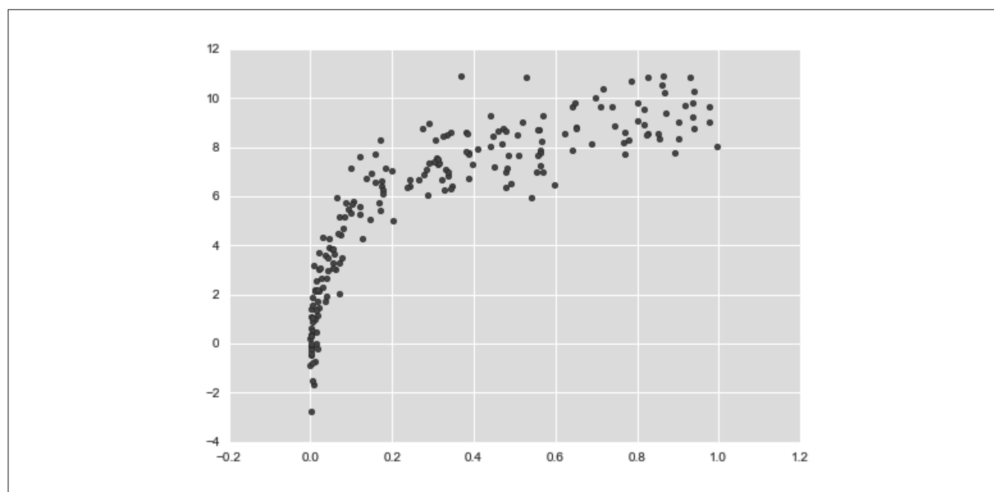


图 5-30：用学习曲线演示数据

还用前面的方法画出这个大数据集验证曲线。为了对比，把之前的曲线也画出来（如图 5-31 所示）：

```
In[16]:
degree = np.arange(21)
train_score2, val_score2 = validation_curve(PolynomialRegression(), X2, y2,
                                            'polynomialfeatures__degree',
                                            degree, cv=7)

plt.plot(degree, np.median(train_score2, 1), color='blue',
         label='training score')
plt.plot(degree, np.median(val_score2, 1), color='red', label='validation score')
plt.plot(degree, np.median(train_score, 1), color='blue', alpha=0.3,
         linestyle='dashed')
plt.plot(degree, np.median(val_score, 1), color='red', alpha=0.3,
         linestyle='dashed')
plt.legend(loc='lower center')
plt.ylim(0, 1)
plt.xlabel('degree')
plt.ylabel('score');
```

实线是大数据集的验证曲线，而虚线是前面小数据集的验证曲线。从验证曲线可以明显看出，大数据集支持更复杂的模型：虽然得分顶点大概是六次多项式，但是即使到了二十次多项式，过拟合情况也不太严重——验证得分与训练得分依然十分接近。

通过观察验证曲线的变化趋势，可以发现有两个影响模型效果的因素：模型复杂度和训练数据集的规模。通常，我们将模型看成是与训练数据规模相关的函数，通过不断扩大数据集的规模来拟合模型，以此来观察模型的行为。反映训练集规模的训练得分 / 验证得分曲线被称为**学习曲线**（learning curve）。

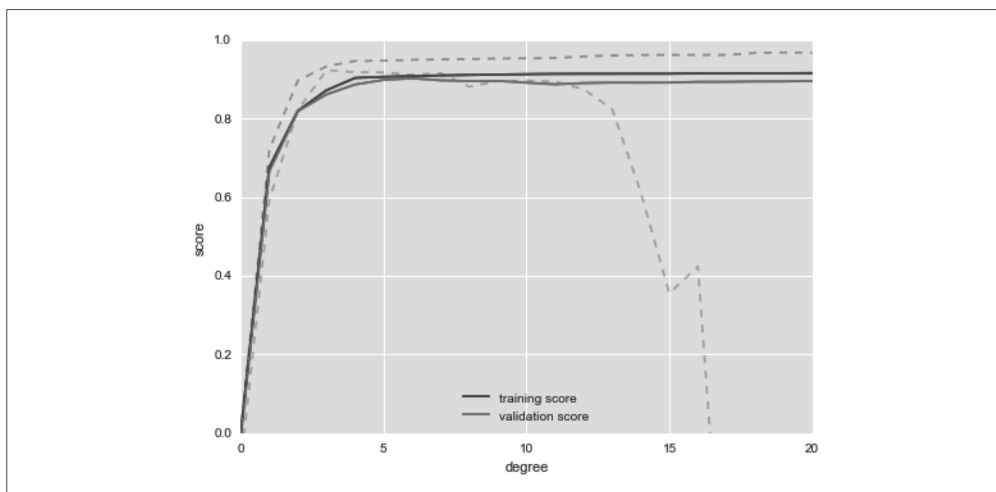


图 5-31：多项式模型拟合图 5-30 数据的学习曲线

学习曲线的特征包括以下三点。

- 特定复杂度的模型对较小的数据集容易过拟合：此时训练得分较高，验证得分较低。
- 特定复杂度的模型对较大的数据集容易欠拟合：随着数据的增大，训练得分会不断降低，而验证得分会不断升高。
- 模型的验证集得分永远不会高于训练集得分：两条曲线一直在靠近，但永远不会交叉。

有了这三条特征，就可以画出如图 5-32 所示的学习曲线。

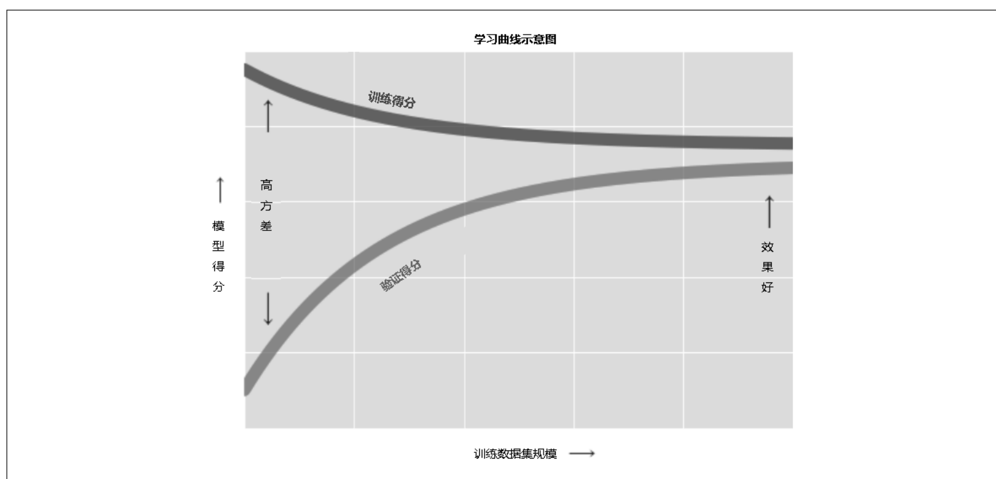


图 5-32：学习曲线原理图

学习曲线最重要的特征是，随着训练样本数量的增加，分数会收敛到定值。因此，一旦你的数据多到使模型得分已经收敛，**那么增加更多的训练样本也无济于事**！改善模型性能的

唯一方法就是换模型（通常也是换成更复杂的模型）。

Scikit-Learn学习曲线

Scikit-Learn 计算模型学习曲线的函数非常简单。下面来计算前面数据集的二次多项式模型和九次多项式模型的学习曲线（如图 5-33 所示）：

```
In[17]:
from sklearn.learning_curve import learning_curve

fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(16, 6))
fig.subplots_adjust(left=0.0625, right=0.95, wspace=0.1)

for i, degree in enumerate([2, 9]):
    N, train_lc, val_lc = learning_curve(PolynomialRegression(degree),
                                         X, y, cv=7,
                                         train_sizes=np.linspace(0.3, 1, 25))

    ax[i].plot(N, np.mean(train_lc, 1), color='blue', label='training score')
    ax[i].plot(N, np.mean(val_lc, 1), color='red', label='validation score')
    ax[i].hlines(np.mean([train_lc[-1], val_lc[-1]]), N[0], N[-1], color='gray',
                 linestyle='dashed')

    ax[i].set_ylim(0, 1)
    ax[i].set_xlim(N[0], N[-1])
    ax[i].set_xlabel('training size')
    ax[i].set_ylabel('score')
    ax[i].set_title('degree = {0}'.format(degree), size=14)
    ax[i].legend(loc='best')
```

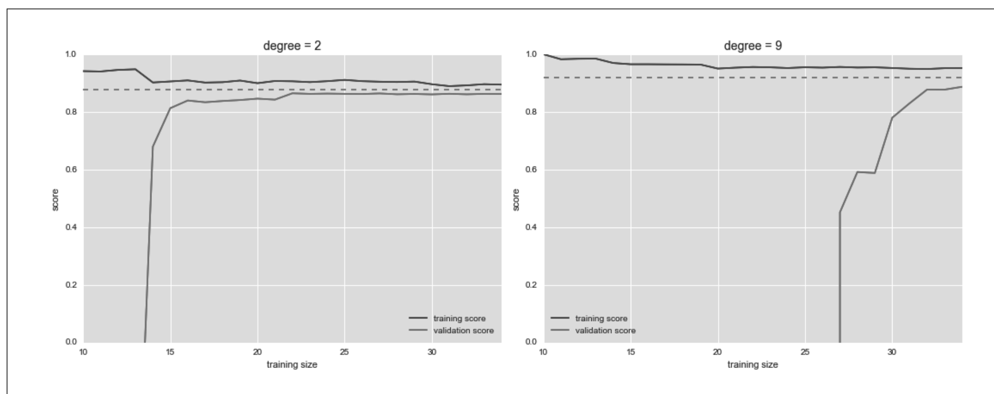


图 5-33：低复杂度（左）和高复杂度（右）学习曲线

这幅图非常有参考价值，因为它可以展现模型得分随着训练数据规模的变化而变化。尤其当你的学习曲线已经收敛时（即训练曲线和验证曲线已经贴在一起），**再增加训练数据也不能再显著改善拟合效果！**这种情况就类似于左图显示的二次多项式模型的学习曲线。

提高收敛得分的唯一办法就是换模型（通常也是更复杂的模型）。如右图所示：采用复杂度更高的模型之后，虽然学习曲线的收敛得分提高了（对比虚线所在位置），但是模型的

方差也变大了（对比训练得分与验证得分的差异即可看出）。如果我们为复杂度更高的模型继续增加训练数据，那么学习曲线最终也会收敛。

为模型和数据集画出学习曲线，可以帮你找到正确的方向，不断改进学习的效果。

5.3.4 验证实践：网格搜索

前面的内容已经让我们对偏差与方差的均衡有了直观的认识，它们与模型的复杂度和训练集的大小有关。在实际工作中，模型通常会有多个得分转折点，因此验证曲线和学习曲线的图形会从二维曲线变成多维曲面。这种高维可视化很难展现，因此从图中找出验证得分的最大值也不是一件简单的事。

Scikit-Learn 在 `grid_search` 提供了一个自动化工具解决这个问题。下面是用网格搜索寻找最优多项式回归模型的示例。我们将在模型特征的三维网格中寻找最优值——包括多项式的次数的搜索范围、回归模型是否拟合截距，以及回归模型是否需要进行标准化处理。我们可以用 Scikit-Learn 的 `GridSearchCV` 元评估器来设置这些参数：

```
In[18]: from sklearn.grid_search import GridSearchCV

        param_grid = {'polynomialfeatures__degree': np.arange(21),
                      'linearregression__fit_intercept': [True, False],
                      'linearregression__normalize': [True, False]}

        grid = GridSearchCV(PolynomialRegression(), param_grid, cv=7)
```

请注意，和普通的评估器一样，这个元评估器此时还没有应用到任何数据上。调用 `fit()` 方法在每个网格点上拟合模型，并同时记录每个点的得分：

```
In[19]: grid.fit(X, y);
```

模型拟合完成了，这样就可以获取最优参数了：

```
In[20]: grid.best_params_

Out[20]: {'linearregression__fit_intercept': False,
          'linearregression__normalize': True,
          'polynomialfeatures__degree': 4}
```

最后，还可以用最优参数的模型拟合数据，并画图显示（如图 5-34 所示）：

```
In[21]: model = grid.best_estimator_

        plt.scatter(X.ravel(), y)
        lim = plt.axis()
        y_test = model.fit(X, y).predict(X_test)
        plt.plot(X_test.ravel(), y_test, hold=True);
        plt.axis(lim);
```

网格搜索提供了许多参数选项，包括自定义得分函数、并行计算，以及随机化搜索等能力。关于更多内容，请参考 5.13 节和 5.14 节，或者参考 Scikit-Learn 的网格搜索文档（http://scikit-learn.org/stable/modules/grid_search.html）。

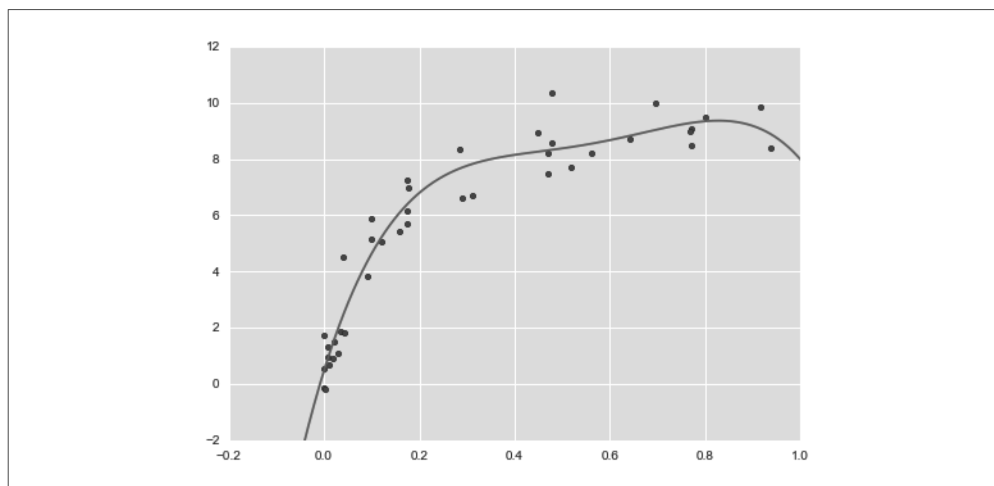


图 5-34：自动化网格搜索的最优拟合模型

5.3.5 小结

本节首先探索了模型验证与超参数优化的概念，重点介绍了偏差与方差均衡的概念，以及如何将这个概念应用在模型拟合过程中。尤其值得注意的是，我们发现通过验证集或交叉检验方法调整参数**至关重要**，这样做可以避免较复杂 / 灵活模型引起的过拟合问题。

接下来将介绍一些常用模型的具体细节、可用的优化方法，以及自由参数（free parameter）对模型复杂度的影响。在学习新的机器学习方法时，请时刻牢记本节介绍的内容！

5.4 特征工程

上一节虽然介绍了机器学习的基本理念，但是所有示例都假设已经拥有一个干净的 `[n_samples, n_features]` 特征矩阵。其实在现实工作中，数据很少会这么干净。因此，机器学习实践中更重要的步骤之一是**特征工程**（feature engineering）——找到与问题有关的任何信息，把它们转换成特征矩阵的数值。

本节将介绍特征工程的一些常见示例：表示**分类数据**的特征、表示**文本**的特征和表示**图像**的特征。另外，还会介绍提高模型复杂度的**衍生特征**和处理缺失数据的**填充**方法。这个过程通常被称为**向量化**，因为它把任意格式的数据转换成具有良好特性的向量形式。

5.4.1 分类特征

一种常见的非数值数据类型是**分类**数据。例如，浏览房屋数据的时候，除了看到“房价”（price）和“面积”（rooms）之类的数值特征，还会有“地点”（neighborhood）信息，数据可能像这样：

```
In[1]: data = [
           {'price': 850000, 'rooms': 4, 'neighborhood': 'Queen Anne'},
           {'price': 700000, 'rooms': 3, 'neighborhood': 'Fremont'},
           {'price': 650000, 'rooms': 3, 'neighborhood': 'Wallingford'},
           {'price': 600000, 'rooms': 2, 'neighborhood': 'Fremont'}
       ]
```

你可能会把分类特征用映射关系编码成整数：

```
In[2]: {'Queen Anne': 1, 'Fremont': 2, 'Wallingford': 3};
```

但是，在 Scikit-Learn 中这么做并不是一个好办法：这个程序包的所有模块都有一个基本假设，那就是数值特征可以反映代数量（algebraic quantities）。因此，这样映射编码可能会让人觉得存在 *Queen Anne* < *Fremont* < *Wallingford*，甚至还有 *Wallingford* - *Queen Anne* = *Fremont*，这显然是没有意义的。

面对这种情况，常用的解决方法是**独热编码**。它可以有效增加额外的列，让 0 和 1 出现在对应的列分别表示每个分类值有或无。当你的数据是像上面那样的字典列表时，用 Scikit-Learn 的 `DictVectorizer` 类就可以实现：

```
In[3]: from sklearn.feature_extraction import DictVectorizer
       vec = DictVectorizer(sparse=False, dtype=int)
       vec.fit_transform(data)

Out[3]: array([[     0,      1,      0, 850000,      4],
               [     1,      0,      0, 700000,      3],
               [     0,      0,      1, 650000,      3],
               [     1,      0,      0, 600000,      2]], dtype=int64)
```

你会发现，`neighborhood` 字段转换成三列来表示三个地点标签，每一行中用 1 所在的列对应一个地点。当这些分类特征编码之后，你就可以和之前一样拟合 Scikit-Learn 模型了：

如果要看每一列的含义，可以用下面的代码查看特征名称：

```
In[4]: vec.get_feature_names()

Out[4]: ['neighborhood=Fremont',
         'neighborhood=Queen Anne',
         'neighborhood=Wallingford',
         'price',
         'rooms']
```

但这种方法也有一个显著的缺陷：如果你的分类特征有许多枚举值，那么数据集的维度就会**急剧**增加。然而，由于被编码的数据中有许多 0，因此用稀疏矩阵表示会非常高效：

```
In[5]: vec = DictVectorizer(sparse=True, dtype=int)
       vec.fit_transform(data)

Out[5]: <4x5 sparse matrix of type '<class 'numpy.int64'>'
            with 12 stored elements in Compressed Sparse Row format>
```

在拟合和评估模型时，Scikit-Learn 的许多（并非所有）评估器都支持稀疏矩阵输入。`sklearn.preprocessing.OneHotEncoder` 和 `sklearn.feature_extraction.FeatureHasher` 是 Scikit-Learn 另外两个为分类特征编码的工具。

5.4.2　文本特征

另一种常见的特征工程需求是将文本转换成一组数值。例如，绝大多数社交媒体数据的自动化采集，都是依靠将文本编码成数字的技术手段。数据采集最简单的编码方法之一就是**单词统计**：给你几个文本，让你统计每个词出现的次数，然后放到表格中。

例如下面三个短语：

```
In[6]: sample = ['problem of evil',
                 'evil queen',
                 'horizon problem']
```

面对单词统计的数据向量化问题时，可以创建一个列来表示单词“problem”、单词“evil”和单词“horizon”等。虽然手动做也可以，但是用 Scikit-Learn 的 `CountVectorizer` 更是可以轻松实现：

```
In[7]: from sklearn.feature_extraction.text import CountVectorizer

       vec = CountVectorizer()
       X = vec.fit_transform(sample)
       X

Out[7]: <3x5 sparse matrix of type '<class 'numpy.int64'>'
            with 7 stored elements in Compressed Sparse Row format>
```

结果是一个稀疏矩阵，里面记录了每个短语中每个单词的出现次数。如果用带列标签的 `DataFrame` 来表示这个稀疏矩阵就更方便了：

```
In[8]: import pandas as pd
       pd.DataFrame(X.toarray(), columns=vec.get_feature_names())

Out[8]:    evil  horizon  of  problem  queen
        0     1        0   1        1      0
        1     1        0   0        0      1
        2     0        1   0        1      0
```

不过这种统计方法也有一些问题：原始的单词统计会让一些常用词聚集太高的权重，在分类算法中这样并不合理。解决这个问题的方法就是通过 TF–IDF（term frequency–inverse document frequency，词频逆文档频率），通过单词在文档中出现的频率来衡量其权重[3]。计算这些特征的语法和之前的示例类似：

```
In[9]: from sklearn.feature_extraction.text import TfidfVectorizer
       vec = TfidfVectorizer()
       X = vec.fit_transform(sample)
       pd.DataFrame(X.toarray(), columns=vec.get_feature_names())

Out[9]:         evil   horizon        of   problem     queen
        0  0.517856  0.000000  0.680919  0.517856  0.000000
        1  0.605349  0.000000  0.000000  0.000000  0.795961
        2  0.000000  0.795961  0.000000  0.605349  0.000000
```

注 3：IDF 的大小与一个词的常见程度成反比。——译者注

关于 TF–IDF 分类问题的示例，请参见 5.5 节。

5.4.3 图像特征

机器学习还有一种常见需求，那就是对**图像**进行编码。我们在 5.2 节处理手写数字图像时使用的方法，是最简单的图像编码方法：用像素表示图像。但是在其他类型的任务中，这类方法可能不太合适。

虽然完整地介绍图像特征的提取技术超出了本章的范围，但是你可以在 Scikit-Image 项目（http://scikit-image.org）中找到许多标准方法的高品质实现。关于同时使用 Scikit-Learn 和 Scikit-Image 的示例，请参见 5.14 节。

5.4.4 衍生特征

还有一种有用的特征是输入特征经过数学变换衍生出来的新特征。我们在 5.3 节从输入数据中构造**多项式特征**时，曾经见过这类特征。我们发现将一个线性回归转换成多项式回归时，并不是通过改变模型来实现，而是通过改变输入数据！这种处理方式有时被称为**基函数回归**（basis function regression），详细请参见 5.6 节。

例如，下面的数据显然不能用一条直线描述（如图 5-35 所示）：

```
In[10]: %matplotlib inline
        import numpy as np
        import matplotlib.pyplot as plt

        x = np.array([1, 2, 3, 4, 5])
        y = np.array([4, 2, 1, 3, 7])
        plt.scatter(x, y);
```

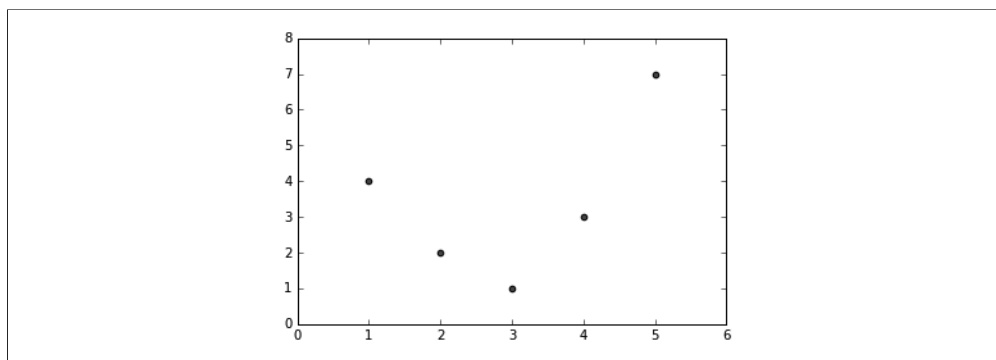


图 5-35：不能用直线拟合的数据

但是我们仍然用 `LinearRegression` 拟合出一条直线，并获得直线的最优解（如图 5-36 所示）：

```
In[11]: from sklearn.linear_model import LinearRegression
        X = x[:, np.newaxis]
        model = LinearRegression().fit(X, y)
```

```
        yfit = model.predict(X)
        plt.scatter(x, y)
        plt.plot(x, yfit);
```

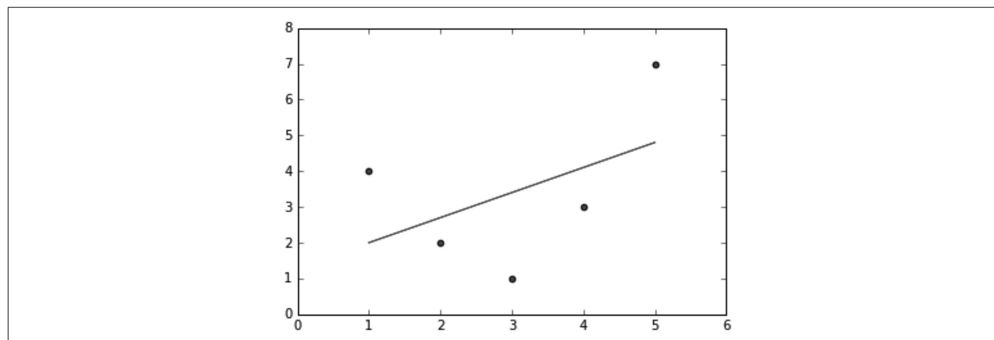


图 5-36：效果不好的拟合直线

很显然，我们需要用一个更复杂的模型来描述 x 与 y 的关系。可以对数据进行变换，并增加额外的特征来提升模型的复杂度。例如，可以在数据中增加多项式特征：

```
In[12]: from sklearn.preprocessing import PolynomialFeatures
        poly = PolynomialFeatures(degree=3, include_bias=False)
        X2 = poly.fit_transform(X)
        print(X2)

[[   1.    1.    1.]
 [   2.    4.    8.]
 [   3.    9.   27.]
 [   4.   16.   64.]
 [   5.   25.  125.]]
```

在衍生特征矩阵中，第 1 列表示 x，第 2 列表示 x^2，第 3 列表示 x^3。通过对这个扩展的输入矩阵计算线性回归，就可以获得更接近原始数据的结果了（如图 5-37 所示）：

```
In[13]: model = LinearRegression().fit(X2, y)
        yfit = model.predict(X2)
        plt.scatter(x, y)
        plt.plot(x, yfit);
```

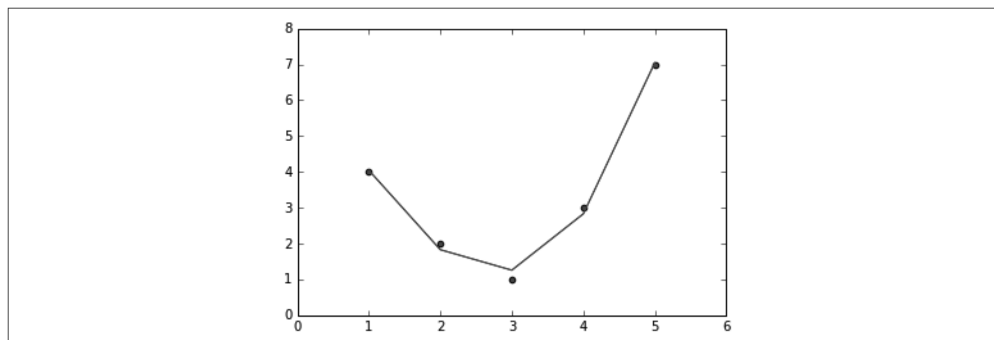


图 5-37：对数据衍生的多项式特征线性拟合的结果

这种不通过改变模型，而是通过变换输入来改善模型效果的理念，正是许多更强大的机器学习方法的基础。5.6 节介绍**基函数回归**时将详细介绍这个理念，它通常被认为是强大的**核方法**（kernel method，5.7 节将详细介绍）技术的驱动力之一。

5.4.5 缺失值填充

特征工程中还有一种常见需求是处理缺失值。我们在 3.5 节介绍过 `DataFrame` 的缺失值处理方法，也看到了 `NaN` 通常用来表示缺失值。例如，有如下一个数据集：

```
In[14]: from numpy import nan
        X = np.array([[ nan, 0,   3 ],
                      [ 3,   7,   9 ],
                      [ 3,   5,   2 ],
                      [ 4,   nan, 6 ],
                      [ 8,   8,   1 ]])
        y = np.array([14, 16, -1,  8, -5])
```

当将一个普通的机器学习模型应用到这份数据时，首先需要用适当的值替换这些缺失数据。这个操作被称为缺失值**填充**，相应的策略很多，有的简单（例如用列均值替换缺失值），有的复杂（例如用矩阵填充或其他模型来处理缺失值）。

复杂方法在不同的应用中各不相同，这里不再深入介绍。对于一般的填充方法，如均值、中位数、众数，Scikit-Learn 有 `Imputer` 类可以实现：

```
In[15]: from sklearn.preprocessing import Imputer
        imp = Imputer(strategy='mean')
        X2 = imp.fit_transform(X)
        X2

Out[15]: array([[ 4.5,  0. ,  3.],
                [ 3. ,  7. ,  9.],
                [ 3. ,  5. ,  2.],
                [ 4. ,  5. ,  6.],
                [ 8. ,  8. ,  1.]])
```

我们会发现，结果矩阵中的两处缺失值都被所在列剩余数据的均值替代了。这个被填充的数据就可以直接放到评估器里训练了，例如 `LinearRegression` 评估器：

```
In[16]: model = LinearRegression().fit(X2, y)
        model.predict(X2)

Out[16]:
array([ 13.14869292,  14.3784627 ,  -1.15539732,  10.96606197,  -5.33782027])
```

5.4.6 特征管道

如果经常需要手动应用前文介绍的任意一种方法，你很快就会感到厌倦，尤其是当你需要将多个步骤串起来使用时。例如，我们可能需要对一些数据做如下操作。

(1) 用均值填充缺失值。

(2) 将衍生特征转换为二次方。

(3) 拟合线性回归模型。

为了实现这种管道处理过程，Scikit-Learn 提供了一个管道对象，如下所示：

```
In[17]: from sklearn.pipeline import make_pipeline

        model = make_pipeline(Imputer(strategy='mean'),
                              PolynomialFeatures(degree=2),
                              LinearRegression())
```

这个管道看起来就像一个标准的 Scikit-Learn 对象，可以对任何输入数据进行所有步骤的处理：

```
In[18]: model.fit(X, y)  # 和上面一样，X带有缺失值
        print(y)
        print(model.predict(X))

[14 16 -1  8 -5]
[ 14.  16.  -1.   8.  -5.]
```

这样的话，所有的步骤都会自动完成。请注意，出于简化演示考虑，将模型应用到已经训练过的数据上，模型能够非常完美地预测结果（详情请参见 5.7 节）。

关于 Scikit-Learn 管道实战的更多示例，请参考下面的朴素贝叶斯分类和 5.6 节、5.7 节的内容。

5.5 专题：朴素贝叶斯分类

前面四节简单介绍了机器学习的基本概念。从本节开始，将详细介绍一些经典的有监督和无监督学习算法，先从朴素贝叶斯分类开始。

朴素贝叶斯模型是一组非常简单快速的分类算法，通常适用于维度非常高的数据集。因为运行速度快，而且可调参数少，因此非常适合为分类问题提供快速粗糙的基本方案。本节重点介绍朴素贝叶斯分类器（naive Bayes classifiers）的工作原理，并通过一些示例演示朴素贝叶斯分类器在经典数据集上的应用。

5.5.1 贝叶斯分类

朴素贝叶斯分类器建立在贝叶斯分类方法的基础上，其数学基础是贝叶斯定理（Bayes's theorem）——一个描述统计量条件概率关系的公式。在贝叶斯分类中，我们希望确定一个具有某些特征的样本属于某类标签的概率，通常记为 $P\ (L\ |\ \text{特征}\ )$。贝叶斯定理告诉我们，可以直接用下面的公式计算这个概率：

$$P(L\mid \text{特征}) = \frac{P(\text{特征}\mid L)P(L)}{P(\text{特征})}$$

假如需要确定两种标签，定义为 L_1 和 L_2，一种方法就是计算这两个标签的后验概率的比值：

$$\frac{P(L_1 \mid 特征)}{P(L_2 \mid 特征)} = \frac{P(特征 \mid L_1)\ P(L_1)}{P(特征 \mid L_2)\ P(L_2)}$$

现在需要一种模型，帮我们计算每个标签的 P (特征 | L_i)。这种模型被称为**生成模型**，因为它可以训练出生成输入数据的假设随机过程（或称为概率分布）。为每种标签设置生成模型是贝叶斯分类器训练过程的主要部分。虽然这个训练步骤通常很难做，但是我们可以通过对模型进行随机分布的假设，来简化训练工作。

之所以称为“朴素”或“朴素贝叶斯”，是因为如果对每种标签的生成模型进行非常简单的假设，就能找到每种类型生成模型的近似解，然后就可以使用贝叶斯分类。不同类型的朴素贝叶斯分类器是由对数据的不同假设决定的，下面将介绍一些示例来进行演示。首先导入需要用的程序库：

```
In[1]: %matplotlib inline
       import numpy as np
       import matplotlib.pyplot as plt
       import seaborn as sns; sns.set()
```

5.5.2　高斯朴素贝叶斯

最容易理解的朴素贝叶斯分类器可能就是高斯朴素贝叶斯（Gaussian naive Bayes）了，这个分类器假设**每个标签的数据都服从简单的高斯分布**。假如你有下面的数据（如图 5-38 所示）：

```
In[2]: from sklearn.datasets import make_blobs
       X, y = make_blobs(100, 2, centers=2, random_state=2, cluster_std=1.5)
       plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=y, s=50, cmap='RdBu');
```

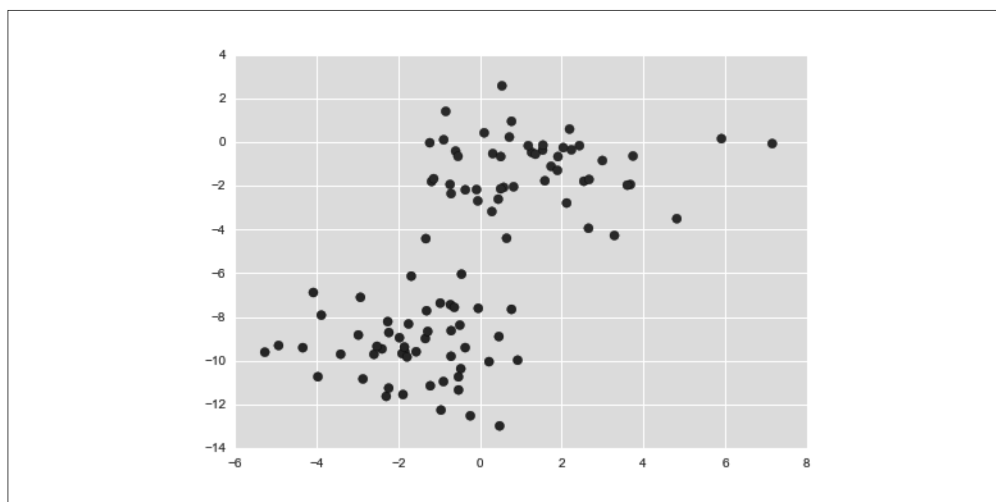


图 5-38：高斯朴素贝叶斯分类数据

一种快速创建简易模型的方法就是假设数据服从高斯分布，且变量无协方差（no covariance，指线性无关）。只要找出每个标签的所有样本点均值和标准差，再定义一个高斯分布，就可以拟合模型了。这个简单的高斯假设分类的结果如图 5-39 所示。

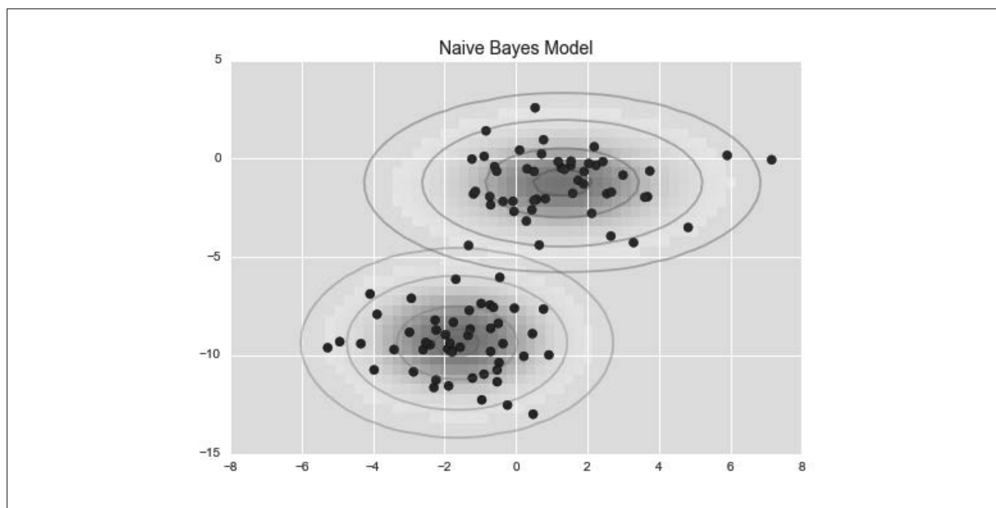


图 5-39：高斯朴素贝叶斯模型可视化图

图中的椭圆曲线表示每个标签的高斯生成模型，越靠近椭圆中心的可能性越大。通过每种类型的生成模型，可以计算出任意数据点的似然估计（likelihood）P(特征 | L_1)，然后根据贝叶斯定理计算出后验概率比值，从而确定每个数据点可能性最大的标签。

该步骤在 Scikit-Learn 的 `sklearn.naive_bayes.GaussianNB` 评估器中实现：

```
In[3]: from sklearn.naive_bayes import GaussianNB
       model = GaussianNB()
       model.fit(X, y);
```

现在生成一些新数据来预测标签：

```
In[4]: rng = np.random.RandomState(0)
       Xnew = [-6, -14] + [14, 18] * rng.rand(2000, 2)
       ynew = model.predict(Xnew)
```

可以将这些新数据画出来，看看决策边界的位置（如图 5-40 所示）：

```
In[5]: plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=y, s=50, cmap='RdBu')
       lim = plt.axis()
       plt.scatter(Xnew[:, 0], Xnew[:, 1], c=ynew, s=20, cmap='RdBu', alpha=0.1)
       plt.axis(lim);
```

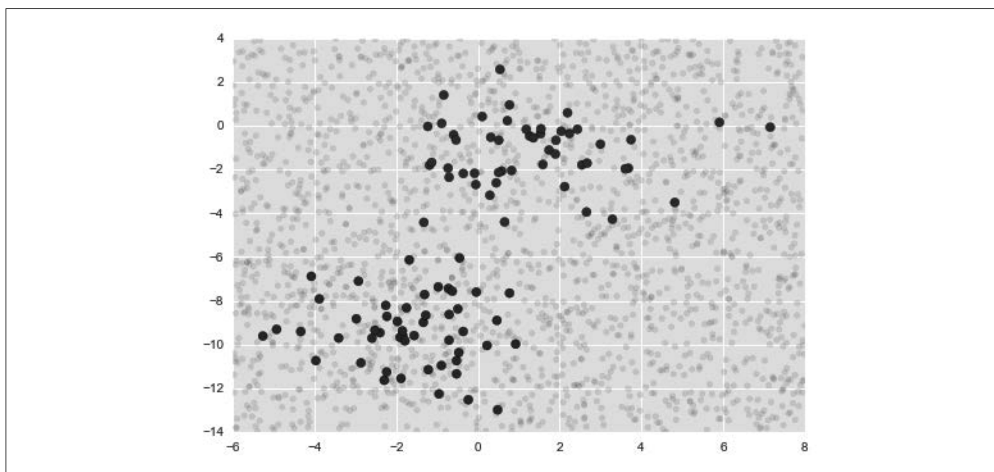


图 5-40：高斯朴素贝叶斯分类可视化图

可以在分类结果中看到一条稍显弯曲的边界——通常，高斯朴素贝叶斯的边界是二次方曲线。

贝叶斯主义（Bayesian formalism）的一个优质特性是它天生支持概率分类，我们可以用 `predict_proba` 方法计算样本属于某个标签的概率：

```
In[6]: yprob = model.predict_proba(Xnew)
       yprob[-8:].round(2)

Out[6]: array([[ 0.89,  0.11],
               [ 1.  ,  0. ],
               [ 1.  ,  0. ],
               [ 1.  ,  0. ],
               [ 1.  ,  0. ],
               [ 1.  ,  0. ],
               [ 0.  ,  1. ],
               [ 0.15,  0.85]])
```

这个数组分别给出了前两个标签的后验概率。如果你需要评估分类器的不确定性，那么这类贝叶斯方法非常有用。

当然，由于分类的最终效果只能依赖于一开始的模型假设，因此高斯朴素贝叶斯经常得不到非常好的结果。但是，在许多场景中，尤其是特征较多的时候，这种假设并不妨碍高斯朴素贝叶斯成为一种有用的方法。

5.5.3　多项式朴素贝叶斯

前面介绍的高斯假设并不意味着每个标签的生成模型只能用这一种假设。还有一种常用的假设是多项式朴素贝叶斯（multinomial naive Bayes），它假设特征是由一个简单多项式分布生成的。多项分布可以描述各种类型样本出现次数的概率，因此多项式朴素贝叶斯非常适合用于描述出现次数或者出现次数比例的特征。

这个理念和前面介绍的一样，只不过模型数据的分布不再是高斯分布，而是用多项式分布代替而已。

1. 案例：文本分类

多项式朴素贝叶斯通常用于文本分类，其特征都是指待分类文本的单词出现次数或者频次。5.4 节介绍过文本特征提取的方法，这里用 20 个网络新闻组语料库（20 Newsgroups corpus，约 20 000 篇新闻）的单词出现次数作为特征，演示如何用多项式朴素贝叶斯对这些新闻组进行分类。

首先，下载数据并看看新闻组的名字：

```
In[7]: from sklearn.datasets import fetch_20newsgroups

       data = fetch_20newsgroups()
       data.target_names

Out[7]: ['alt.atheism',
         'comp.graphics',
         'comp.os.ms-windows.misc',
         'comp.sys.ibm.pc.hardware',
         'comp.sys.mac.hardware',
         'comp.windows.x',
         'misc.forsale',
         'rec.autos',
         'rec.motorcycles',
         'rec.sport.baseball',
         'rec.sport.hockey',
         'sci.crypt',
         'sci.electronics',
         'sci.med',
         'sci.space',
         'soc.religion.christian',
         'talk.politics.guns',
         'talk.politics.mideast',
         'talk.politics.misc',
         'talk.religion.misc']
```

为了简化演示过程，只选择四类新闻，下载训练集和测试集：

```
In[8]:
categories = ['talk.religion.misc', 'soc.religion.christian', 'sci.space',
              'comp.graphics']
train = fetch_20newsgroups(subset='train', categories=categories)
test = fetch_20newsgroups(subset='test', categories=categories)
```

选其中一篇新闻看看：

```
In[9]: print(train.data[5])

From: dmcgee@uluhe.soest.hawaii.edu (Don McGee)
Subject: Federal Hearing
Originator: dmcgee@uluhe
Organization: School of Ocean and Earth Science and Technology
Distribution: usa
```

```
Lines: 10


Fact or rumor....?  Madalyn Murray O'Hare an atheist who eliminated the
use of the bible reading and prayer in public schools 15 years ago is now
going to appear before the FCC with a petition to stop the reading of the
Gospel on the airways of America.  And she is also campaigning to remove
Christmas programs, songs, etc from the public schools.  If it is true
then mail to Federal Communications Commission 1919 H Street Washington DC
20054 expressing your opposition to her request.  Reference Petition number
2493.
```

为了让这些数据能用于机器学习，需要将每个字符串的内容转换成数值向量。可以创建一个管道，将 TF–IDF 向量化方法（详情请参见 5.4 节）与多项式朴素贝叶斯分类器组合在一起：

```
In[10]: from sklearn.feature_extraction.text import TfidfVectorizer
        from sklearn.naive_bayes import MultinomialNB
        from sklearn.pipeline import make_pipeline

        model = make_pipeline(TfidfVectorizer(), MultinomialNB())
```

通过这个管道，就可以将模型应用到训练数据上，预测出每个测试数据的标签：

```
In[11]: model.fit(train.data, train.target)
        labels = model.predict(test.data)
```

这样就得到每个测试数据的预测标签，可以进一步评估评估器的性能了。例如，用混淆矩阵统计测试数据的真实标签与预测标签的结果（如图 5-41 所示）：

```
In[12]:
from sklearn.metrics import confusion_matrix
mat = confusion_matrix(test.target, labels)
sns.heatmap(mat.T, square=True, annot=True, fmt='d', cbar=False,
            xticklabels=train.target_names, yticklabels=train.target_names)
plt.xlabel('true label')
plt.ylabel('predicted label');
```

从图中可以明显看出，虽然用如此简单的分类器可以很好地区分关于宇宙的新闻和关于计算机的新闻，但是宗教新闻和基督教新闻的区分效果却不太好。可能是这两个领域本身就容易令人混淆！

但现在我们有一个可以对**任何**字符串进行分类的工具了，只要用管道的 `predict()` 方法就可以预测。下面的函数可以快速返回字符串的预测结果：

```
In[13]: def predict_category(s, train=train, model=model):
            pred = model.predict([s])
            return train.target_names[pred[0]]
```

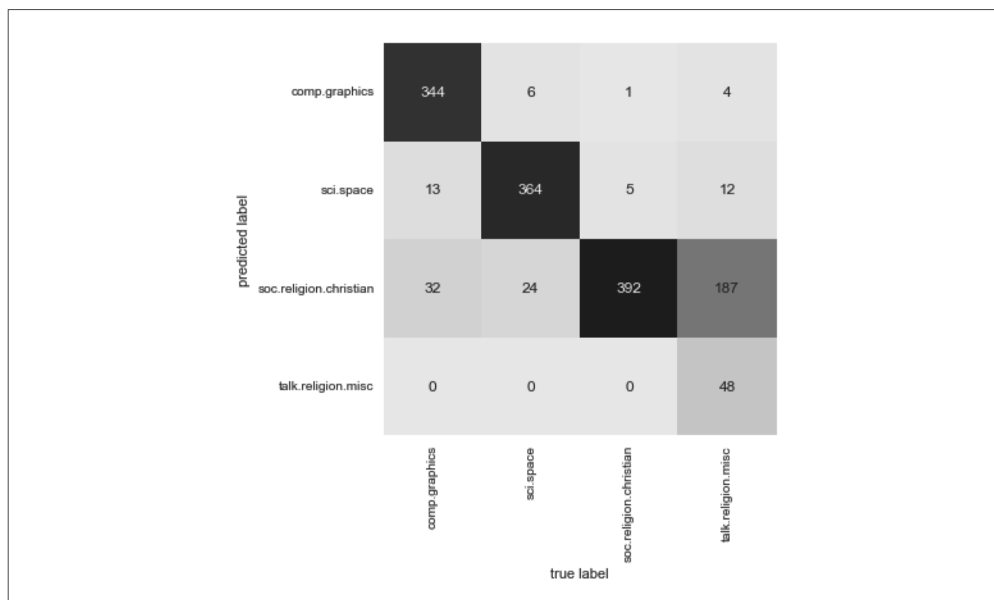


图 5-41：多项式朴素贝叶斯文本分类器混淆矩阵

下面试试模型预测效果：

```
In[14]: predict_category('sending a payload to the ISS')

Out[14]: 'sci.space'

In[15]: predict_category('discussing islam vs atheism')

Out[15]: 'soc.religion.christian'

In[16]: predict_category('determining the screen resolution')

Out[16]: 'comp.graphics'
```

虽然这个分类器不会比直接用字符串内单词（加权的）频次构建的简易概率模型更复杂，但是它的分类效果却非常好。由此可见，即使是一个非常简单的算法，只要能合理利用并进行大量高维数据训练，就可以获得意想不到的效果。

5.5.4　朴素贝叶斯的应用场景

由于朴素贝叶斯分类器对数据有严格的假设，因此它的训练效果通常比复杂模型的差。其优点主要体现在以下四个方面。

- 训练和预测的速度非常快。
- 直接使用概率预测。
- 通常很容易解释。
- 可调参数（如果有的话）非常少。

这些优点使得朴素贝叶斯分类器通常很适合作为分类的初始解。如果分类效果满足要求，那么万事大吉，你获得了一个非常快速且容易解释的分类器。但如果分类效果不够好，那么你可以尝试更复杂的分类模型，与朴素贝叶斯分类器的分类效果进行对比，看看复杂模型的分类效果究竟如何。

朴素贝叶斯分类器非常适合用于以下应用场景。

- 假设分布函数与数据匹配（实际中很少见）。
- 各种类型的区分度很高，模型复杂度不重要。
- 非常高维度的数据，模型复杂度不重要。

后面两条看似不同，其实彼此相关：随着数据集维度的增加，任何两点都不太可能逐渐靠近（毕竟它们得在**每一个维度**上都足够接近才行）。也就是说，在新维度会增加样本数据信息量的假设条件下，高维数据的簇中心点比低维数据的簇中心点更分散。因此，随着数据维度不断增加，像朴素贝叶斯这样的简单分类器的分类效果会和复杂分类器一样，甚至更好——只要你有足够的数据，简单的模型也可以非常强大。

5.6 专题：线性回归

如果说朴素贝叶斯（详情请参见 5.5 节）是解决分类任务的好起点，那么线性回归模型就是解决回归任务的好起点。这些模型之所以大受欢迎，是因为它们的拟合速度非常快，而且很容易解释。你可能对线性回归模型最简单的形式（即对数据拟合一条直线）已经很熟悉了，不过经过扩展，这些模型可以对更复杂的数据行为进行建模。

本节将先快速直观地介绍线性回归问题背后的数学基础知识，然后介绍如何对线性回归模型进行一般化处理，使其能够解决数据中更复杂的模式。首先导入常用的程序库：

```
In[1]: %matplotlib inline
       import matplotlib.pyplot as plt
       import seaborn as sns; sns.set()
       import numpy as np
```

5.6.1 简单线性回归

首先来介绍最广为人知的线性回归模型——将数据拟合成一条直线。直线拟合的模型方程为 $y = ax + b$，其中 a 是直线**斜率**，b 是直线**截距**。

看看下面的数据，它们是从斜率为 2、截距为 –5 的直线中抽取的散点（如图 5-42 所示）：

```
In[2]: rng = np.random.RandomState(1)
       x = 10 * rng.rand(50)
       y = 2 * x - 5 + rng.randn(50)
       plt.scatter(x, y);
```

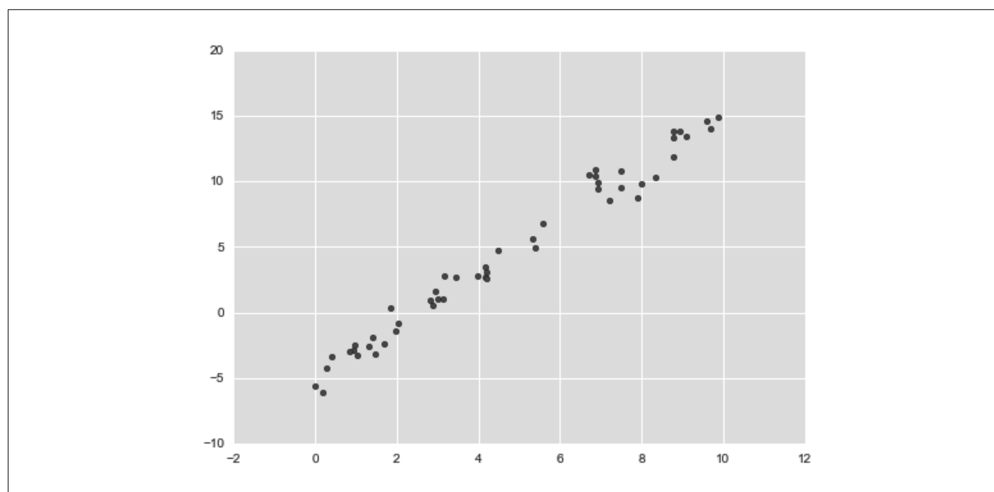


图 5-42：线性回归数据

可以用 Scikit-Learn 的 `LinearRegression` 评估器来拟合数据，并获得最佳拟合直线（如图 5-43 所示）：

```
In[3]: from sklearn.linear_model import LinearRegression
       model = LinearRegression(fit_intercept=True)

       model.fit(x[:, np.newaxis], y)

       xfit = np.linspace(0, 10, 1000)
       yfit = model.predict(xfit[:, np.newaxis])

       plt.scatter(x, y)
       plt.plot(xfit, yfit);
```

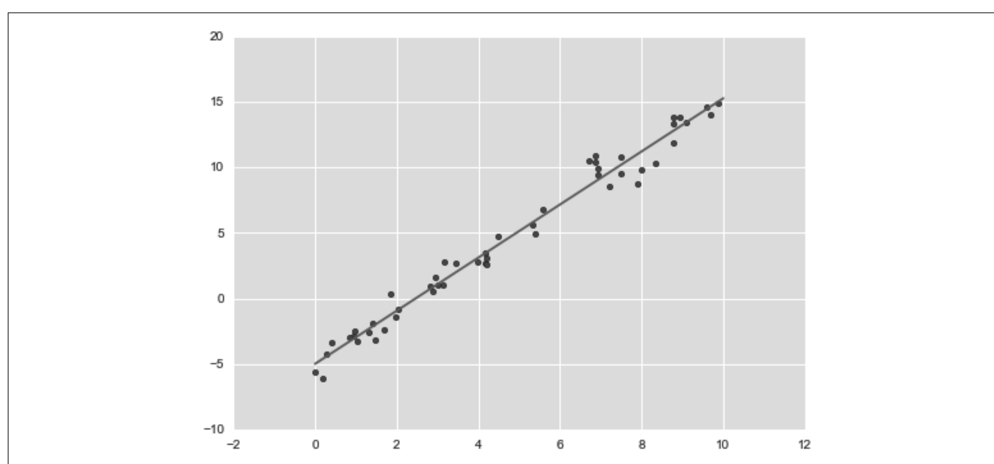


图 5-43：线性回归模型

数据的斜率和截距都在模型的拟合参数中，Scikit-Learn 通常会在参数后面加一条下划线，即 coef_ 和 intercept_：

```
In[4]: print("Model slope:    ", model.coef_[0])
       print("Model intercept:", model.intercept_)

Model slope:     2.02720881036
Model intercept: -4.99857708555
```

可以看到，拟合结果与真实值非常接近，这正是我们想要的。

然而，LinearRegression 评估器能做的可远不止这些——除了简单的直线拟合，它还可以处理多维度的线性回归模型：

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots$$

里面有多个 x 变量。从几何学的角度看，这个模型是拟合三维空间中的一个平面，或者是为更高维度的数据点拟合一个超平面。

虽然这类回归模型的多维特性使得它们很难可视化，但是我们可以用 NumPy 的矩阵乘法运算符创建一些数据，从而演示这类拟合过程：

```
In[5]: rng = np.random.RandomState(1)
       X = 10 * rng.rand(100, 3)
       y = 0.5 + np.dot(X, [1.5, -2., 1.])

       model.fit(X, y)
       print(model.intercept_)
       print(model.coef_)


0.5
[ 1.5 -2.   1.]
```

其中 y 变量是由 3 个随机的 x 变量线性组合而成，线性回归模型还原了方程的系数。

通过这种方式，就可以用一个 LinearRegression 评估器拟合数据的回归直线、平面和超平面了。虽然这种方法还是有局限性，因为它将变量限制在了线性关系上，但是不用担心，还有其他方法。

5.6.2 基函数回归

你可以通过**基函数**对原始数据进行变换，从而将变量间的线性回归模型转换为非线性回归模型。我们前面已经介绍过这个技巧，在 5.3 节和 5.4 节的 PolynomialRegression 管道示例中都有提及。这个方法的多维模型是：

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \cdots$$

其中一维的输入变量 x 转换成了三维变量 x_1、x_2、和 x_3。让 $x_n = f_n(x)$，这里的 $f_n()$ 是转换数据的函数。

假如 $f_n(x) = x^n$，那么模型就会变成多项式回归：

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots$$

需要注意的是，这个模型**仍然是一个线性模型**，也就是说系数 a_n 彼此不会相乘或相除。我们其实是将一维的 x 投影到了高维空间，因此通过线性模型就可以拟合出 x 与 y 间更复杂的关系。

1. 多项式基函数

多项式投影非常有用，因此 Scikit-Learn 内置了 `PolynomialFeatures` 转换器实现这个功能：

```
In[6]: from sklearn.preprocessing import PolynomialFeatures
       x = np.array([2, 3, 4])
       poly = PolynomialFeatures(3, include_bias=False)
       poly.fit_transform(x[:, None])

Out[6]: array([[  2.,   4.,   8.],
               [  3.,   9.,  27.],
               [  4.,  16.,  64.]])
```

转换器通过指数函数，将一维数组转换成了三维数组。这个新的高维数组之后可以放在多项式回归模型中。

就像在 5.4 节介绍的那样，最简洁的方式是用管道实现这些过程。让我们创建一个 7 次多项式回归模型：

```
In[7]: from sklearn.pipeline import make_pipeline
       poly_model = make_pipeline(PolynomialFeatures(7),
                                  LinearRegression())
```

数据经过转换之后，我们就可以用线性模型来拟合 x 和 y 之间更复杂的关系了。例如，下面是一条带噪的正弦波（如图 5-44 所示）：

```
In[8]: rng = np.random.RandomState(1)
       x = 10 * rng.rand(50)
       y = np.sin(x) + 0.1 * rng.randn(50)

       poly_model.fit(x[:, np.newaxis], y)
       yfit = poly_model.predict(xfit[:, np.newaxis])

       plt.scatter(x, y)
       plt.plot(xfit, yfit);
```

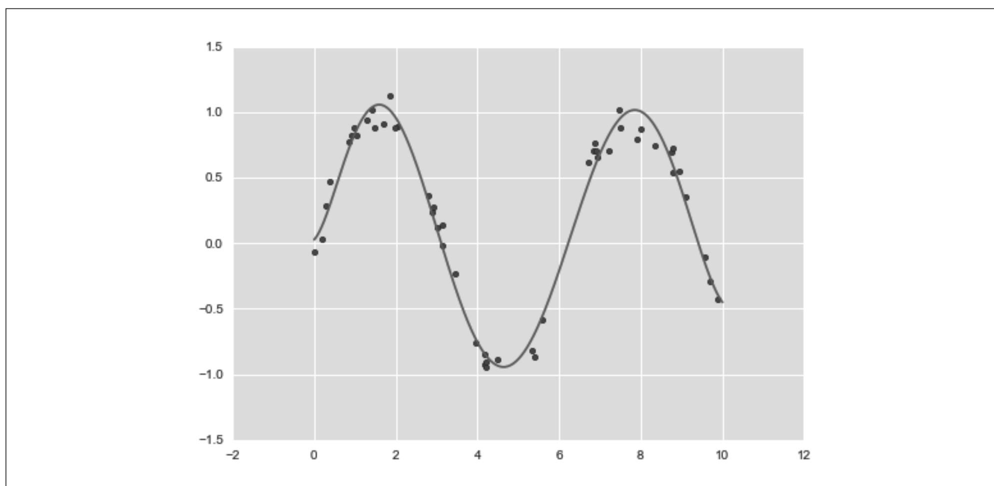


图 5-44：线性多项式回归模型拟合非线性训练数据

通过运用 7 次多项式基函数，这个线性模型可以对非线性数据拟合出极好的效果！

2. 高斯基函数

当然还有其他类型的基函数。例如，有一种常用的拟合模型方法使用的并不是一组多项式基函数，而是一组高斯基函数。最终结果如图 5-45 所示。

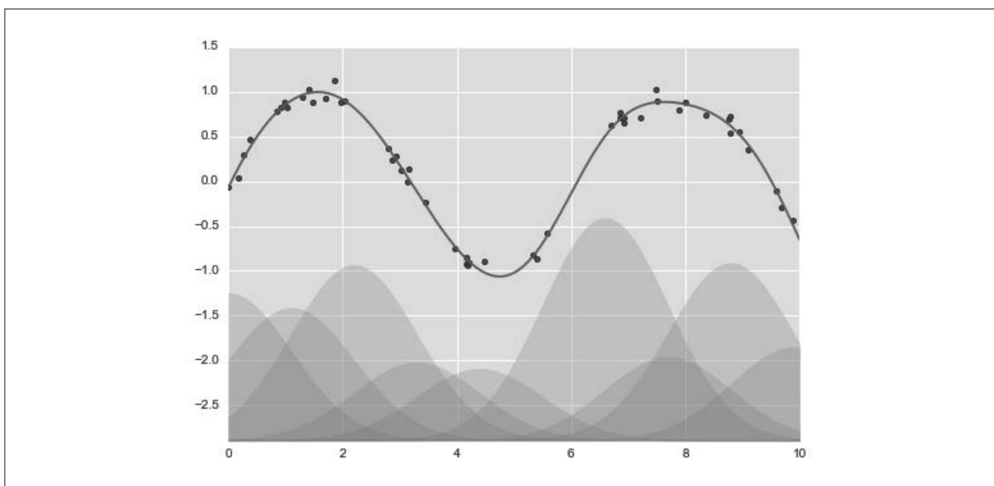


图 5-45：高斯基函数拟合非线性数据

图 5-45 中的阴影部分代表不同规模基函数，把它们放在一起时就会产生平滑的曲线。Scikit-Learn 并没有内置这些高斯基函数，但我们可以自己写一个转换器来创建高斯基函数，效果如图 5-46 所示（Scikit-Learn 的转换器都是用 Python 类实现的，阅读 Scikit-Learn 的源代码可能更好地理解它们的创建方式）：

```
In[9]:
from sklearn.base import BaseEstimator, TransformerMixin

class GaussianFeatures(BaseEstimator, TransformerMixin):
    """一维输入均匀分布的高斯特征"""

    def __init__(self, N, width_factor=2.0):
        self.N = N
        self.width_factor = width_factor

    @staticmethod
    def _gauss_basis(x, y, width, axis=None):
        arg = (x - y) / width
        return np.exp(-0.5 * np.sum(arg ** 2, axis))

    def fit(self, X, y=None):
        # 在数据区间中创建N个高斯分布中心
        self.centers_ = np.linspace(X.min(), X.max(), self.N)
        self.width_ = self.width_factor * (self.centers_[1] - self.centers_[0])
        return self

    def transform(self, X):
        return self._gauss_basis(X[:, :, np.newaxis], self.centers_,
                                 self.width_, axis=1)

gauss_model = make_pipeline(GaussianFeatures(20),
                            LinearRegression())
gauss_model.fit(x[:, np.newaxis], y)
yfit = gauss_model.predict(xfit[:, np.newaxis])

plt.scatter(x, y)
plt.plot(xfit, yfit)
plt.xlim(0, 10);
```

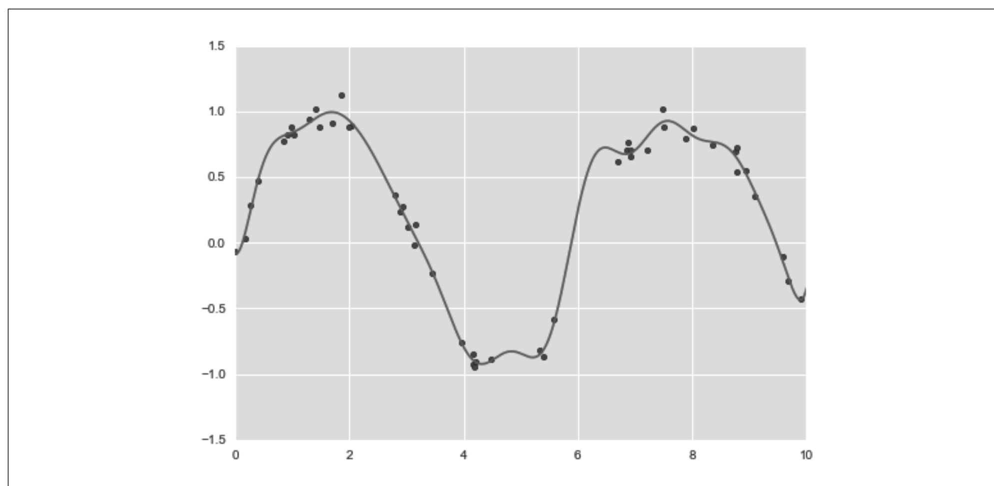


图 5-46：通过自定义转换器，实现高斯基函数拟合

我们之所以将这个示例放在这里，是为了演示多项式基函数并不是什么魔法：如果你对数据的产生过程有某种直觉，那么就可以自己先定义一些基函数，然后像这样使用它们。

5.6.3　正则化

虽然在线性回归模型中引入基函数会让模型变得更加灵活，但是也很容易造成过拟合（详情请参见 5.3 节）。例如，如果选择了太多高斯基函数，那么最终的拟合结果看起来可能并不好（如图 5-47 所示）：

```
In[10]: model = make_pipeline(GaussianFeatures(30),
                              LinearRegression())
        model.fit(x[:, np.newaxis], y)

        plt.scatter(x, y)
        plt.plot(xfit, model.predict(xfit[:, np.newaxis]))

        plt.xlim(0, 10)
        plt.ylim(-1.5, 1.5);
```

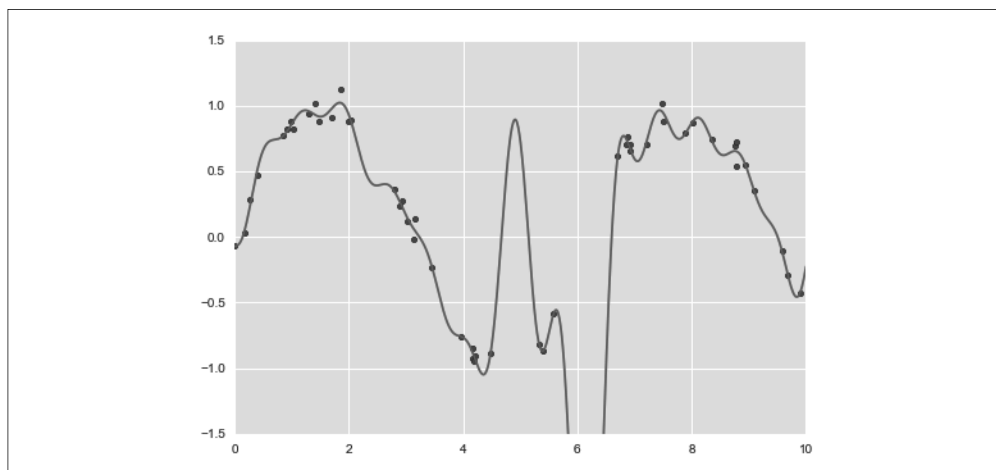


图 5-47：一个过度复杂的模型对数据过拟合

如果将数据投影到 30 维的基函数上，模型就会变得过于灵活，从而能够适应数据中不同位置的异常值。如果将高斯基函数的系数画出来，就可以看到过拟合的原因（如图 5-48 所示）：

```
In[11]: def basis_plot(model, title=None):
            fig, ax = plt.subplots(2, sharex=True)
            model.fit(x[:, np.newaxis], y)
            ax[0].scatter(x, y)
            ax[0].plot(xfit, model.predict(xfit[:, np.newaxis]))
            ax[0].set(xlabel='x', ylabel='y', ylim=(-1.5, 1.5))

            if title:
                ax[0].set_title(title)
```

```
    ax[1].plot(model.steps[0][1].centers_,
               model.steps[1][1].coef_)
    ax[1].set(xlabel='basis location',
              ylabel='coefficient',
              xlim=(0, 10))

model = make_pipeline(GaussianFeatures(30), LinearRegression())
basis_plot(model)
```

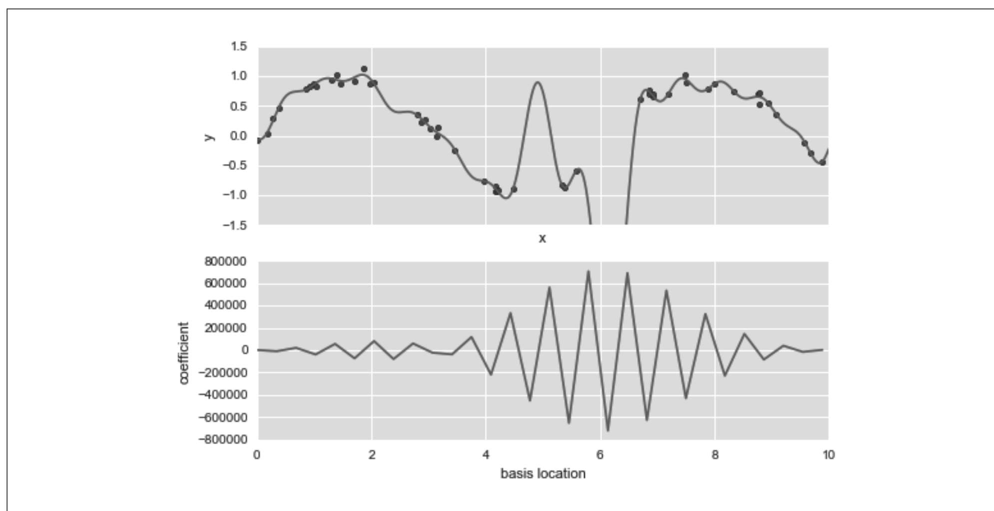


图 5-48：过度复杂的模型中高斯基函数的系数

图 5-48 下面那幅图显示了每个位置上基函数的振幅。当基函数重叠的时候，通常就表明出现了过拟合：相邻基函数的系数相互抵消。这显然是有问题的，如果对较大的模型参数进行惩罚（penalize），从而抑制模型剧烈波动，应该就可以解决这个问题了。这个惩罚机制被称为正则化（regularization），有几种不同的表现形式。

1. 岭回归（L_2范数正则化）

正则化最常见的形式可能就是**岭回归**（ridge regression，或者 L_2 **范数正则化**），有时也被称为**吉洪诺夫正则化**（Tikhonov regularization）。其处理方法是对模型系数平方和（L_2 范数）进行惩罚，模型拟合的惩罚项为：

$$P = \alpha \sum_{n=1}^{N} \theta_n^2$$

其中，α 是一个自由参数，用来控制惩罚的力度。这种带惩罚项的模型内置在 Scikit-Learn 的 `Ridge` 评估器中（如图 5-49 所示）：

```
In[12]: from sklearn.linear_model import Ridge
        model = make_pipeline(GaussianFeatures(30), Ridge(alpha=0.1))
        basis_plot(model, title='Ridge Regression')
```

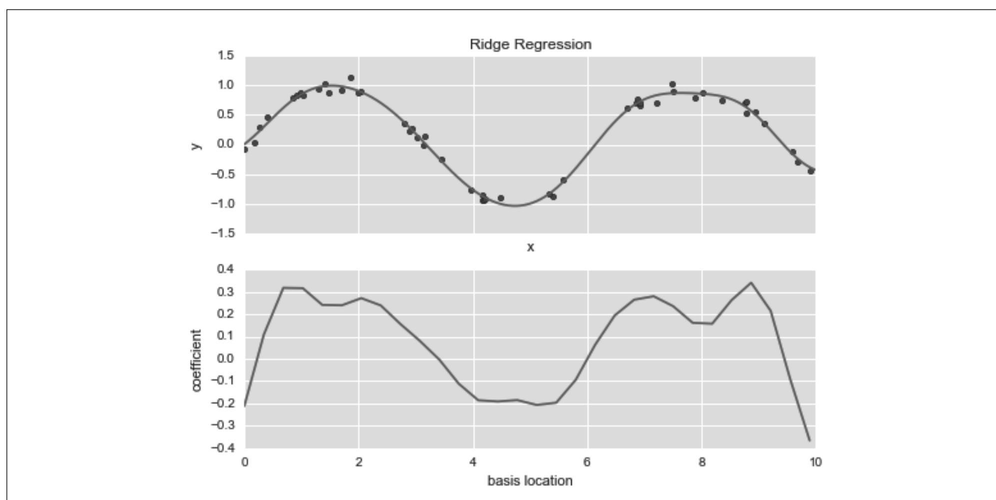


图 5-49：岭回归（L_2 范数）正则化处理过度复杂的模型（与图 5-48 对比）

参数 α 是控制最终模型复杂度的关键。如果 $\alpha \to 0$，那么模型就恢复到标准线性回归结果；如果 $\alpha \to \infty$，那么所有模型响应都会被压制。岭回归的一个重要优点是，它可以非常高效地计算——因此相比原始的线性回归模型，几乎没有消耗更多的计算资源。

2. Lasso正则化（L_1范数）

另一种常用的正则化被称为 Lasso，其处理方法是对模型系数绝对值的和（L_1 范数）进行惩罚：

$$P = \alpha \sum_{n=1}^{N} |\theta_n|$$

虽然它在形式上非常接近岭回归，但是其结果与岭回归差别很大。例如，由于其几何特性，Lasso 正则化倾向于构建**稀疏模型**；也就是说，它更喜欢将模型系数设置为 0。

可以看到如图 5-49 所示的结果，但是用模型系数的 L1- 范数正则化实现的（如图 5-50 所示）：

```
In[13]: from sklearn.linear_model import Lasso
        model = make_pipeline(GaussianFeatures(30), Lasso(alpha=0.001))
        basis_plot(model, title='Lasso Regression')
```

通过 Lasso 回归惩罚，大多数基函数的系数都变成了 0，所以模型变成了原来基函数的一小部分。与岭回归正则化类似，参数 α 控制惩罚力度，可以通过交叉检验来确定（详情请参见 5.3 节）。

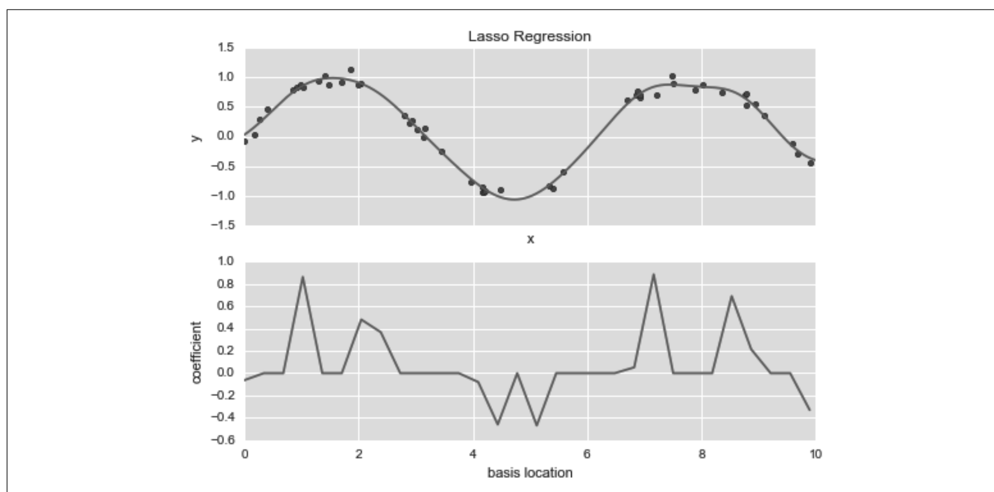


图 5-50：Lasso（L_1 范数）正则化处理过度复杂的模型（与图 5-48 对比）

5.6.4 案例：预测自行车流量

下面来尝试预测美国西雅图弗雷蒙特桥的自行车流量，数据源自不同天气、季节和其他条件下通过该桥的自行车统计数据。我们在 3.12 节见过这些数据。

在本节中，我们将自行车数据与其他数据集连接起来，确定哪些天气和季节因素（温度、降雨量和白昼时间）会影响通过这座桥的自行车流量。NOAA 已经提供了每日的站点天气预报（http://www.ncdc.noaa.gov/cdo-web/search?datasetid=GHCND）数据（我用的站点 ID 是 USW00024233），可以用 Pandas 轻松将两份数据连接起来。然后，创建一个简单的线性回归模型来探索与自行车数量相关的天气和其他因素，从而评估任意一种因素对骑车人数的影响。

值得注意的是，这是一个演示在统计模型框架中如何应用 Scikit-Learn 工具的案例，模型参数被假设为具有可以解释的含义。就像前面介绍过的那样，虽然这并不是一个介绍标准机器学习方法的案例，但是对模型的解释在其他模型中也会用到。

首先加载两个数据集，用日期作索引：

```
In[14]:
import pandas as pd
counts = pd.read_csv('fremont_hourly.csv', index_col='Date', parse_dates=True)
weather = pd.read_csv('599021.csv', index_col='DATE', parse_dates=True)
```

然后计算每一天的自行车流量，将结果放到一个新的 `DataFrame` 中：

```
In[15]: daily = counts.resample('d', how='sum')
        daily['Total'] = daily.sum(axis=1)
        daily = daily[['Total']] # remove other columns
```

在之前的分析中，我们发现同一周内每一天的模式都是不一样的。因此，我们在数据中加

上 7 列 0~1 值表示星期几：

```
In[16]: days = ['Mon', 'Tue', 'Wed', 'Thu', 'Fri', 'Sat', 'Sun']
        for i in range(7):
            daily[days[i]] = (daily.index.dayofweek == i).astype(float)
```

我们觉得骑车人数在节假日也有所变化。因此，再增加一列表示当天是否为节假日：

```
In[17]: from pandas.tseries.holiday import USFederalHolidayCalendar
        cal = USFederalHolidayCalendar()
        holidays = cal.holidays('2012', '2016')
        daily = daily.join(pd.Series(1, index=holidays, name='holiday'))
        daily['holiday'].fillna(0, inplace=True)
```

我们还认为白昼时间也会影响骑车人数。因此，用标准的天文计算来添加这列信息（如图 5-51 所示）：

```
In[18]: def hours_of_daylight(date, axis=23.44, latitude=47.61):
            """计算指定日期的白昼时间"""
            days = (date - pd.datetime(2000, 12, 21)).days
            m = (1. - np.tan(np.radians(latitude))
                 * np.tan(np.radians(axis) * np.cos(days * 2 * np.pi / 365.25)))
            return 24. * np.degrees(np.arccos(1 - np.clip(m, 0, 2))) / 180.

        daily['daylight_hrs'] = list(map(hours_of_daylight, daily.index))
        daily[['daylight_hrs']].plot();
```

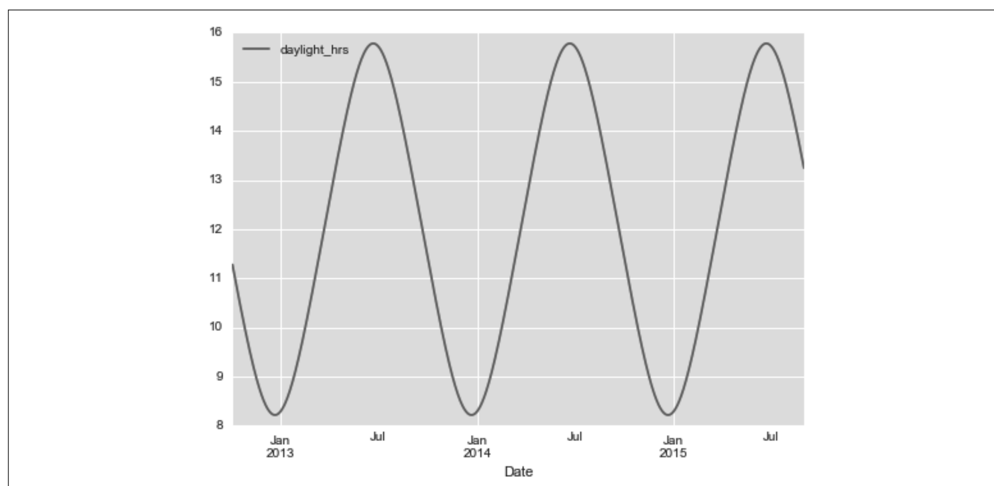


图 5-51：西雅图数据白昼时间可视化

我们还可以增加每一天的平均气温和总降雨量。除了降雨量的数值之外，再增加一个标记表示是否下雨（是否降雨量为 0）：

```
In[19]: # 温度是按照1/10摄氏度统计的，首先转换为摄氏度
        weather['TMIN'] /= 10
        weather['TMAX'] /= 10
        weather['Temp (C)'] = 0.5 * (weather['TMIN'] + weather['TMAX'])
```

```
    # 降雨量也是按照1/10mm统计的，转化为英寸
    weather['PRCP'] /= 254
    weather['dry day'] = (weather['PRCP'] == 0).astype(int)

    daily = daily.join(weather[['PRCP', 'Temp (C)', 'dry day']])
```

最后，增加一个从 1 开始递增的计数器，表示一年已经过去了多少天。这个特征可以让我们看到每一年自行车流量的增长或减少：

```
In[20]: daily['annual'] = (daily.index - daily.index[0]).days / 365.
```

数据已经准备就绪，来看看前几行：

```
In[21]: daily.head()

Out[21]:
            Total  Mon  Tue  Wed  Thu  Fri  Sat  Sun  holiday  daylight_hrs  \\
Date
2012-10-03   3521    0    0    1    0    0    0    0        0     11.277359
2012-10-04   3475    0    0    0    1    0    0    0        0     11.219142
2012-10-05   3148    0    0    0    0    1    0    0        0     11.161038
2012-10-06   2006    0    0    0    0    0    1    0        0     11.103056
2012-10-07   2142    0    0    0    0    0    0    1        0     11.045208

            PRCP  Temp (C)  dry day    annual
Date
2012-10-03     0     13.35        1  0.000000
2012-10-04     0     13.60        1  0.002740
2012-10-05     0     15.30        1  0.005479
2012-10-06     0     15.85        1  0.008219
2012-10-07     0     15.85        1  0.010959
```

有了这些数据之后，就可以选择需要使用的列，然后对数据建立线性回归模型。我们不在模型中使用截距，而是设置 `fit_intercept = False`，因为每一天的总流量（`Total` 字段）基本上可以作为当天的截距 [4]：

```
In[22]:
column_names = ['Mon', 'Tue', 'Wed', 'Thu', 'Fri', 'Sat', 'Sun', 'holiday',
                'daylight_hrs', 'PRCP', 'dry day', 'Temp (C)', 'annual']
X = daily[column_names]
y = daily['Total']

model = LinearRegression(fit_intercept=False)
model.fit(X, y)
daily['predicted'] = model.predict(X)
```

最后，对比自行车真实流量（`Total` 字段）与预测流量（`predicted` 字段）（如图 5-52 所示）：

```
In[23]: daily[['Total', 'predicted']].plot(alpha=0.5);
```

注 4：其实此线性回归模型使用截距，即设置 `fit_intercept = True`，拟合结果也不变。——译者注

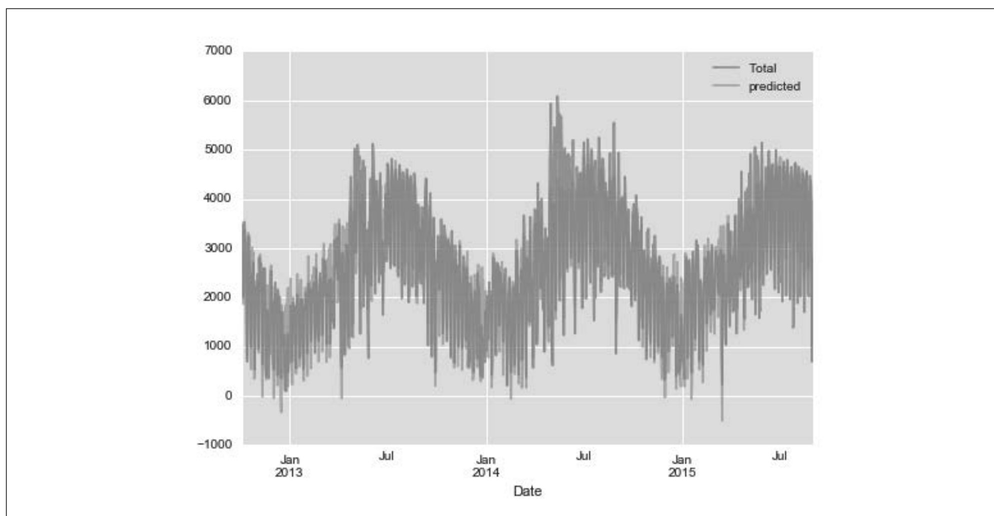


图 5-52：回归模型预测的自行车流量

显然，我们丢失了一些关键特征，尤其是夏天的预测数据。要么是由于特征没有收集全（即可能还有其他因素会影响人们是否骑车），要么是有一些非线性关系我们没有考虑到（例如，可能人们在温度过高或过低时都不愿意骑车）。但是，这个近似解已经足以说明问题。下面让我们看看模型的系数，评估各个特征对每日自行车流量的影响：

```
In[24]: params = pd.Series(model.coef_, index=X.columns)
        params

Out[24]: Mon             503.797330
         Tue             612.088879
         Wed             591.611292
         Thu             481.250377
         Fri             176.838999
         Sat           -1104.321406
         Sun           -1134.610322
         holiday       -1187.212688
         daylight_hrs    128.873251
         PRCP           -665.185105
         dry day         546.185613
         Temp (C)         65.194390
         annual           27.865349
         dtype: float64
```

如果不对这些数据的不确定性进行评估，那么它们很难具有解释力。可以用自举重采样方法快速计算数据的不确定性：

```
In[25]: from sklearn.utils import resample
        np.random.seed(1)
        err = np.std([model.fit(*resample(X, y)).coef_
                      for i in range(1000)], 0)
```

有了估计误差之后，再来看这些结果：

```
In[26]: print(pd.DataFrame({'effect': params.round(0),
                            'error': err.round(0)}))

              effect  error
Mon              504     85
Tue              612     82
Wed              592     82
Thu              481     85
Fri              177     81
Sat            -1104     79
Sun            -1135     82
holiday        -1187    164
daylight_hrs     129      9
PRCP            -665     62
dry day          546     33
Temp (C)          65      4
annual            28     18
```

首先，星期特征是比较稳定的，工作日骑车的人数显然比周末和节假日要多。其次，白昼时间每增加 1 小时，就平均增加 129 ± 9 个骑车的人；而温度每上升 1 度，则增加 65 ± 4 个骑车的人；如果那天没下雨，那么骑车人数增加 546 ± 33 人；降雨量每增加 1 英寸，骑车人数减少 665 ± 62 人。当所有影响因素都生效之后，一年中每多一天骑车人数增加（日环比增幅）28 ± 18 人。

我们的模型的确丢失了一些重要信息。例如，变量的非线性影响因素（例如降雨**和**寒冷天气的影响）和非线性趋势（例如人们在温度过高或过低时可能都不愿意骑车）在模型中都没有体现。另外，我们丢掉了一些细颗粒度的数据（例如下雨天的早晨和下雨天的傍晚之间的差异），还忽略了相邻日期彼此间的相关性（例如下雨的星期二对星期三骑车人数的影响，或者滂沱大雨之后意外的雨过天晴对骑车人数的影响），这些都可能对骑车人数产生影响。现在你手上已经有了工具，如果愿意，可以进一步进行分析。

5.7 专题：支持向量机

支持向量机（support vector machine，SVM）是非常强大、灵活的有监督学习算法，既可用于分类，也可用于回归。在本节中，我们将介绍支持向量机的原理，并用它解决分类问题。首先还是导入需要用的程序库：

```
In[1]: %matplotlib inline
       import numpy as np
       import matplotlib.pyplot as plt
       from scipy import stats

       # 用Seaborn画图
       import seaborn as sns; sns.set()
```

5.7.1　支持向量机的由来

在前面介绍贝叶斯分类器（详情请参见 5.5 节）时，我们首先对每个类进行了随机分布的假设，然后用生成的模型估计新数据点的标签。那是**生成分类**方法，这里将介绍**判别分类**方法：不再为每类数据建模，而是用一条分割线（二维空间中的直线或曲线）或者流形体（多维空间中的曲线、曲面等概念的推广）将各种类型分割开。

下面用一个简单的分类示例来演示，其中两种类型的数据可以被清晰地分割开（如图 5-53 所示）：

```
In[2]: from sklearn.datasets.samples_generator import make_blobs
       X, y = make_blobs(n_samples=50, centers=2,
                         random_state=0, cluster_std=0.60)
       plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=y, s=50, cmap='autumn');
```

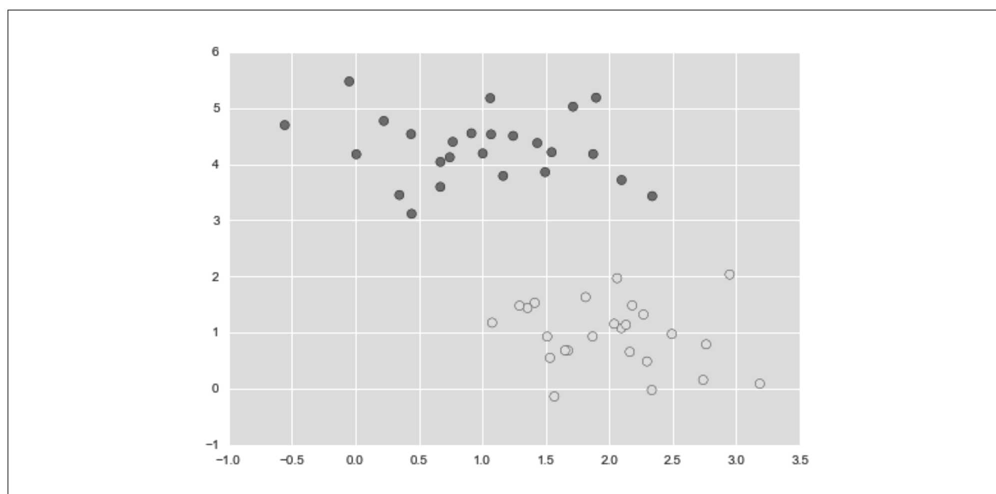


图 5-53：简易分类数据

这个线性判别分类器尝试画一条将数据分成两部分的直线，这样就构成了一个分类模型。对于上图的二维数据来说，这个任务其实可以手动完成。但是我们马上发现一个问题：在这两种类型之间，有不止一条直线可以将它们完美分割。

可以把它们画出来看看（如图 5-54 所示）：

```
In[3]: xfit = np.linspace(-1, 3.5)
       plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=y, s=50, cmap='autumn')
       plt.plot([0.6], [2.1], 'x', color='red', markeredgewidth=2, markersize=10)

       for m, b in [(1, 0.65), (0.5, 1.6), (-0.2, 2.9)]:
           plt.plot(xfit, m * xfit + b, '-k')

       plt.xlim(-1, 3.5);
```

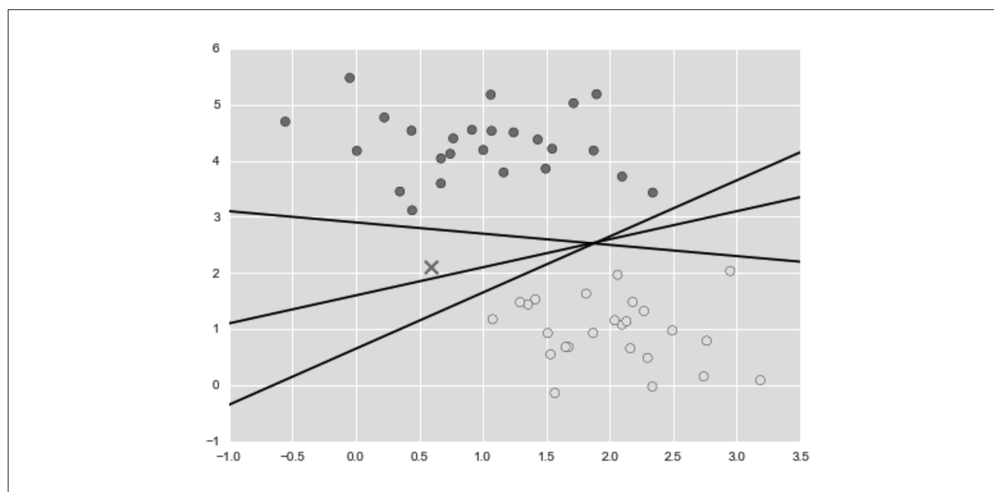


图 5-54：三条完美的线性判别分类器

虽然这三个**不同的**分割器都能完美地判别这些样本，但是选择不同的分割线，可能会让新的数据点（例如图 5-54 中的“X”点）分配到不同的标签。显然，“画一条分割不同类型的直线”还不够，我们需要进一步思考。

5.7.2 支持向量机：边界最大化

支持向量机提供了改进这个问题的方法，它直观的解释是：不再画一条细线来区分类型，而是画一条到最近点**边界**、有宽度的线条。具体形式如下面的示例所示（如图 5-55 所示）：

```
In[4]:
xfit = np.linspace(-1, 3.5)
plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=y, s=50, cmap='autumn')

for m, b, d in [(1, 0.65, 0.33), (0.5, 1.6, 0.55), (-0.2, 2.9, 0.2)]:
    yfit = m * xfit + b
    plt.plot(xfit, yfit, '-k')
    plt.fill_between(xfit, yfit - d, yfit + d, edgecolor='none', color='#AAAAAA',
                     alpha=0.4)

plt.xlim(-1, 3.5);
```

在支持向量机中，选择边界最大的那条线是模型最优解。支持向量机其实就是一个**边界最大化**评估器。

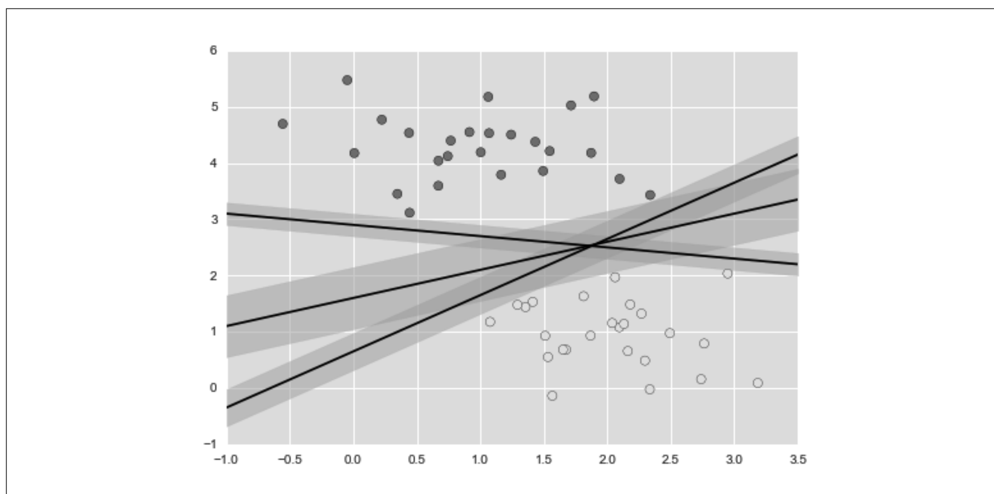


图 5-55：带“边界”的判别分类器

1. 拟合支持向量机

来看看这个数据的真实拟合结果：用 Scikit-Learn 的支持向量机分类器在数据上训练一个 SVM 模型。这里用一个线性核函数，并将参数 C 设置为一个很大的数（后面会介绍这些设置的意义）：

```
In[5]: from sklearn.svm import SVC # "Support vector classifier"
       model = SVC(kernel='linear', C=1E10)
       model.fit(X, y)

Out[5]: SVC(C=10000000000.0, cache_size=200, class_weight=None, coef0=0.0,
          decision_function_shape=None, degree=3, gamma='auto', kernel='linear',
          max_iter=-1, probability=False, random_state=None, shrinking=True,
          tol=0.001, verbose=False)
```

为了实现更好的可视化分类效果，创建一个辅助函数画出 SVM 的决策边界（如图 5-56 所示）：

```
In[6]: def plot_svc_decision_function(model, ax=None, plot_support=True):
           """画二维SVC的决策函数"""
           if ax is None:
               ax = plt.gca()
           xlim = ax.get_xlim()
           ylim = ax.get_ylim()

           # 创建评估模型的网格
           x = np.linspace(xlim[0], xlim[1], 30)
           y = np.linspace(ylim[0], ylim[1], 30)
           Y, X = np.meshgrid(y, x)
           xy = np.vstack([X.ravel(), Y.ravel()]).T
           P = model.decision_function(xy).reshape(X.shape)

           # 画决策边界和边界
           ax.contour(X, Y, P, colors='k',
```

```
                    levels=[-1, 0, 1], alpha=0.5,
                    linestyles=['--', '-', '--'])

        # 画支持向量
        if plot_support:
            ax.scatter(model.support_vectors_[:, 0],
                       model.support_vectors_[:, 1],
                       s=300, linewidth=1, facecolors='none');
        ax.set_xlim(xlim)
        ax.set_ylim(ylim)

In[7]: plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=y, s=50, cmap='autumn')
       plot_svc_decision_function(model);
```

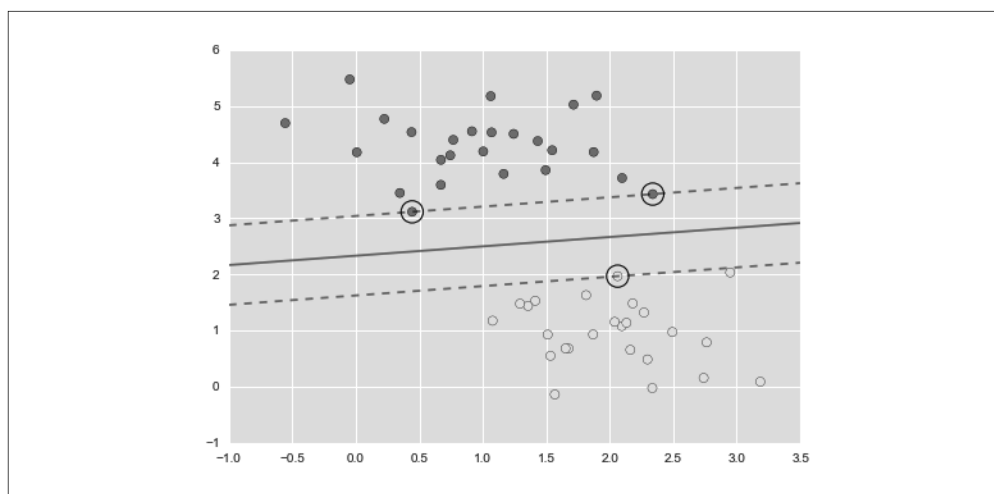


图 5-56：带边界线（虚线）和支持向量（圆圈）的支持向量机分类器拟合数据结果

这就是两类数据间隔最大的分割线。你会发现有一些点正好就在边界线上，在图 5-56 中用黑圆圈表示。这些点是拟合的关键支持点，被称为**支持向量**，支持向量机算法也因此得名。在 Scikit-Learn 里面，支持向量的坐标存放在分类器的 `support_vectors_` 属性中：

```
In[8]: model.support_vectors_

Out[8]: array([[ 0.44359863,  3.11530945],
               [ 2.33812285,  3.43116792],
               [ 2.06156753,  1.96918596]])
```

分类器能够成功拟合的关键因素，就是这些支持向量的位置——任何在正确分类一侧远离边界线的点都不会影响拟合结果！从技术角度解释的话，是因为这些点不会对拟合模型的损失函数产生任何影响，所以只要它们没有跨越边界线，它们的位置和数量就都无关紧要。

例如，可以分别画出数据集前 60 个点和前 120 个点的拟合结果，并进行对比（如图 5-57 所示）：

```
In[9]: def plot_svm(N=10, ax=None):
           X, y = make_blobs(n_samples=N, centers=2,
                             random_state=0, cluster_std=0.60)
           X = X[:N]
           y = y[:N]
           model = SVC(kernel='linear', C=1E10)
           model.fit(X, y)

           ax = ax or plt.gca()
           ax.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=y, s=50, cmap='autumn')
           ax.set_xlim(-1, 4)
           ax.set_ylim(-1, 6)
           plot_svc_decision_function(model, ax)

       fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(16, 6))
       fig.subplots_adjust(left=0.0625, right=0.95, wspace=0.1)
       for axi, N in zip(ax, [60, 120]):
           plot_svm(N, axi)
           axi.set_title('N = {0}'.format(N))
```

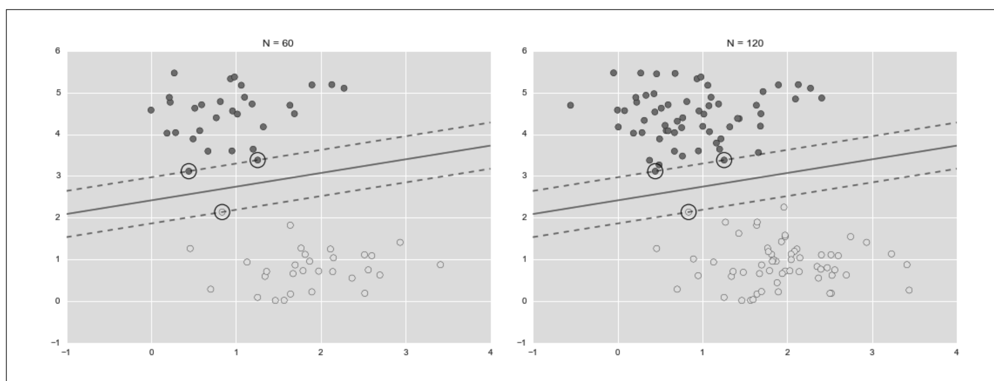


图 5-57：新训练数据点对 SVM 模型的影响

我们在左图中看到的是前 60 个训练样本的模型和支持向量。在右图中，虽然我们画了前 120 个训练样本的支持向量，但是模型并没有改变：左图中的 3 个支持向量仍然适用于右图。这种对远离边界的数据点不敏感的特点正是 SVM 模型的优点之一。

如果你正在运行 Notebook，可以用 IPython 的交互组件动态观察 SVM 模型的这个特点（如图 5-58 所示）：

```
In[10]: from ipywidgets import interact, fixed
        interact(plot_svm, N=[10, 200], ax=fixed(None));
```

2. 超越线性边界：核函数SVM模型

将 SVM 模型与**核函数**组合使用，功能会非常强大。我们在 5.6 节介绍基函数回归时介绍过一些核函数。那时，我们将数据投影到多项式和高斯基函数定义的高维空间中，从而实现用线性分类器拟合非线性关系。

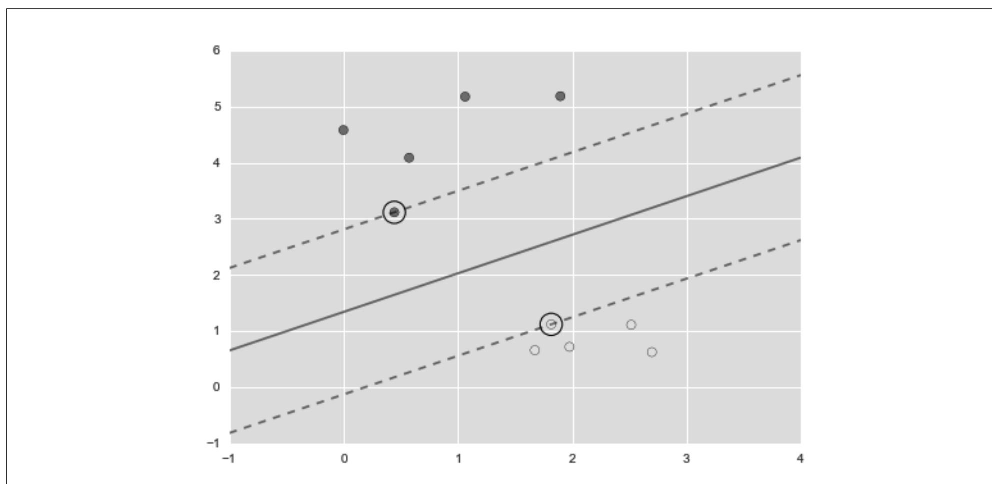


图 5-58：SVM 模型可视化的第一帧画面（详情请参考 Github 上的完整在线附录，https://github.com/jakevdp/PythonDataScienceHandbook）

在 SVM 模型中，我们可以沿用同样的思路。为了应用核函数，引入一些非线性可分的数据（如图 5-59 所示）：

```
In[11]: from sklearn.datasets.samples_generator import make_circles
        X, y = make_circles(100, factor=.1, noise=.1)

        clf = SVC(kernel='linear').fit(X, y)

        plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=y, s=50, cmap='autumn')
        plot_svc_decision_function(clf, plot_support=False);
```

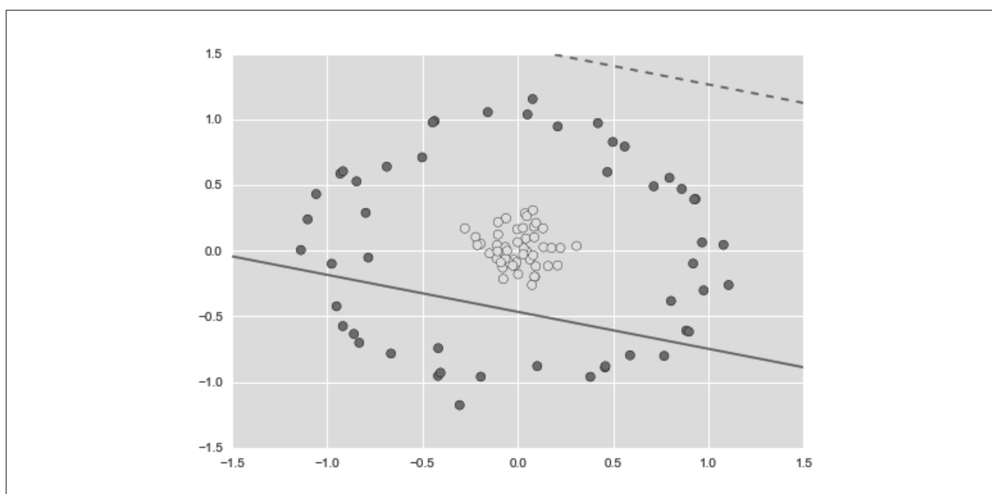


图 5-59：用线性分类器处理非线性边界的效果

显然，这里需要用非线性判别方法来分割数据。回顾一下 5.6 节介绍的基函数回归方法，想想如何将数据投影到高维空间，从而使线性分割器**可以**派上用场。例如，一种简单的投影方法就是计算一个以数据圆圈（middle clump）为中心的**径向基函数**：

```
In[12]: r = np.exp(-(X ** 2).sum(1))
```

可以通过三维图来可视化新增的维度——如果你正在运行 Notebook，就可以用滑块变换观察角度（如图 5-60 所示）：

```
In[13]: from mpl_toolkits import mplot3d

        def plot_3D(elev=30, azim=30, X=X, y=y):
            ax = plt.subplot(projection='3d')
            ax.scatter3D(X[:, 0], X[:, 1], r, c=y, s=50, cmap='autumn')
            ax.view_init(elev=elev, azim=azim)
            ax.set_xlabel('x')
            ax.set_ylabel('y')
            ax.set_zlabel('r')

        interact(plot_3D, elev=[-90, 90], azip=(-180, 180),
                 X=fixed(X), y=fixed(y));
```

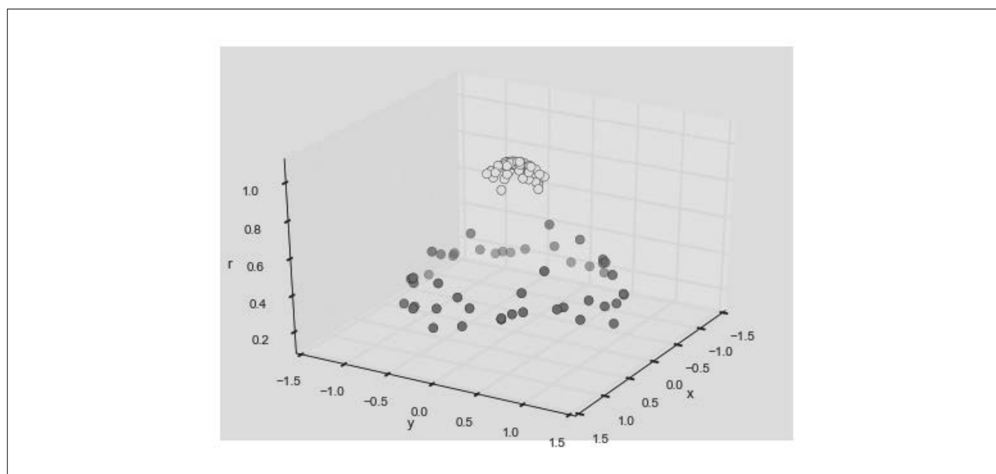


图 5-60：可以进行线性分割的第三个维度

增加新维度之后，数据变成了线性可分状态。如果现在画一个分割平面，例如 $r = 0.7$，即可将数据分割。

我们还需要仔细选择和优化投影方式；如果不能将径向基函数集中到正确的位置，那么就得不到如此干净、可分割的结果。通常，选择基函数比较困难，我们需要让模型自动指出最合适的基函数。

一种策略是计算基函数在数据集上**每个**点的变换结果，让 SVM 算法从所有结果中筛选出最优解。这种基函数变换方式被称为**核变换**，是基于每对数据点之间的相似度（或者核函数）计算的。

这种策略的问题是，如果将 N 个数据点投影到 N 维空间，当 N 不断增大的时候就会出现维度灾难，计算量巨大。但由于**核函数技巧**（http://bit.ly/2fStZeA）提供的小程序可以隐式计算核变换数据的拟合，也就是说，不需要建立完全的 N 维核函数投影空间！这个核函数技巧内置在 SVM 模型中，是使 SVM 方法如此强大的充分条件。

在 Scikit-Learn 里面，我们可以应用核函数化的 SVM 模型将线性核转变为 RBF（径向基函数）核，设置 `kernel` 模型超参数即可（如图 5-61 所示）：

```
In[14]: clf = SVC(kernel='rbf', C=1E6)
        clf.fit(X, y)

Out[14]: SVC(C=1000000.0, cache_size=200, class_weight=None, coef0=0.0,
           decision_function_shape=None, degree=3, gamma='auto', kernel='rbf',
           max_iter=-1, probability=False, random_state=None, shrinking=True,
           tol=0.001, verbose=False)

In[15]: plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=y, s=50, cmap='autumn')
        plot_svc_decision_function(clf)
        plt.scatter(clf.support_vectors_[:, 0], clf.support_vectors_[:, 1],
                    s=300, lw=1, facecolors='none');
```

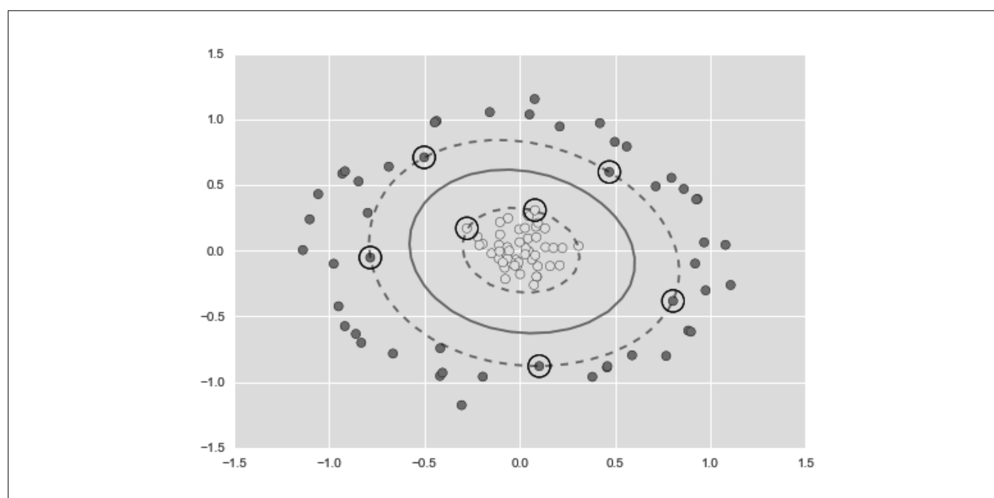


图 5-61：核函数化的 SVM 模型拟合数据

通过使用这个核函数化的支持向量机，我们找到了一条合适的非线性决策边界。在机器学习中，核变换策略经常用于将快速线性方法变换成快速非线性方法，尤其是对于那些可以应用核函数技巧的模型。

3. SVM优化：软化边界

到目前为止，我们介绍的模型都是在处理非常干净的数据集，里面都有非常完美的决策边界。但如果你的数据有一些重叠该怎么办呢？例如，有如下所示一些数据（如图 5-62 所示）：

```
In[16]: X, y = make_blobs(n_samples=100, centers=2,
                          random_state=0, cluster_std=1.2)
        plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=y, s=50, cmap='autumn');
```

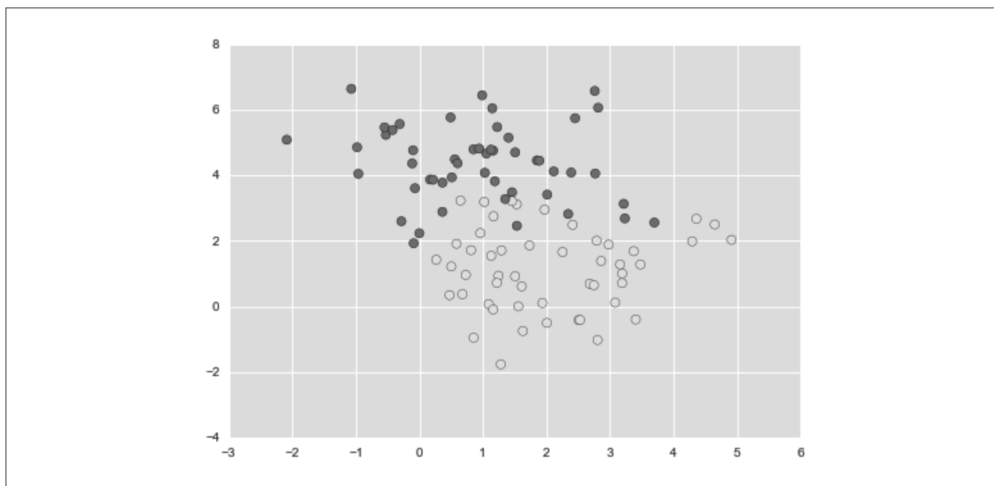


图 5-62：有重叠的数据

为了解决这个问题，SVM 实现了一些修正因子来“软化”边界。为了取得更好的拟合效果，它允许一些点位于边界线之内。边界线的硬度可以通过超参数进行控制，通常是 C。如果 C 很大，边界就会很硬，数据点便不能在边界内“生存”；如果 C 比较小，边界线比较软，有一些数据点就可以穿越边界线。

图 5-63 显示了不同参数 C 通过软化边界线，对拟合效果产生的影响：

```
In[17]: X, y = make_blobs(n_samples=100, centers=2,
                          random_state=0, cluster_std=0.8)

        fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(16, 6))
        fig.subplots_adjust(left=0.0625, right=0.95, wspace=0.1)

        for axi, C in zip(ax, [10.0, 0.1]):
            model = SVC(kernel='linear', C=C).fit(X, y)
            axi.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=y, s=50, cmap='autumn')
            plot_svc_decision_function(model, axi)
            axi.scatter(model.support_vectors_[:, 0],
                        model.support_vectors_[:, 1],
                        s=300, lw=1, facecolors='none');
            axi.set_title('C = {0:.1f}'.format(C), size=14)
```

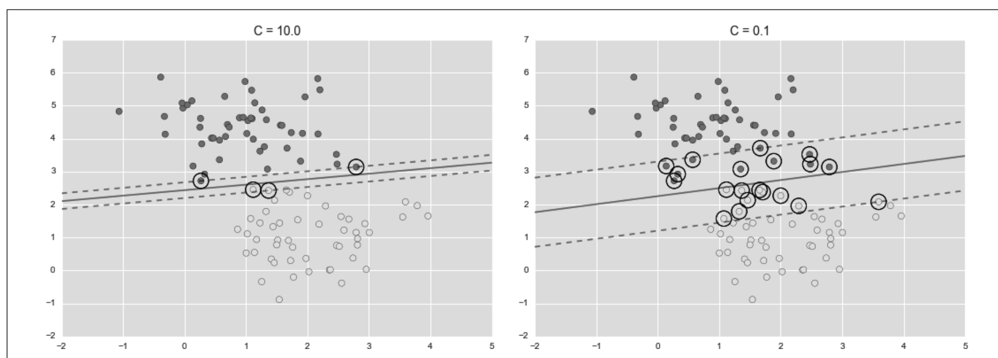


图 5-63：不同参数 C 的支持向量机拟合效果

参数 C 的最优值视数据集的具体情况而定，通过交叉检验或者类似的程序进行计算（详情请参见 5.3 节）。

5.7.3　案例：人脸识别

我们用人脸识别案例来演示支持向量机的实战过程。这里用 Wild 数据集中带标记的人脸图像，里面包含了数千张公开的人脸照片。Scikit-Learn 内置了获取照片数据集的功能：

```
In[18]: from sklearn.datasets import fetch_lfw_people
        faces = fetch_lfw_people(min_faces_per_person=60)
        print(faces.target_names)
        print(faces.images.shape)

['Ariel Sharon' 'Colin Powell' 'Donald Rumsfeld' 'George W Bush'
 'Gerhard Schroeder' 'Hugo Chavez' 'Junichiro Koizumi' 'Tony Blair']
(1348, 62, 47)
```

画一些人脸，看看需要处理的数据（如图 5-64 所示）：

```
In[19]: fig, ax = plt.subplots(3, 5)
        for i, axi in enumerate(ax.flat):
            axi.imshow(faces.images[i], cmap='bone')
            axi.set(xticks=[], yticks=[],
                    xlabel=faces.target_names[faces.target[i]])
```

每个图像包含 [62×47]、接近 3000 像素。虽然可以简单地将每个像素作为一个特征，但是更高效的方法通常是使用预处理器来提取更有意义的特征。这里使用主成分分析（详情请参见 5.9 节）来提取 150 个基本元素，然后将其提供给支持向量机分类器。可以将这个预处理器和分类器打包成管道：

```
In[20]: from sklearn.svm import SVC
        from sklearn.decomposition import RandomizedPCA
        from sklearn.pipeline import make_pipeline

        pca = RandomizedPCA(n_components=150, whiten=True, random_state=42)
        svc = SVC(kernel='rbf', class_weight='balanced')
        model = make_pipeline(pca, svc)
```

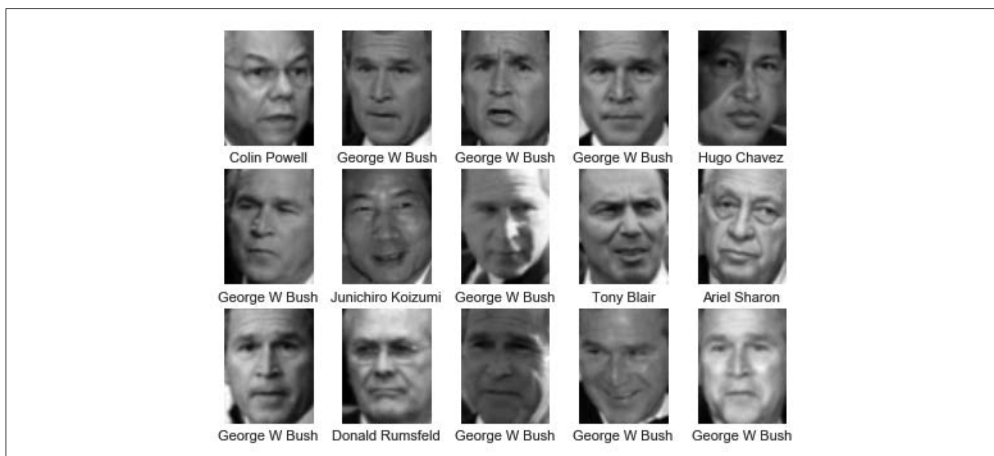


图 5-64：Wild 数据集中带标记的人脸图像

为了测试分类器的训练效果，将数据集分解成训练集和测试集进行交叉检验：

```
In[21]: from sklearn.cross_validation import train_test_split
        Xtrain, Xtest, ytrain, ytest = train_test_split(faces.data, faces.target,
                                                        random_state=42)
```

最后，用网格搜索交叉检验来寻找最优参数组合。通过不断调整参数 C（控制边界线的硬度）和参数 gamma（控制径向基函数核的大小），确定最优模型：

```
In[22]: from sklearn.grid_search import GridSearchCV
        param_grid = {'svc__C': [1, 5, 10, 50],
                      'svc__gamma': [0.0001, 0.0005, 0.001, 0.005]}
        grid = GridSearchCV(model, param_grid)

        %time grid.fit(Xtrain, ytrain)
        print(grid.best_params_)

CPU times: user 47.8 s, sys: 4.08 s, total: 51.8 s
Wall time: 26 s
{'svc__gamma': 0.001, 'svc__C': 10}
```

最优参数最终落在了网格的中间位置。如果它们落在了边缘位置，我们可能就需要扩展网格搜索范围，确保最优参数可以被搜索到。

有了交叉检验的模型，现在就可以对测试集的数据进行预测了：

```
In[23]: model = grid.best_estimator_
        yfit = model.predict(Xtest)
```

将一些测试图片与预测图片进行对比（如图 5-65 所示）：

```
In[24]: fig, ax = plt.subplots(4, 6)
        for i, axi in enumerate(ax.flat):
            axi.imshow(Xtest[i].reshape(62, 47), cmap='bone')
            axi.set(xticks=[], yticks=[])
```

```
        axi.set_ylabel(faces.target_names[yfit[i]].split()[-1],
                       color='black' if yfit[i] == ytest[i] else 'red')
    fig.suptitle('Predicted Names; Incorrect Labels in Red', size=14);
```

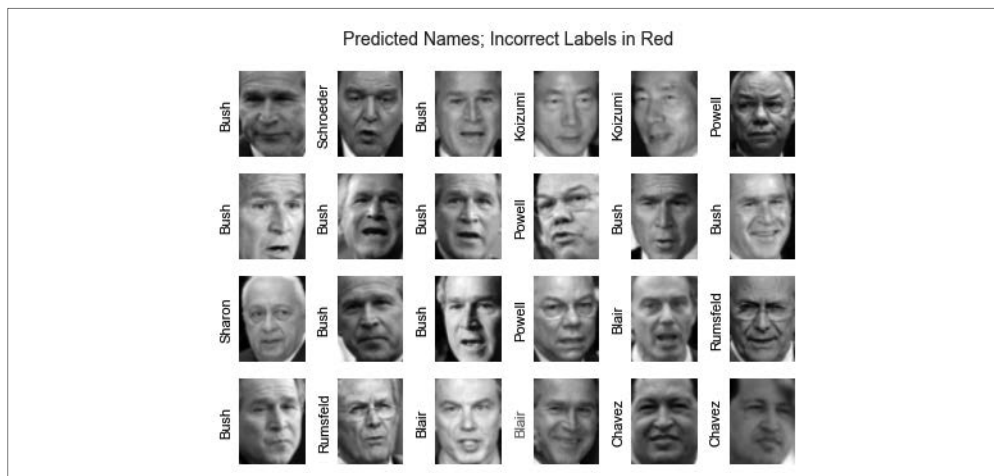


图 5-65：模型预测标签

在这个小样本中，我们的最优评估器只判断错了一张照片（最后一行中布什的照片被误判为布莱尔）。我们可以打印分类效果报告，它会列举每个标签的统计结果，从而对评估器的性能有更全面的认识：

```
In[25]: from sklearn.metrics import classification_report
        print(classification_report(ytest, yfit,
                                    target_names=faces.target_names))

                   precision    recall  f1-score   support

     Ariel Sharon       0.65      0.73      0.69        15
     Colin Powell       0.81      0.87      0.84        68
  Donald Rumsfeld       0.75      0.87      0.81        31
    George W Bush       0.93      0.83      0.88       126
Gerhard Schroeder       0.86      0.78      0.82        23
      Hugo Chavez       0.93      0.70      0.80        20
Junichiro Koizumi       0.80      1.00      0.89        12
       Tony Blair       0.83      0.93      0.88        42

      avg / total       0.85      0.85      0.85       337
```

还可以画出这些标签的混淆矩阵（如图 5-66 所示）：

```
In[26]: from sklearn.metrics import confusion_matrix
        mat = confusion_matrix(ytest, yfit)
        sns.heatmap(mat.T, square=True, annot=True, fmt='d', cbar=False,
                    xticklabels=faces.target_names,
                    yticklabels=faces.target_names)
        plt.xlabel('true label')
        plt.ylabel('predicted label');
```

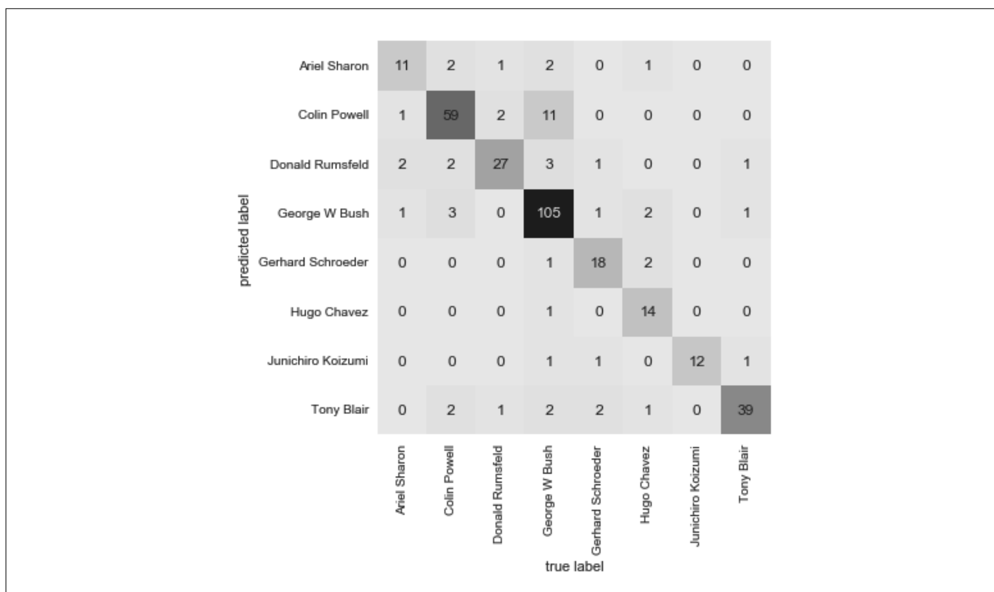


图 5-66：人脸数据混淆矩阵

这幅图可以帮助我们清晰地判断哪些标签容易被分类器误判。

真实环境中的人脸识别问题的照片通常不会被切割得这么整齐（即使像素相同），两类人脸分类机制的唯一差别其实是特征选择：你需要用更复杂的算法找到人脸，然后提取图片中与像素化无关的人脸特征。这类问题有一个不错的解决方案，就是用 OpenCV（http://opencv.org）配合其他手段，包括最先进的通用图像和人脸图像的特征提取工具，来获取人脸特征数据。

5.7.4　支持向量机总结

前面已经简单介绍了支持向量机的基本原则。支持向量机是一种强大的分类方法，主要有四点理由。

- 模型依赖的支持向量比较少，说明它们都是非常精致的模型，消耗内存少。
- 一旦模型训练完成，预测阶段的速度非常快。
- 由于模型只受边界线附近的点的影响，因此它们对于高维数据的学习效果非常好——即使训练比样本维度还高的数据也没有问题，而这是其他算法难以企及的。
- 与核函数方法的配合极具通用性，能够适用不同类型的数据。

但是，SVM 模型也有一些缺点。

- 随着样本量 N 的不断增加，最差的训练时间复杂度会达到 $\mathcal{O}[N^3]$；经过高效处理后，也只能达到 $\mathcal{O}[N^2]$。因此，大样本学习的计算成本会非常高。
- 训练效果非常依赖于边界软化参数 C 的选择是否合理。这需要通过交叉检验自行搜索；当数据集较大时，计算量也非常大。

- 预测结果不能直接进行概率解释。这一点可以通过内部交叉检验进行评估（具体请参见 `SVC` 的 `probability` 参数的定义），但是评估过程的计算量也很大。

由于这些限制条件的存在，我通常只会在其他简单、快速、调优难度小的方法不能满足需求时，才会选择支持向量机。但是，如果你的计算资源足以支撑 SVM 对数据集的训练和交叉检验，那么用它一定能获得极好的效果。

5.8 专题：决策树与随机森林

前文详细介绍了一个简单的分类器（朴素贝叶斯分类器，详情请参见 5.5 节），以及一个强大的判别分类器（支持向量机，详情请参见 5.7 节）。下面将介绍另一种强大的算法——无参数算法**随机森林**。随机森林是一种**集成**方法，通过集成多个比较简单的评估器形成累积效果。这种集成方法的学习效果经常出人意料，往往能超过各个组成部分的总和；也就是说，若干评估器的多数投票（majority vote）的最终效果往往优于单个评估器投票的效果！后面将通过示例来演示，首先还是导入标准的程序库：

```
In[1]: %matplotlib inline
       import numpy as np
       import matplotlib.pyplot as plt
       import seaborn as sns; sns.set()
```

5.8.1 随机森林的诱因：决策树

随机森林是建立在决策树基础上的**集成学习器**。因此，首先来介绍一下决策树。

决策树采用非常直观的方式对事物进行分类或打标签：你只需问一系列问题就可以进行分类了。例如，如果你想建一棵决策树来判断旅行时遇到的一只动物的种类，你就可以提出如图 5-67 所示的问题。

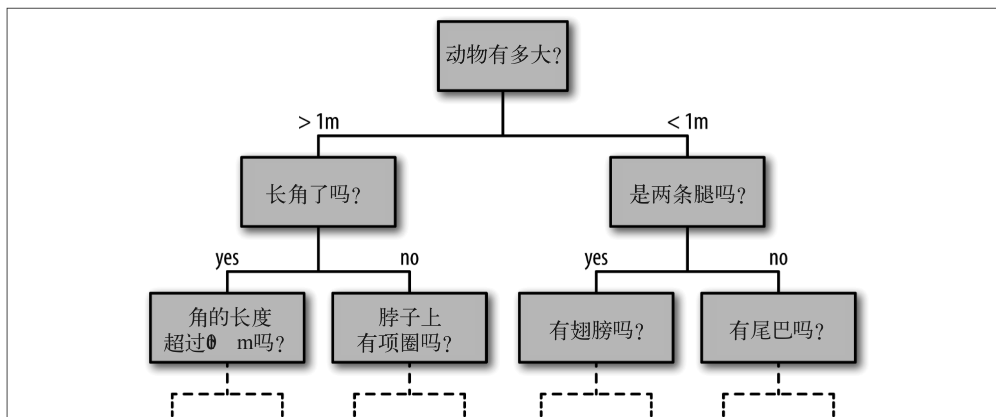


图 5-67：二叉决策树

二叉树分支方法可以非常有效地进行分类：在一棵结构合理的决策树中，每个问题基本上都可将种类可能性减半；即使是对大量种类进行决策时，也可以很快地缩小选择范围。

不过，决策树的难点在于如何设计每一步的问题。在实现决策树的机器学习算法中，问题通常因分类边界是与特征轴平行[5]的形式分割数据而造成的；也就是说，决策树的每个节点都根据一个特征的阈值将数据分成两组。下面通过示例来演示。

1. 创建一棵决策树

看看下面的二维数据，它一共有四种标签（如图 5-68 所示）：

```
In[2]: from sklearn.datasets import make_blobs

       X, y = make_blobs(n_samples=300, centers=4,
                         random_state=0, cluster_std=1.0)
       plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=y, s=50, cmap='rainbow');
```

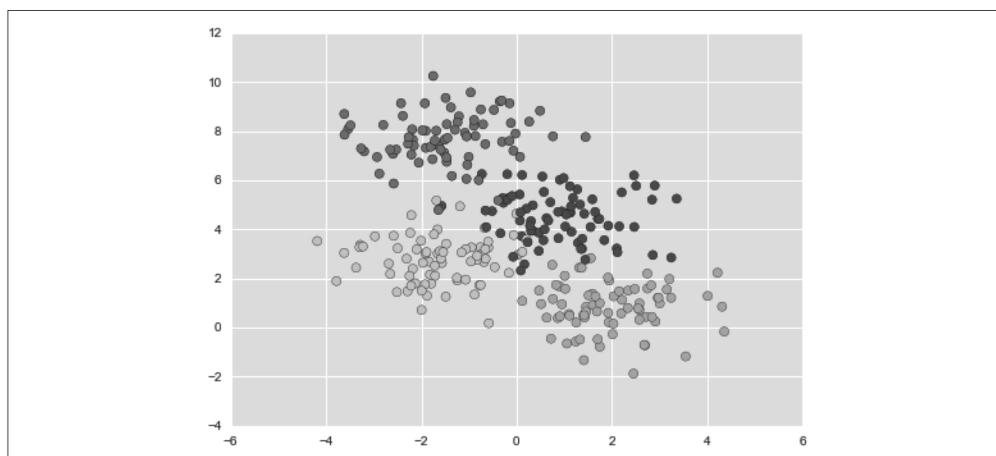


图 5-68：决策树分类器数据

在这组数据上构建的简单决策树不断将数据的一个特征或另一个特征按照某种判定条件进行分割。每分割一次，都将新区域内点的多数投票结果标签分配到该区域上。图 5-69 展示了决策树对这组数据前四次分割的可视化结果。

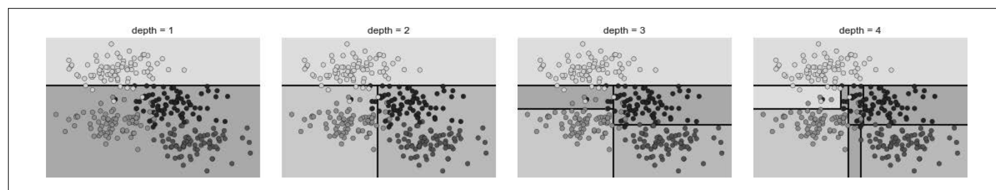


图 5-69：决策树分割数据的过程

需要注意的是，在第一次分割之后，上半个分支里的所有数据点都没有变化，因此这个分支不需要继续分割。除非一个节点只包含一种颜色，那么每次分割都需要按照两种特征中的一种对**每个**区域进行分割。

注 5：其实也有多变量决策树可以获得多特征线性组合的决策边界。——译者注

如果想在 Scikit-Learn 中使用决策树拟合数据，可以用 DecisionTreeClassifier 评估器：

```
In[3]: from sklearn.tree import DecisionTreeClassifier
       tree = DecisionTreeClassifier().fit(X, y)
```

快速写一个辅助函数，对分类器的结果进行可视化：

```
In[4]: def visualize_classifier(model, X, y, ax=None, cmap='rainbow'):
           ax = ax or plt.gca()

           # 画出训练数据
           ax.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=y, s=30, cmap=cmap,
                      clim=(y.min(), y.max()), zorder=3)
           ax.axis('tight')
           ax.axis('off')
           xlim = ax.get_xlim()
           ylim = ax.get_ylim()

           # 用评估器拟合数据
           model.fit(X, y)
           xx, yy = np.meshgrid(np.linspace(*xlim, num=200),
                                np.linspace(*ylim, num=200))
           Z = model.predict(np.c_[xx.ravel(), yy.ravel()]).reshape(xx.shape)

           # 为结果生成彩色图
           n_classes = len(np.unique(y))
           contours = ax.contourf(xx, yy, Z, alpha=0.3,
                                  levels=np.arange(n_classes + 1) - 0.5,
                                  cmap=cmap, clim=(y.min(), y.max()),
                                  zorder=1)

           ax.set(xlim=xlim, ylim=ylim)
```

现在就可以检查决策树分类的结果了（如图 5-70 所示）：

```
In[5]: visualize_classifier(DecisionTreeClassifier(), X, y)
```

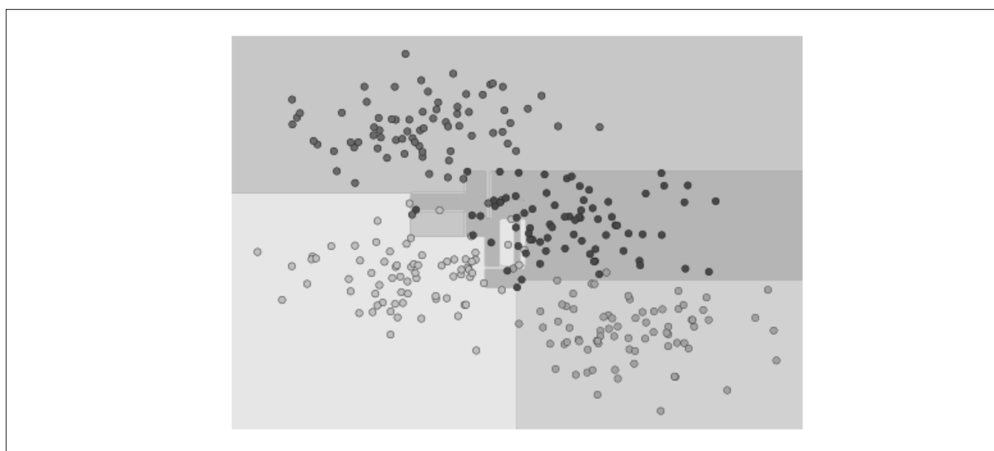


图 5-70：决策树分类可视化

如果你正在运行 Notebook，那么可以用在线附录（https://github.com/jakevdp/PythonDataScienceHandbook）里的辅助脚本（helpers_05_08.py）来生成决策树创建过程的交互式可视化（如图 5-71 所示）：

```
In[6]: # helpers_05_08.py文件位于在线附录
       # (https://github.com/jakevdp/PythonDataScienceHandbook)
       import helpers_05_08
       helpers_05_08.plot_tree_interactive(X, y);
```

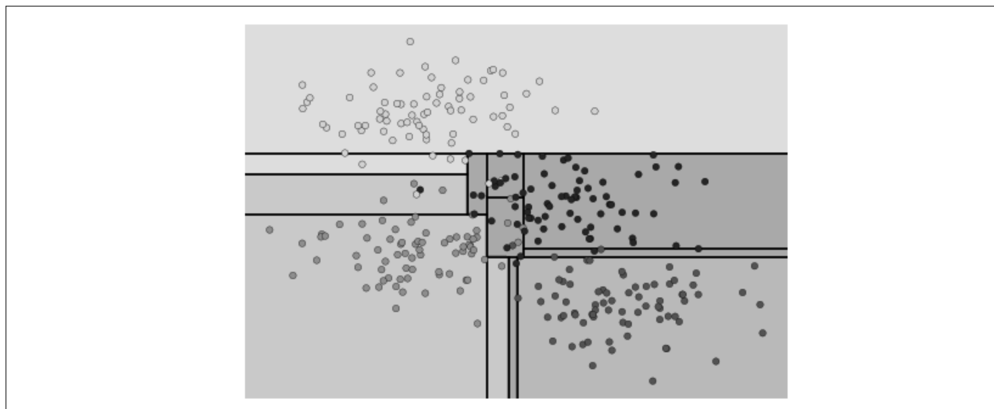


图 5-71：交互式决策树组件的第一帧画面，完整内容请参见在线附录（https://github.com/jakevdp/PythonDataScienceHandbook）

请注意，随着决策树深度的不断增加，我们可能会看到形状非常奇怪的分类区域。例如，在深度为 5 的时候，在黄色与蓝色区域中间有一个狭长的浅紫色区域。这显然不是根据数据本身的分布情况生成的正确分类结果，而更像是一个特殊的数据样本或数据噪音形成的干扰结果。也就是说，这棵决策树刚刚分到第 5 层，数据就出现了过拟合。

2. 决策树与过拟合

这种过拟合其实正是决策树的一般属性——决策树非常容易陷得很深，因此往往会拟合局部数据，而没有对整个数据分布的大局观。换个角度看这种过拟合，可以认为模型训练的是数据的不同子集。例如，在图 5-72 中我们训练了两棵不同的决策树，每棵树拟合一半数据。

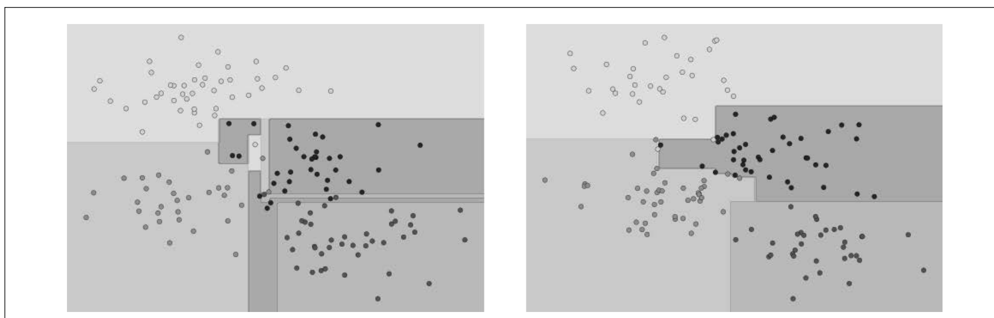


图 5-72：两棵随机决策树

显然，在一些区域，两棵树产生了一致的结果（例如 4 个角上）；而在另一些区域，两棵树的分类结果差异很大（例如两类接壤的区域）。不一致往往都发生在分类比较模糊的地方，因此假如将**两棵**树的结果组合起来，可能就会获得更好的结果！

如果你正在运行 Notebook，可以用下面的函数交互地浏览决策树对数据随机子集训练的结果（如图 5-73 所示）：

```
In[7]: # helpers_05_08.py文件位于在线附录
       # (https://github.com/jakevdp/PythonDataScienceHandbook)
       import helpers_05_08
       helpers_05_08.randomized_tree_interactive(X, y)
```

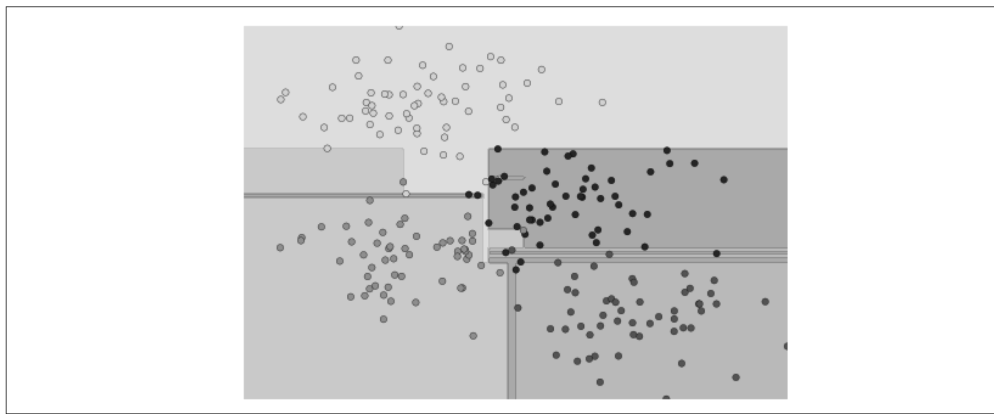


图 5-73：交互式随机决策树组件的第一帧画面，完整内容请参见在线附录

就像用两棵决策树的信息改善分类结果一样，我们可能想用更多决策树的信息来改善分类结果。

5.8.2 评估器集成算法：随机森林

通过组合多个过拟合评估器来降低过拟合程度的想法其实是一种集成学习方法，称为**装袋算法**。装袋算法使用并行评估器对数据进行有放回抽取集成（也可以说是大杂烩），每个评估器都对数据过拟合，通过求均值可以获得更好的分类结果。随机决策树的集成算法就是**随机森林**。

我们可以用 Scikit-Learn 的 `BaggingClassifier` 元评估器来实现这种装袋分类器（如图 5-74 所示）：

```
In[8]: from sklearn.tree import DecisionTreeClassifier
       from sklearn.ensemble import BaggingClassifier

       tree = DecisionTreeClassifier()
       bag = BaggingClassifier(tree, n_estimators=100, max_samples=0.8,
                               random_state=1)

       visualize_classifier(bag, X, y)
```

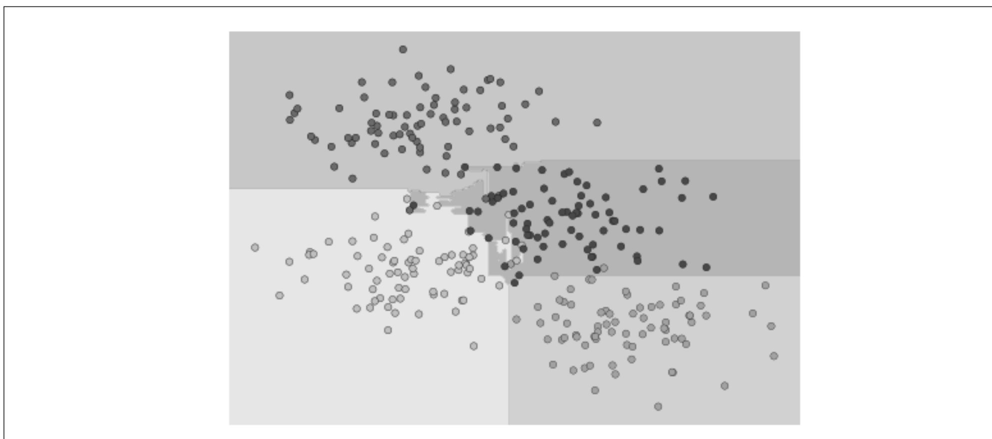


图 5-74：随机决策树的集成算法的决策边界

在这个示例中，我们让每个评估器拟合样本 80% 的随机数。其实，如果我们用随机方法（stochasticity）确定数据的分割方式，决策树拟合的随机性会更有效；这样做可以让所有数据在每次训练时都被拟合，但拟合的结果却仍然是随机的。例如，当需要确定对哪个特征进行分割时，随机树可能会从最前面的几个特征中挑选。关于随机策略选择的更多技术细节，请参考 Scikit-Learn 文档（http://scikit-learn.org/stable/modules/ensemble.html#forest）。

在 Scikit-Learn 里对随机决策树集成算法的优化是通过 `RandomForestClassifier` 评估器实现的，它会自动进行随机化决策。你只要选择一组评估器，它们就可以非常快速地完成（如果需要可以并行计算）每棵树的拟合任务（如图 5-75 所示）：

```
In[9]: from sklearn.ensemble import RandomForestClassifier

       model = RandomForestClassifier(n_estimators=100, random_state=0)
       visualize_classifier(model, X, y);
```

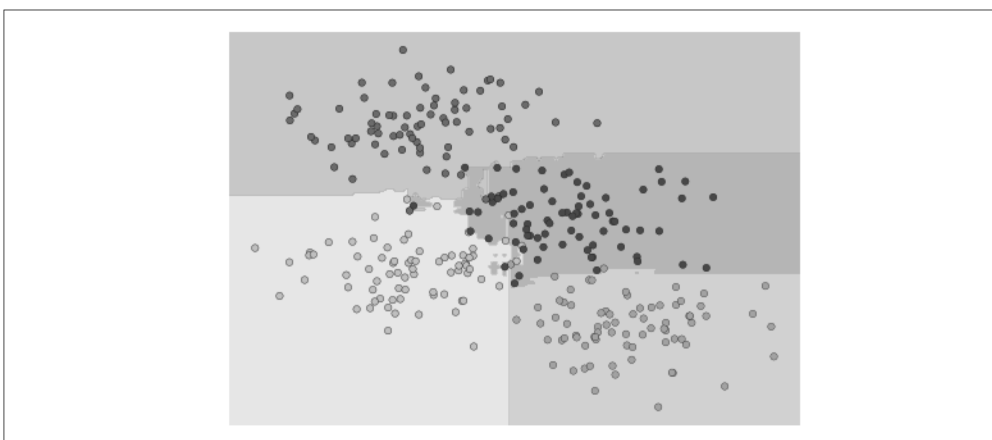


图 5-75：随机森林的决策边界，优化过的决策树集成算法

从图中可以看出，如果使用 100 棵随机决策树，就可以得到一个非常接近我们直觉的“关于数据空间应该如何分割”的整体模型。

5.8.3 随机森林回归

前面介绍了随机森林分类的内容。其实随机森林也可以用作回归（处理连续变量，而不是离散变量）。随机森林回归的评估器是 RandomForestRegressor，其语法与我们之前看到的非常类似。

下面的数据通过快慢振荡组合而成（如图 5-76 所示）：

```
In[10]: rng = np.random.RandomState(42)
        x = 10 * rng.rand(200)

        def model(x, sigma=0.3):
            fast_oscillation = np.sin(5 * x)
            slow_oscillation = np.sin(0.5 * x)
            noise = sigma * rng.randn(len(x))

            return slow_oscillation + fast_oscillation + noise

        y = model(x)
        plt.errorbar(x, y, 0.3, fmt='o');
```

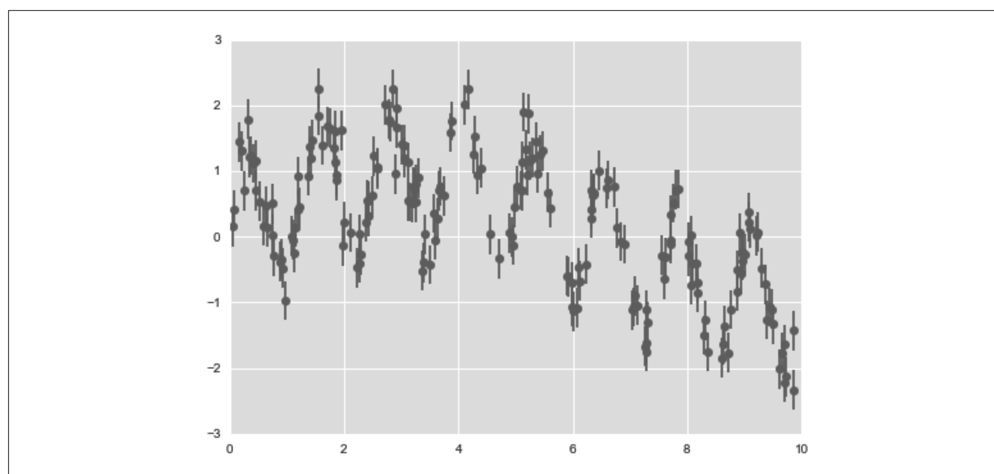


图 5-76：随机森林回归数据

通过随机森林回归器，可以获得下面的最佳拟合曲线（如图 5-77 所示）：

```
In[11]: from sklearn.ensemble import RandomForestRegressor
        forest = RandomForestRegressor(200)
        forest.fit(x[:, None], y)

        xfit = np.linspace(0, 10, 1000)
        yfit = forest.predict(xfit[:, None])
        ytrue = model(xfit, sigma=0)
```

```
plt.errorbar(x, y, 0.3, fmt='o', alpha=0.5)
plt.plot(xfit, yfit, '-r');
plt.plot(xfit, ytrue, '-k', alpha=0.5);
```

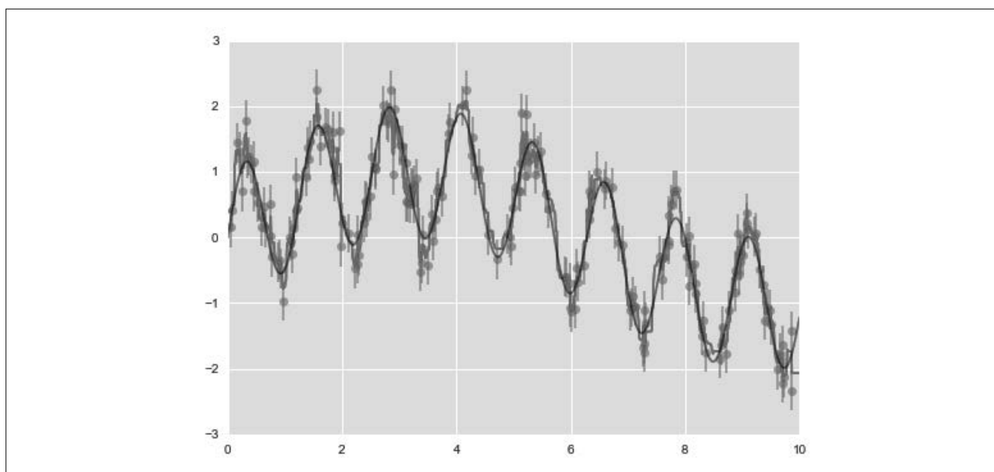


图 5-77：随机森林拟合数据

真实模型是平滑曲线，而随机森林模型是锯齿线。从图中可以看出，无参数的随机森林模型非常适合处理多周期数据，不需要我们配置多周期模型！

5.8.4　案例：用随机森林识别手写数字

前面简单介绍过手写数字数据集（详情请参见 5.2 节）。再一次使用这些数据，看看随机森林分类器如何解决这个问题：

```
In[12]: from sklearn.datasets import load_digits
        digits = load_digits()
        digits.keys()

Out[12]: dict_keys(['target', 'data', 'target_names', 'DESCR', 'images'])
```

显示前几个数字图像，看看分类的对象（如图 5-78 所示）：

```
In[13]:
# 设置图形对象
fig = plt.figure(figsize=(6, 6))  # 以英寸为单位
fig.subplots_adjust(left=0, right=1, bottom=0, top=1, hspace=0.05, wspace=0.05)

# 画数字：每个数字是8像素×8像素
for i in range(64):
    ax = fig.add_subplot(8, 8, i + 1, xticks=[], yticks=[])
    ax.imshow(digits.images[i], cmap=plt.cm.binary, interpolation='nearest')

    # 用target值给图像作标注
    ax.text(0, 7, str(digits.target[i]))
```

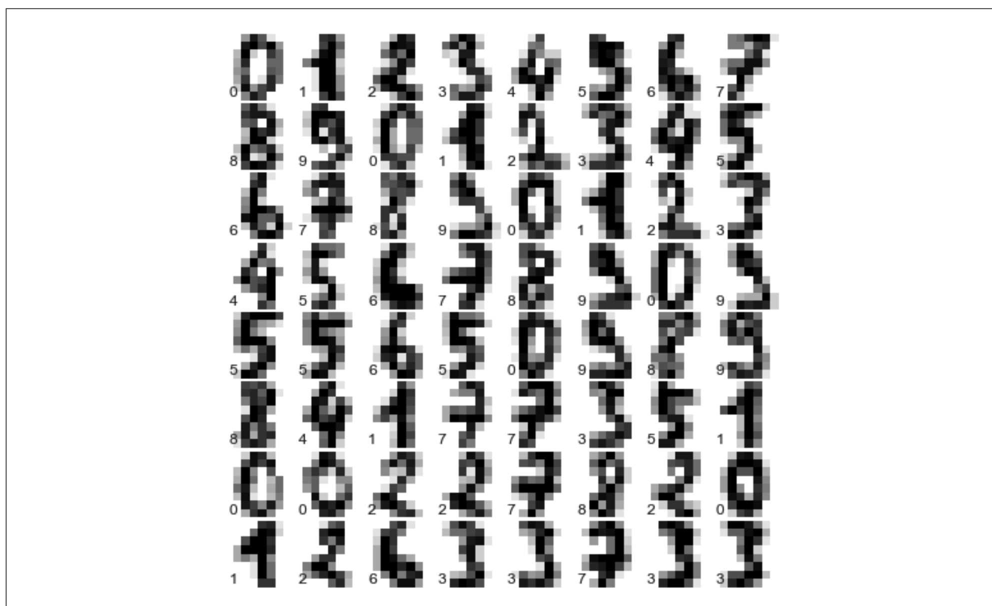


图 5-78：手写数字图像

用随机森林快速对数字进行分类（如图 5-79 所示）：

```
In[14]:
from sklearn.cross_validation import train_test_split

Xtrain, Xtest, ytrain, ytest = train_test_split(digits.data, digits.target,
                                                random_state=0)
model = RandomForestClassifier(n_estimators=1000)
model.fit(Xtrain, ytrain)
ypred = model.predict(Xtest)
```

看看分类器的分类结果报告：

```
In[15]: from sklearn import metrics
        print(metrics.classification_report(ypred, ytest))

             precision    recall  f1-score   support
          0       1.00      0.97      0.99        38
          1       1.00      0.98      0.99        44
          2       0.95      1.00      0.98        42
          3       0.98      0.96      0.97        46
          4       0.97      1.00      0.99        37
          5       0.98      0.96      0.97        49
          6       1.00      1.00      1.00        52
          7       1.00      0.96      0.98        50
          8       0.94      0.98      0.96        46
          9       0.96      0.98      0.97        46

avg / total       0.98      0.98      0.98       450
```

为了更好地验证结果，画出混淆矩阵（如图 5-79 所示）：

```
In[16]: from sklearn.metrics import confusion_matrix
        mat = confusion_matrix(ytest, ypred)
        sns.heatmap(mat.T, square=True, annot=True, fmt='d', cbar=False)
        plt.xlabel('true label')
        plt.ylabel('predicted label');
```

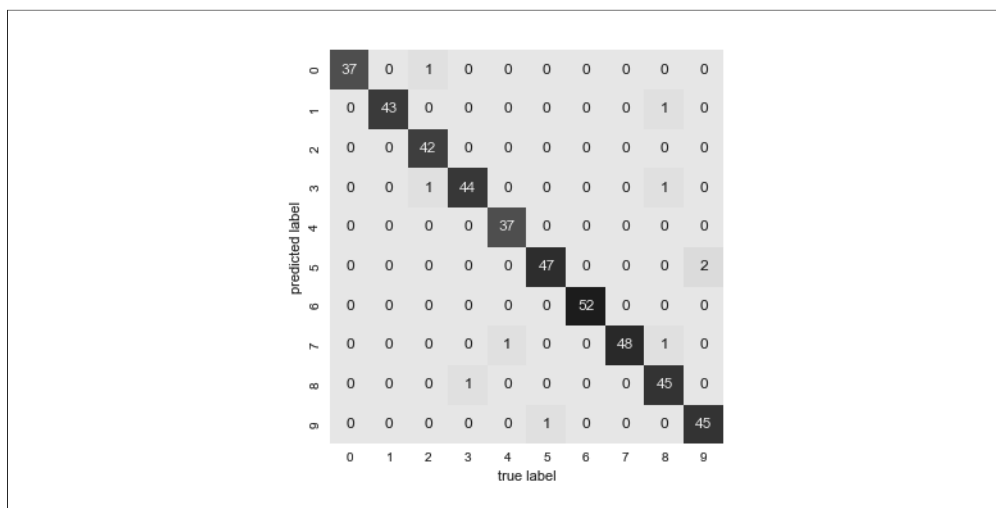


图 5-79：用随机森林识别手写数字的混淆矩阵

我们会发现，用一个简单、未调优的随机森林对手写数字进行分类，就可以取得非常好的分类准确率。

5.8.5　随机森林总结

这一节首先简要介绍了**集成评估器**的概念，然后重点介绍了随机森林模型——一种随机决策树集成算法。随机森林是一种强大的机器学习方法，它的优势在于以下几点。

- 因为决策树的原理很简单，所以它的训练和预测速度都非常快。另外，多任务可以直接并行计算，因为每棵树都是完全独立的。
- 多棵树可以进行概率分类：多个评估器之间的多数投票可以给出概率的估计值（使用 Scikit-Learn 的 `predict_proba()` 方法）。
- 无参数模型很灵活，在其他评估器都欠拟合的任务中表现突出。

随机森林的主要缺点在于其结果不太容易解释，也就是说，如果你想要总结分类模型的**意义**，随机森林可能不是最佳选择。

5.9　专题：主成分分析

在前面的内容里，我们详细介绍了有监督评估器：这些评估器对带标签的数据进行训练，

从而预测新数据的标签。后面将介绍几个无监督评估器，这些评估器可以从无标签的数据中挖掘出有趣的信息。

这一节将介绍主成分分析（principal component analysis，PCA），它可能是应用最广的无监督算法之一。虽然 PCA 是一种非常基础的降维算法，但它仍然是一个非常有用的工具，尤其适用于数据可视化、噪音过滤、特征抽取和特征工程等领域。我们首先简单介绍 PCA 算法的概念，再通过几个示例演示 PCA 更高级的应用。还是先导入需要用的程序包：

```
In[1]: %matplotlib inline
       import numpy as np
       import matplotlib.pyplot as plt
       import seaborn as sns; sns.set()
```

5.9.1　主成分分析简介

主成分分析是一个快速灵活的数据降维无监督方法，5.2 节已经对该算法作过初步介绍。下面来可视化一个包含 200 个数据点的二维数据集，从而演示该算法的操作（如图 5-80 所示）：

```
In[2]: rng = np.random.RandomState(1)
       X = np.dot(rng.rand(2, 2), rng.randn(2, 200)).T
       plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1])
       plt.axis('equal');
```

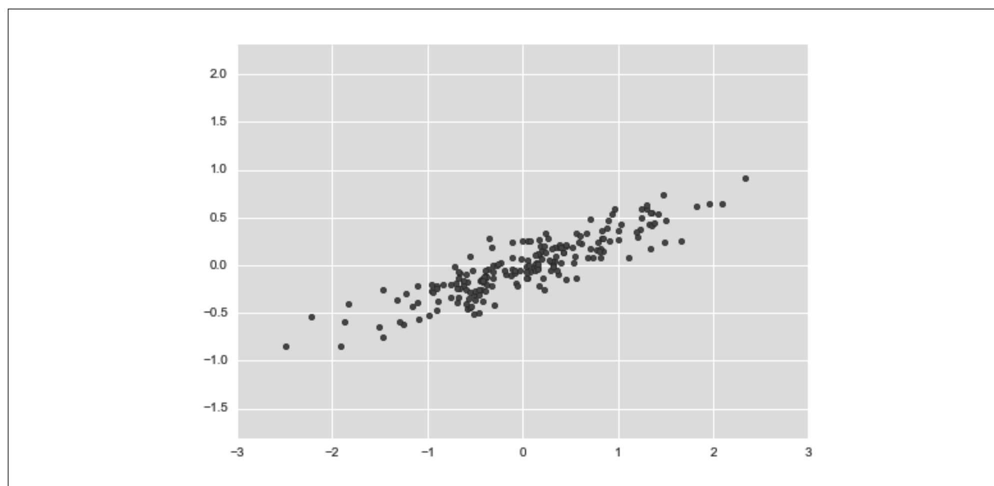


图 5-80：PCA 算法的数据示例

从图中可以看出，x 变量和 y 变量显然具有线性关系，这使我们回想起 5.6 节介绍的线性回归数据。但是这里的问题稍有不同：与回归分析中希望根据 x 值**预测** y 值的思路不同，无监督学习希望探索 x 值和 y 值之间的**相关性**。

在主成分分析中，一种量化两变量间关系的方法是在数据中找到一组**主轴**，并用这些主轴来描述数据集。利用 Scikit-Learn 的 PCA 评估器，可以进行如下计算：

```
In[3]: from sklearn.decomposition import PCA
       pca = PCA(n_components=2)
       pca.fit(X)

Out[3]: PCA(copy=True, n_components=2, whiten=False)
```

该拟合从数据中学习到了一些指标，其中最重要的是“成分”和“可解释差异”：

```
In[4]: print(pca.components_)

[[ 0.94446029  0.32862557]
 [ 0.32862557 -0.94446029]]

In[5]: print(pca.explained_variance_)

[ 0.75871884  0.01838551]
```

为了查看这些数字的含义，在数据图上将这些指标以向量形式画出来，用“成分”定义向量的方向，将“可解释差异”作为向量的平方长度（如图 5-81 所示）：

```
In[6]: def draw_vector(v0, v1, ax=None):
           ax = ax or plt.gca()
           arrowprops=dict(arrowstyle='->',
                           linewidth=2,
                           shrinkA=0, shrinkB=0)
           ax.annotate('', v1, v0, arrowprops=arrowprops)

       # 画出数据
       plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], alpha=0.2)
       for length, vector in zip(pca.explained_variance_, pca.components_):
           v = vector * 3 * np.sqrt(length)
           draw_vector(pca.mean_, pca.mean_ + v)
       plt.axis('equal');
```

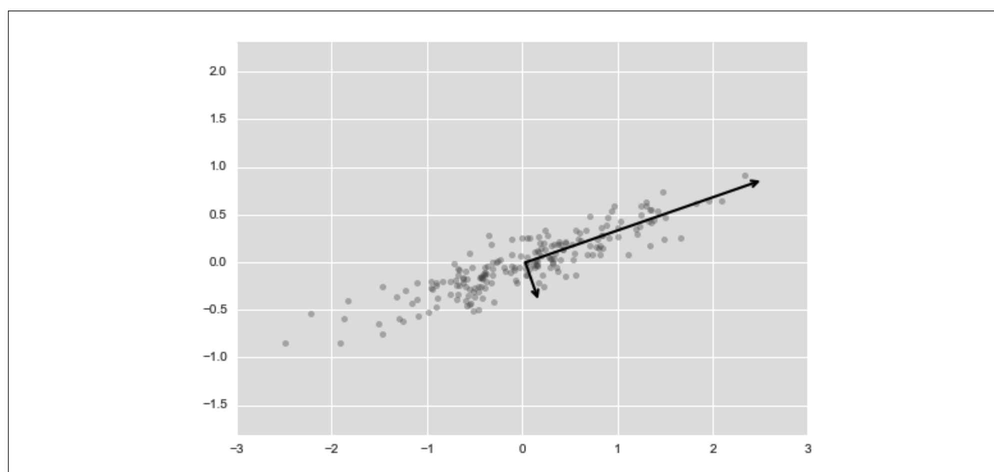


图 5-81：数据中主轴的可视化

这些向量表示数据**主轴**，图 5-81 的箭头长度表示输入数据中各个轴的“重要程度”——更准确地说，它衡量了数据投影到主轴上的方差的大小。每个数据点在主轴上的投影就是数据的“主成分”。

如果将原始数据和这些主成分都画出来，将得到如图 5-82 所示的结果。

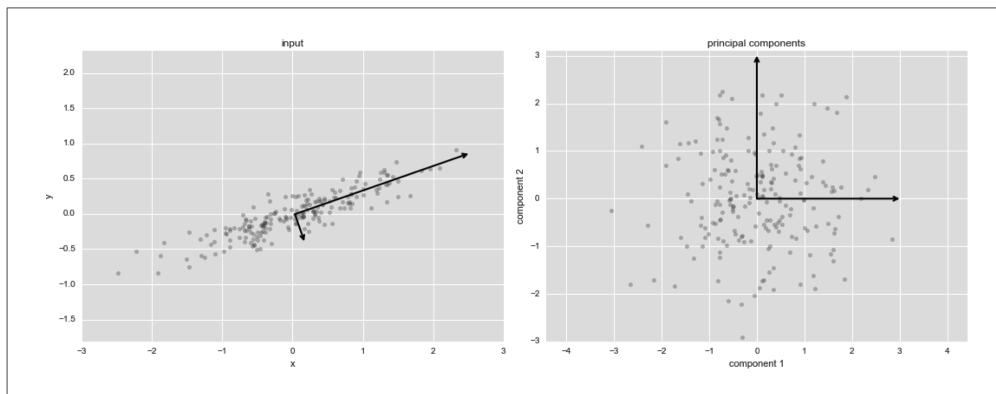


图 5-82：数据主轴的变换

这种从数据的坐标轴变换到主轴的变换是一个**仿射变换**，仿射变换包含平移（translation）、旋转（rotation）和均匀缩放（uniform scaling）三个步骤。

虽然这个寻找主成分的算法看起来就像是在解数学谜题，但是主成分分析在现实的机器学习和数据探索中有着非常广泛的应用。

1. 用PCA降维

用 PCA 降维意味着去除一个或多个最小主成分，从而得到一个更低维度且保留最大数据方差的数据投影。

一个利用 PCA 作降维变换的示例如下所示：

```
In[7]: pca = PCA(n_components=1)
       pca.fit(X)
       X_pca = pca.transform(X)
       print("original shape:   ", X.shape)
       print("transformed shape:", X_pca.shape)

original shape:    (200, 2)
transformed shape: (200, 1)
```

变换的数据被投影到一个单一维度。为了理解降维的效果，我们来进行数据降维的逆变换，并且与原始数据一起画出（如图 5-83 所示）：

```
In[8]: X_new = pca.inverse_transform(X_pca)
       plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], alpha=0.2)
       plt.scatter(X_new[:, 0], X_new[:, 1], alpha=0.8)
       plt.axis('equal');
```

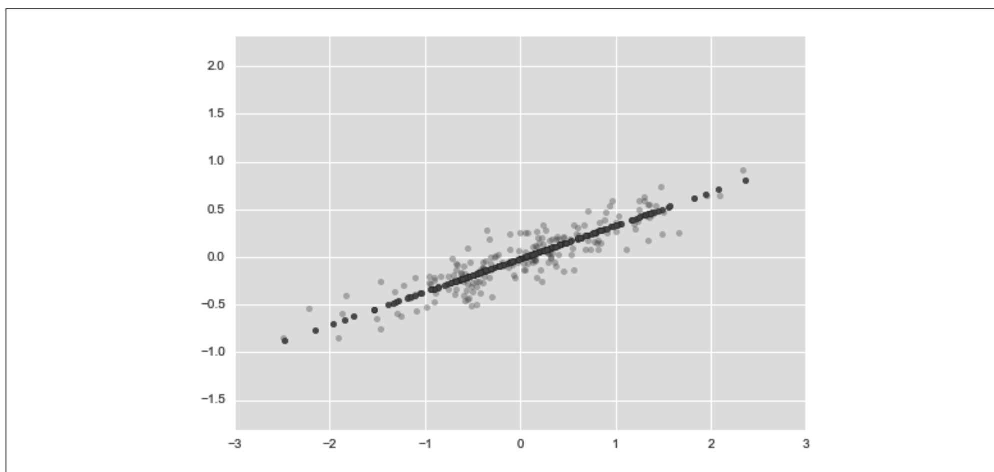


图 5-83：PCA 降维的可视化

浅色的点是原始数据，深色的点是投影的版本。我们可以很清楚地看到 PCA 降维的含义：沿着最不重要的主轴的信息都被去除了，仅留下了含有最高方差值的数据成分。被去除的那一小部分方差值（与主轴上分布的点成比例，如图 5-83 所示）基本可以看成是数据在降维后损失的“信息”量。

这种降维后的数据集在某种程度上足以体现数据中最主要的关系：虽然有 50% 的数据维度被削减，但数据的总体关系仍然被大致保留了下来。

2. 用PCA作数据可视化：手写数字

降维的有用之处在数据仅有两个维度时可能不是很明显，但是当数据维度很高时，它的价值就有所体现了。为了证明这一点，来介绍一个将 PCA 用于手写数字数据的应用（详情请参见 5.8 节）。

首先导入数据：

```
In[9]: from sklearn.datasets import load_digits
       digits = load_digits()
       digits.data.shape

Out[9]:
(1797, 64)
```

前面介绍过，该数据包含 8 像素 ×8 像素的图像，也就是说它是 64 维的。为了获得这些数据点间关系的直观感受，使用 PCA 将这些数据投影到一个可操作的维度，比如说二维：

```
In[10]: pca = PCA(2)  # 从64维投影至二维
        projected = pca.fit_transform(digits.data)
        print(digits.data.shape)
        print(projected.shape)

(1797, 64)
(1797, 2)
```

画出每个点的前两个主成分，更好地了解数据（如图 5-84 所示）：

```
In[11]: plt.scatter(projected[:, 0], projected[:, 1],
                    c=digits.target, edgecolor='none', alpha=0.5,
                    cmap=plt.cm.get_cmap('spectral', 10))
        plt.xlabel('component 1')
        plt.ylabel('component 2')
        plt.colorbar();
```

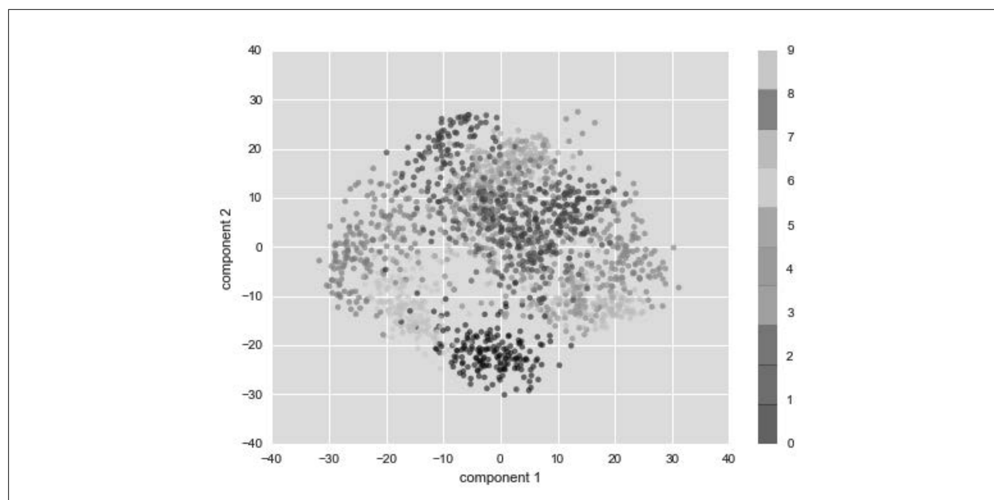


图 5-84：将 PCA 用于手写数字数据

我们已经介绍过这些成分的含义：整个数据是一个 64 维的点云，而且这些点还是每个数据点沿着最大方差方向的投影。我们找到了在 64 维空间中最优的延伸和旋转方案，使得我们可以看到这些点在二维平面的布局。上述工作都是以无监督的方式进行的，即没有参考标签。

3. 成分的含义

我们可以进一步提出问题：削减的维度有什么**含义**？可以从基向量的组合角度来理解这个问题。例如，训练集中的每幅图像都是由一组 64 像素值的集合定义的，将称其为向量 x：

$$x = [x_1, x_2, x_3 \cdots x_{64}]$$

我们可以用像素的概念来理解。也就是说，为了构建一幅图像，将向量的每个元素与对应描述的像素（单位列向量）相乘，然后将这些结果加和就是这副图像：

$$\text{image}(x) = x_1 \cdot \text{(pixel 1)} + x_2 \cdot \text{(pixel 2)} + x_3 \cdot \text{(pixel 3)} \cdots x_{64} \cdot \text{(pixel 64)}$$

我们可以将数据的降维理解为删除绝大部分元素，仅保留少量元素的基向量（basis vector）。例如，如果仅使用前 8 个像素，我们会得到数据的 8 维投影（如图 5-85 所示）。但是它并不能反映整幅图像，因为我们丢掉了几乎 90% 的像素信息。

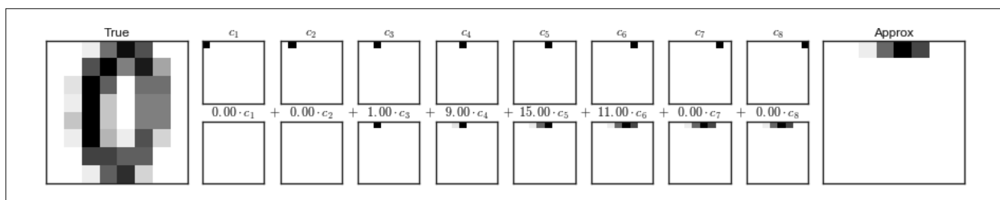


图 5-85：一个通过丢弃像素信息达成的降维

面板的上面一行是单独的像素信息，下面一行是这些像素值的累加，累加值最终构成这幅图像。如果仅使用 8 个像素成分，就仅能构建这个 64 像素图像的一小部分。只有使用该序列和全部的 64 像素，才能恢复原始图像。

但是逐像素表示方法并不是选择基向量的唯一方式。我们也可以使用其他基函数，这些基函数包含预定义的每个像素的贡献，如下所示：

$$image(x) = \text{mean} + x_1 \cdot \ (\text{basis } 1) + x_2 \cdot \ (\text{basis } 2) + x_3 \cdot \ (\text{basis } 3) \cdots$$

PCA 可以被认为是选择最优基函数的过程，这样将这些基函数中前几个加起来就足以重构数据集中的大部分元素。用低维形式表现数据的主成分，其实就是与序列每一个元素相乘的系数。图 5-86 是用均值加上前 8 个 PCA 基函数重构数字的效果。

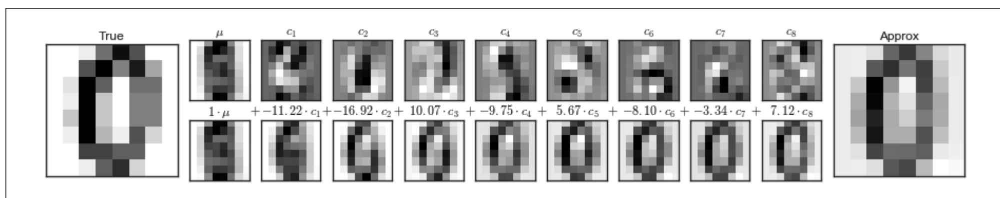


图 5-86：通过丢弃最不重要的主成分实现降维的巧妙方法（与图 5-85 相比）

与像素基不同，PCA 基可以通过为一个均值加上 8 个成分，来恢复输入图像最显著的特征。每个成分中像素的数量必然是二维数据示例中向量的方向。这就是 PCA 提供数据的低维表示的原理：它发现一组比原始的像素基向量更能有效表示输入数据的基函数。

4. 选择成分的数量

在实际使用 PCA 的过程中，正确估计用于描述数据的成分的数量是非常重要的环节。我们可以将**累计方差贡献率**看作是关于成分数量的函数，从而确定所需成分的数量（如图 5-87 所示）：

```
In[12]: pca = PCA().fit(digits.data)
        plt.plot(np.cumsum(pca.explained_variance_ratio_))
        plt.xlabel('number of components')
        plt.ylabel('cumulative explained variance');
```

这个曲线量化了在前 N 个主成份中包含了多少总的 64 维的方差。例如，可以看到前 10 个成分包含了几乎 75% 的方差。因此，如果你希望描述接近 100% 的方差，那么就需要大约 50 个成分。

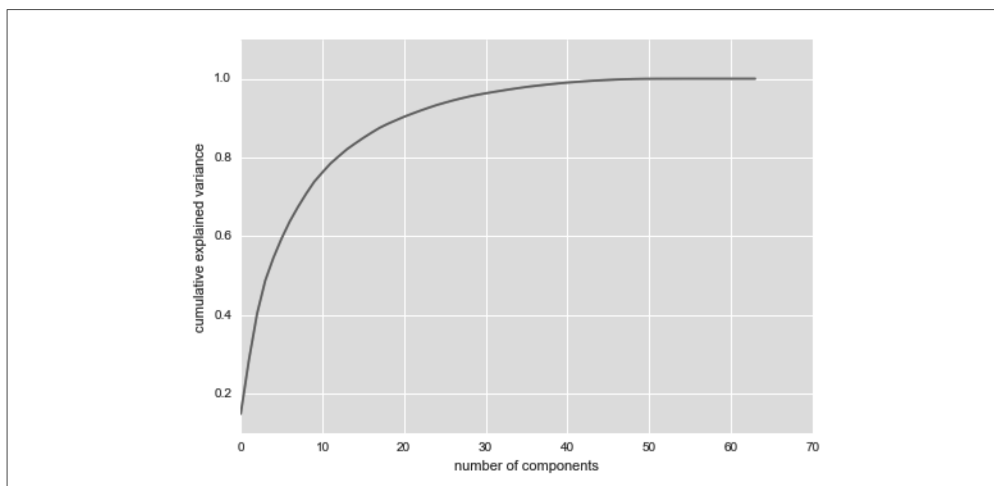


图 5-87：累计方差贡献率，表示 PCA 保留数据内容的性能

由图可知，二维的投影会损失很多信息（正如解释方差所表示的）。我们需要大约 20 个成分来保持 90% 的方差。从一个更高维的数据集来看这张图可以帮助你理解多次观察中冗余的水平。

5.9.2 用PCA作噪音过滤

PCA 也可以被用作噪音数据的过滤方法——任何成分的方差都远大于噪音的方差，所以相比于噪音，成分应该相对不受影响。因此，如果你仅用主成份的最大子集重构该数据，那么应该可以实现选择性保留信号并且丢弃噪音。

用手写数字数据看看如何实现噪音过滤。首先画出几个无噪音的输入数据（如图 5-88 所示）：

```
In[13]: def plot_digits(data):
            fig, axes = plt.subplots(4, 10, figsize=(10, 4),
                                     subplot_kw={'xticks':[], 'yticks':[]},
                                     gridspec_kw=dict(hspace=0.1, wspace=0.1))
            for i, ax in enumerate(axes.flat):
                ax.imshow(data[i].reshape(8, 8),
                          cmap='binary', interpolation='nearest',
                          clim=(0, 16))
        plot_digits(digits.data)
```

现在添加一些随机噪音并创建一个噪音数据集，重新画图（如图 5-89 所示）：

```
In[14]: np.random.seed(42)
        noisy = np.random.normal(digits.data, 4)
        plot_digits(noisy)
```

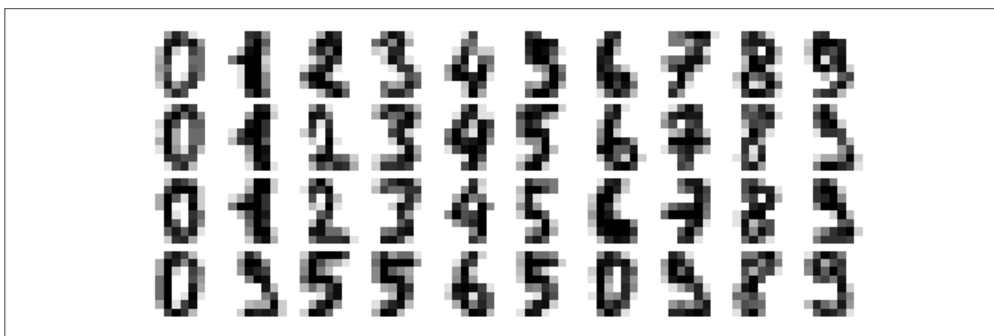


图 5-88：没有噪音的手写数字



图 5-89：加上高斯随机噪音的数字

通过肉眼观察，可以很清楚地看到图像是带噪音的，也包含错误的像素。用噪音数据训练一个 PCA，要求投影后保存 50% 的方差：

```
In[15]: pca = PCA(0.50).fit(noisy)
        pca.n_components_

Out[15]: 12
```

这里 50% 的方差对应 12 个主成份。现在来计算出这些成分，然后利用逆变换重构过滤后的手写数字（如图 5-90 所示）：

```
In[16]: components = pca.transform(noisy)
        filtered = pca.inverse_transform(components)
        plot_digits(filtered)
```

这个信号保留 / 噪音过滤的性质使 PCA 成为一种非常有用的特征选择方式。例如，与其在很高维的数据上训练分类器，你可以选择在一个低维表示中训练分类器，该分类器将自动过滤输入数据中的随机噪音。

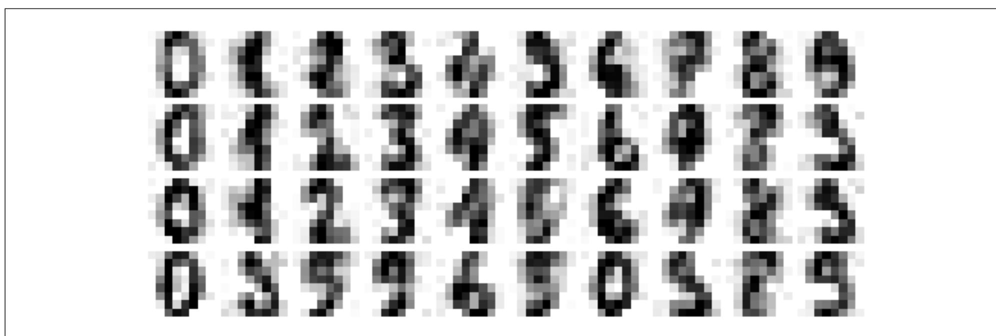


图 5-90：用 PCA 去噪后的手写数字

5.9.3 案例：特征脸

之前我们介绍过一个将 PCA 投影结果作为特征选择器，用支持向量机做人脸识别的示例（详情请参见 5.7 节），现在来回顾之前的内容，再探索一些新知识。回想一下 Scikit-Learn 中 Wild 数据集带标签的人脸数据：

```
In[17]: from sklearn.datasets import fetch_lfw_people
        faces = fetch_lfw_people(min_faces_per_person=60)
        print(faces.target_names)
        print(faces.images.shape)

['Ariel Sharon' 'Colin Powell' 'Donald Rumsfeld' 'George W Bush'
 'Gerhard Schroeder' 'Hugo Chavez' 'Junichiro Koizumi' 'Tony Blair']
(1348, 62, 47)
```

我们来看主轴，展开该数据集。因为这是一个非常大的数据集，所以我们将利用 `RandomizedPCA`。它包含了一个随机方法来估计前 N 个主成分，比标准的 PCA 评估器速度更快，并且特别适用于高维数据（这里的维度将近 3000）。来看看前 150 个成分：

```
In[18]: from sklearn.decomposition import RandomizedPCA
        pca = RandomizedPCA(150)
        pca.fit(faces.data)

Out[18]: RandomizedPCA(copy=True, iterated_power=3, n_components=150,
                random_state=None, whiten=False)
```

将这个例子中带有前面几个主成分的图像可视化是非常有趣的（这些成分被称作“特征向量”，因此这些图像的类型通常被称作“特征脸”）。正如你在图 5-91 看到的，这些特征脸正如其名一样吓人：

```
In[19]: fig, axes = plt.subplots(3, 8, figsize=(9, 4),
                                 subplot_kw={'xticks':[], 'yticks':[]},
                                 gridspec_kw=dict(hspace=0.1, wspace=0.1))
        for i, ax in enumerate(axes.flat):
            ax.imshow(pca.components_[i].reshape(62, 47), cmap='bone')
```



图 5-91：从 LFW 数据集中学习特征脸的可视化

结果非常有趣。让我们先来观察一下图像之间的不同：前面几张特征脸（从左上角开始）看起来和照向脸的光线角度有关，而后面的主向量似乎是挑选出了特定的特征，例如眼睛、鼻子和嘴唇。来看看这些成分的累计方差，以及该投影保留了多少数据信息（如图 5-92 所示）：

```
In[20]: plt.plot(np.cumsum(pca.explained_variance_ratio_))
        plt.xlabel('number of components')
        plt.ylabel('cumulative explained variance');
```

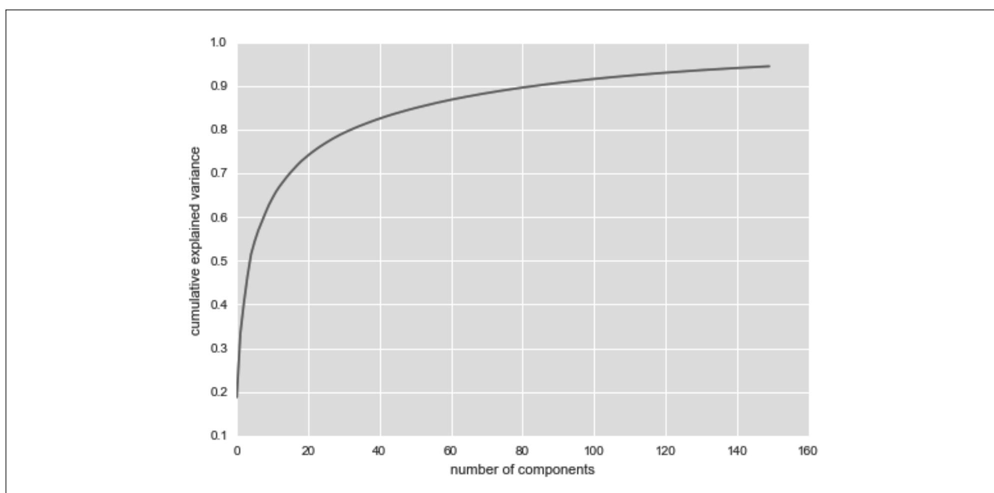


图 5-92：LFW 数据的累积解释方差

可以看到，这 150 个成分包含了 90% 的方差。这使我们相信，利用这 150 个成分可以恢复数据的大部分必要特征。为了使以上结论更准确，可以比较输入图像和利用这 150 个成分重构的图像（如图 5-93 所示）：

```
In[21]: # 计算成分和投影的人脸
        pca = RandomizedPCA(150).fit(faces.data)
        components = pca.transform(faces.data)
```

```
        projected = pca.inverse_transform(components)

In[22]: # 画出结果
        fig, ax = plt.subplots(2, 10, figsize=(10, 2.5),
                               subplot_kw={'xticks':[], 'yticks':[]},
                               gridspec_kw=dict(hspace=0.1, wspace=0.1))
        for i in range(10):
            ax[0, i].imshow(faces.data[i].reshape(62, 47), cmap='binary_r')
            ax[1, i].imshow(projected[i].reshape(62, 47), cmap='binary_r')

        ax[0, 0].set_ylabel('full-dim\ninput')
        ax[1, 0].set_ylabel('150-dim\nreconstruction');
```



图 5-93：LFW 数据的 150 维 PCA 重构

上面一行显示的是输入图像，而下面一行显示的是从大约 3000 个原始特征中精选出的 50 个特征重构的图像。这个可视化结果清楚地展示了为什么在 5.7 节中的 PCA 特征选择如此成功：虽然它将数据的原始维度信息缩减了将近 20 倍，但是投影数据还是包含了足够的信息，使我们可以通过肉眼识别出图像中的人物。这说明我们的分类算法只需要在 150 维的数据上训练，而不需要在 3000 维的数据上训练。维度的选择取决于选定的算法，而选择合适的算法会带来更有效的分类效果。

5.9.4　主成分分析总结

这一节讨论了用主成分分析进行降维、高维数据的可视化、噪音过滤，以及高维数据的特征选择。由于 PCA 用途广泛、可解释性强，所以可以有效应用于大量情景和学科中。对于任意高维的数据集，我倾向于以 PCA 分析开始，可视化点间的关系（正如手写数字示例中的处理方式），理解数据中的主要方差（正如特征脸示例中的处理方式），理解固有的维度（通过画出解释方差比）。当然，PCA 并不是一个对每个高维数据集都有效的算法，但是它提供了一条直接且有效的路径，来获得对高维数据的洞察。

经常受数据集的异常点影响是 PCA 的主要弱点。因为这个理由，很多效果更好的 PCA 变体被开发出来，这些 PCA 变体方法迭代执行，丢弃对原始成分描述得很糟糕的数据点。Scikit-Learn 中有一些有趣的 PCA 变体，包括 `RandomizedPCA` 和 `SparsePCA`，这两个算法也在 `sklearn.decomposition` 子模块中。我们刚才看到的 `RandomizedPCA` 算法使用了一个非确定方法，快速地近似计算出一个维度非常高的数据的前几个主成分，而 `SparsePCA` 引入了一个正则项（详情请参见 5.6 节）来保证成分的稀疏性。

在接下来的内容中，我们将学习其他无监督学习方法，加深对 PCA 的理解。

5.10 专题：流形学习

前面已经介绍过如何用主成分分析降维——它可以在减少数据集特征的同时，保留数据点间的必要关系。虽然 PCA 是一个灵活、快速且容易解释的算法，但是它对存在**非线性**关系的数据集的处理效果并不太好，我们将在后面介绍几个示例。

为了弥补这个缺陷，我们选择另外一种方法——**流形学习**（manifold learning）。流形学习是一种无监督评估器，它试图将一个低维度流形嵌入到一个高维度空间来描述数据集。当你思考流形时，建议你设想有一张纸——一个存在于我们所熟悉的三维世界中的二维物体——它可以从两个维度弯折或卷起。提到流形学习这个术语时，可以把这张纸看成那个嵌入三维空间中二维流形。

在三维空间中旋转、重定向或者伸展这张纸，都不会改变它的平面几何特性：这些操作和线性嵌入类似。如果你弯折、卷曲或者弄皱这张纸，它仍然是一个二维流形，但是嵌入到一个三维空间就不再是线性的了。流形学习算法将试图学习这张纸的二维特征，包括将纸弯曲后放入一个三维空间中。

这里将深入介绍几种流形方法的技巧，包括多维标度法（multidimensional scaling，MDS）、局部线性嵌入法（locally linear embedding，LLE）和保距映射法（isometric mapping，Isomap）。首先还是导入标准的程序库：

```
In[1]: %matplotlib inline
       import matplotlib.pyplot as plt
       import seaborn as sns; sns.set()
       import numpy as np
```

5.10.1 流形学习：“HELLO”

为了使这些概念更清楚，先生成一些二维数据来定义一个流形。下面用函数创建一组数据，构成单词“HELLO”的形状：

```
In[2]:
def make_hello(N=1000, rseed=42):
    # 画出“HELLO”文字形状的图像，并保存成PNG
    fig, ax = plt.subplots(figsize=(4, 1))
    fig.subplots_adjust(left=0, right=1, bottom=0, top=1)
    ax.axis('off')
    ax.text(0.5, 0.4, 'HELLO', va='center', ha='center', weight='bold', size=85)
    fig.savefig('hello.png')
    plt.close(fig)

    # 打开这个PNG，并将一些随机点画进去
    from matplotlib.image import imread
    data = imread('hello.png')[::-1, :, 0].T
    rng = np.random.RandomState(rseed)
    X = rng.rand(4 * N, 2)
    i, j = (X * data.shape).astype(int).T
    mask = (data[i, j] < 1)
    X = X[mask]
    X[:, 0] *= (data.shape[0] / data.shape[1])
```

```
    X = X[:N]
    return X[np.argsort(X[:, 0])]
```

调用该函数并且画出结果数据（如图 5-94 所示）：

```
In[3]: X = make_hello(1000)
       colorize = dict(c=X[:, 0], cmap=plt.cm.get_cmap('rainbow', 5))
       plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], **colorize)
       plt.axis('equal');
```

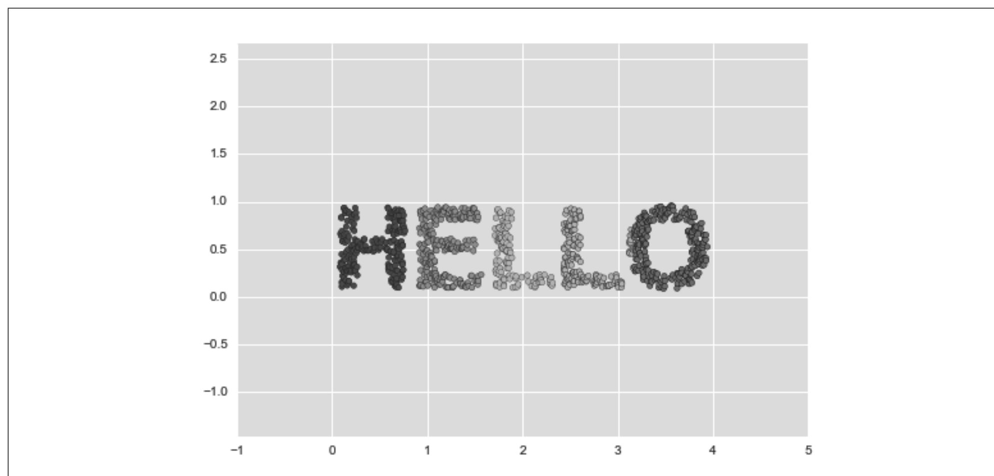


图 5-94：用于流形学习的数据

输出图像包含了很多二维的点，它们组成了单词“HELLO”的形状。这个数据形状可以帮助我们通过可视化的方式展现算法的使用过程。

5.10.2 多维标度法（MDS）

通过观察这个数据集，可以看到数据集中选中的 x 值和 y 值并不是对数据的最基本描述：即使放大、缩小或旋转数据，“HELLO”仍然会很明显。例如，如果用一个旋转矩阵来旋转数据，x 和 y 的值将会改变，但是数据形状基本还是一样的（如图 5-95 所示）：

```
In[4]: def rotate(X, angle):
           theta = np.deg2rad(angle)
           R = [[np.cos(theta), np.sin(theta)],
                [-np.sin(theta), np.cos(theta)]]
           return np.dot(X, R)

       X2 = rotate(X, 20) + 5
       plt.scatter(X2[:, 0], X2[:, 1], **colorize)
       plt.axis('equal');
```

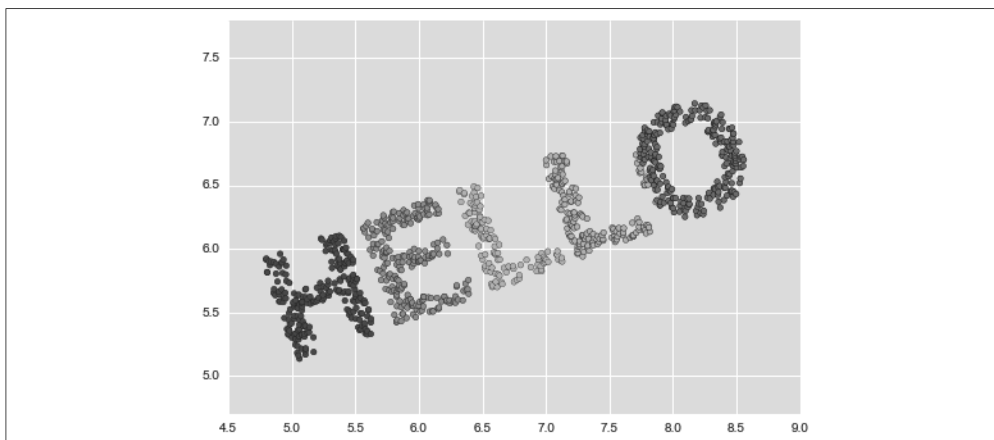


图 5-95：旋转数据集

这说明 x 和 y 的值并不是数据间关系的必要基础特征。这个例子中**真正的**基础特征是每个点与数据集中其他点的**距离**。表示这种关系的常用方法是关系（距离）矩阵：对于 N 个点，构建一个 $N \times N$ 的矩阵，元素 (i, j) 是点 i 和点 j 之间的距离。我们用 Scikit-Learn 中的 `pairwise_distances` 函数来计算原始数据的关系矩阵：

```
In[5]: from sklearn.metrics import pairwise_distances
       D = pairwise_distances(X)
       D.shape

Out[5]: (1000, 1000)
```

正如前面承诺的，对于 $N = 1000$ 个点，获得了一个 1000×1000 的矩阵。画出该矩阵，如图 5-96 所示：

```
In[6]: plt.imshow(D, zorder=2, cmap='Blues', interpolation='nearest')
       plt.colorbar();
```

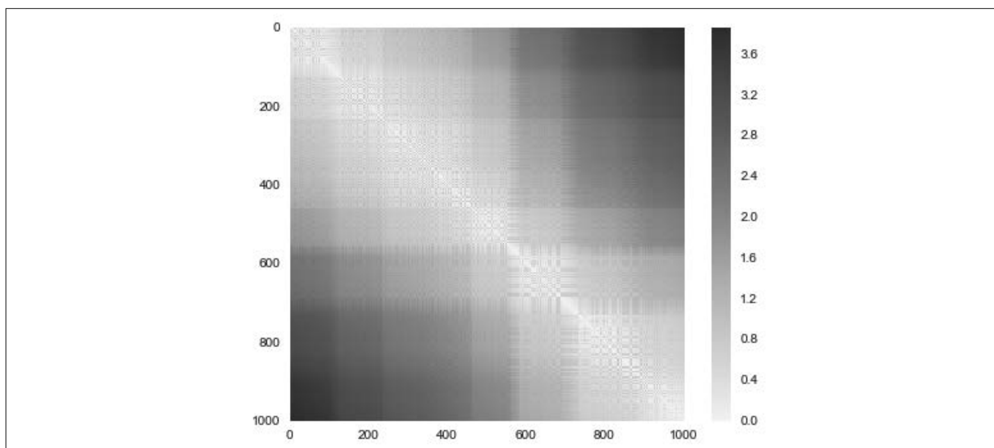


图 5-96：可视化数据点的成对距离（pairwise distances）

如果用类似方法为已经做过旋转和平移变换的数据构建一个距离矩阵，将看到同样的结果：

```
In[7]: D2 = pairwise_distances(X2)
       np.allclose(D, D2)

Out[7]: True
```

这个距离矩阵给出了一个数据集内部关系的表现形式，这种形式与数据集的旋转和投影无关。但距离矩阵的可视化效果却显得不够直观。图 5-96 丢失了我们之前在数据中看到的关于“HELLO”的所有视觉特征。

虽然从 (x, y) 坐标计算这个距离矩阵很简单，但是从距离矩阵转换回 x 坐标值和 y 坐标值却非常困难。这就是多维标度法可以解决的问题：它可以将一个数据集的距离矩阵还原成一个 D 维坐标来表示数据集。下面来看看多维标度法是如何还原距离矩阵的——MDS 模型将非相似性（dissimilarity）参数设置为 precomputed 来处理距离矩阵（如图 5-97 所示）：

```
In[8]: from sklearn.manifold import MDS
       model = MDS(n_components=2, dissimilarity='precomputed', random_state=1)
       out = model.fit_transform(D)
       plt.scatter(out[:, 0], out[:, 1], **colorize)
       plt.axis('equal');
```

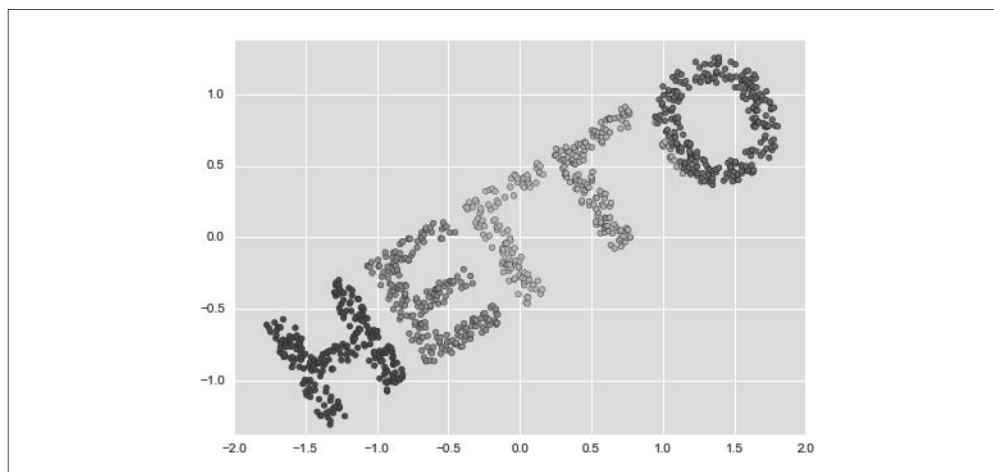


图 5-97：从成对距离计算 MDS 嵌入

仅仅依靠描述数据点间关系的 $N \times N$ 距离矩阵，MDS 算法就可以为数据还原出一种可行的二维坐标。

5.10.3　将MDS用于流形学习

既然距离矩阵可以从数据的**任意**维度进行计算，那么这种方法绝对非常实用。既然可以在一个二维平面中简单地旋转数据，那么也可以用以下函数将其投影到三维空间（特别是用前面介绍过的三维旋转矩阵）：

```
In[9]: def random_projection(X, dimension=3, rseed=42):
           assert dimension >= X.shape[1]
           rng = np.random.RandomState(rseed)
           C = rng.randn(dimension, dimension)
           e, V = np.linalg.eigh(np.dot(C, C.T))
           return np.dot(X, V[:X.shape[1]])

       X3 = random_projection(X, 3)
       X3.shape

Out[9]: (1000, 3)
```

将这些点画出来，看看可视化效果（如图 5-98 所示）：

```
In[10]: from mpl_toolkits import mplot3d
        ax = plt.axes(projection='3d')
        ax.scatter3D(X3[:, 0], X3[:, 1], X3[:, 2],
                     **colorize)
        ax.view_init(azim=70, elev=50)
```

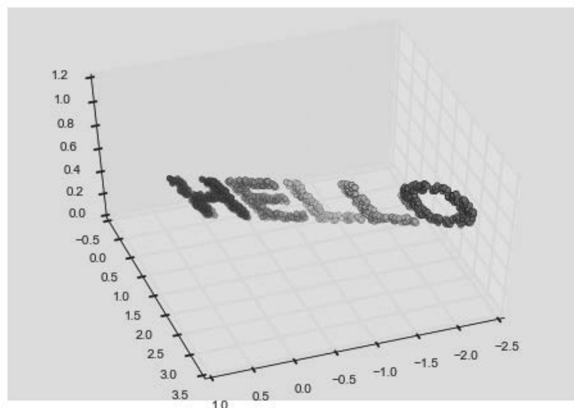


图 5-98：线性嵌入三维空间的数据

现在可以通过 MDS 评估器输入这个三维数据，计算距离矩阵，然后得出距离矩阵的最优二维嵌入结果。结果还原了原始数据的形状（如图 5-99 所示）：

```
In[11]: model = MDS(n_components=2, random_state=1)
        out3 = model.fit_transform(X3)
        plt.scatter(out3[:, 0], out3[:, 1], **colorize)
        plt.axis('equal');
```

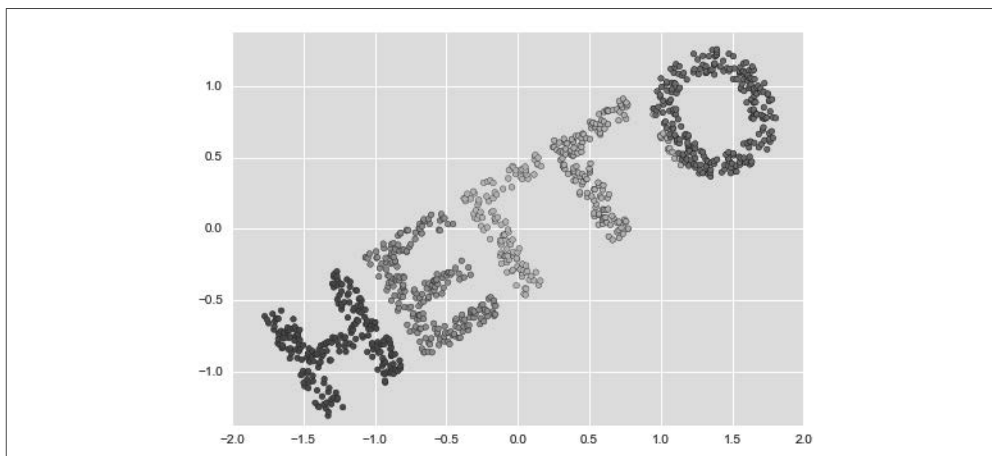


图 5-99：用 MDS 模型处理三维数据，还原了旋转和变形的输入数据形状

以上就是使用流形学习评估器希望达成的基本目标：给定一个高维嵌入数据，寻找数据的一个低维表示，并保留数据间的特定关系。在 MDS 的示例中，保留的数据是每对数据点之间的距离。

5.10.4 非线性嵌入：当MDS失败时

前面介绍了**线性**嵌入模型，它包括将数据旋转、平移和缩放到一个高维空间的操作。但是当嵌入为非线性时，即超越简单的操作集合时，MDS 算法就会失效。现在看看下面这个将输入数据在三维空间中扭曲成“S”形状的示例：

```
In[12]: def make_hello_s_curve(X):
            t = (X[:, 0] - 2) * 0.75 * np.pi
            x = np.sin(t)
            y = X[:, 1]
            z = np.sign(t) * (np.cos(t) - 1)
            return np.vstack((x, y, z)).T

        XS = make_hello_s_curve(X)
```

虽然这也是一个三维数据，但是这个嵌入更加复杂（如图 5-100 所示）：

```
In[13]: from mpl_toolkits import mplot3d
        ax = plt.axes(projection='3d')
        ax.scatter3D(XS[:, 0], XS[:, 1], XS[:, 2],
                     **colorize);
```

信息。

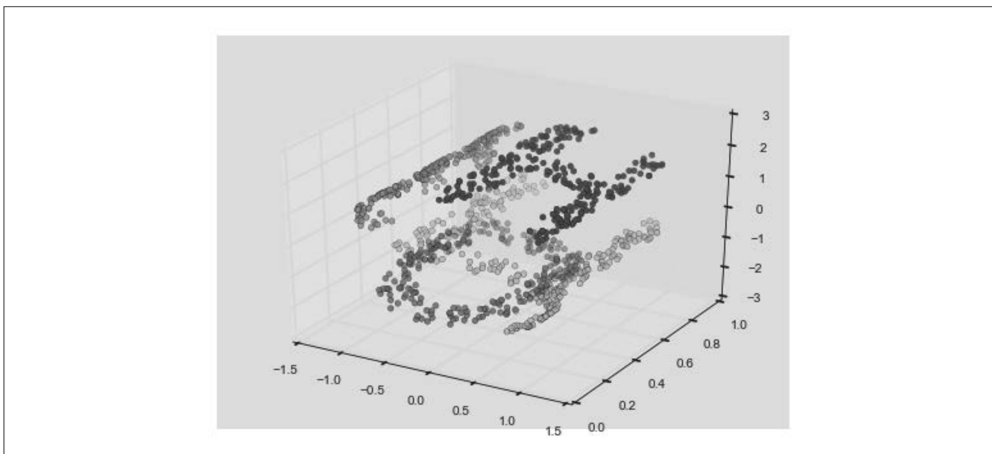


图 5-100：数据非线性地嵌入三维空间中

虽然数据点间基本的关系仍然存在，但是这次数据以非线性的方式进行了变换：它被包裹成了“S”形。

如果尝试用一个简单的 MDS 算法来处理这个数据，就无法展示数据非线性嵌入的特征，进而导致我们丢失了这个嵌入式流形的内部基本关系特性（如图 5-101 所示）：

```
In[14]: from sklearn.manifold import MDS
        model = MDS(n_components=2, random_state=2)
        outS = model.fit_transform(XS)
        plt.scatter(outS[:, 0], outS[:, 1], **colorize)
        plt.axis('equal');
```

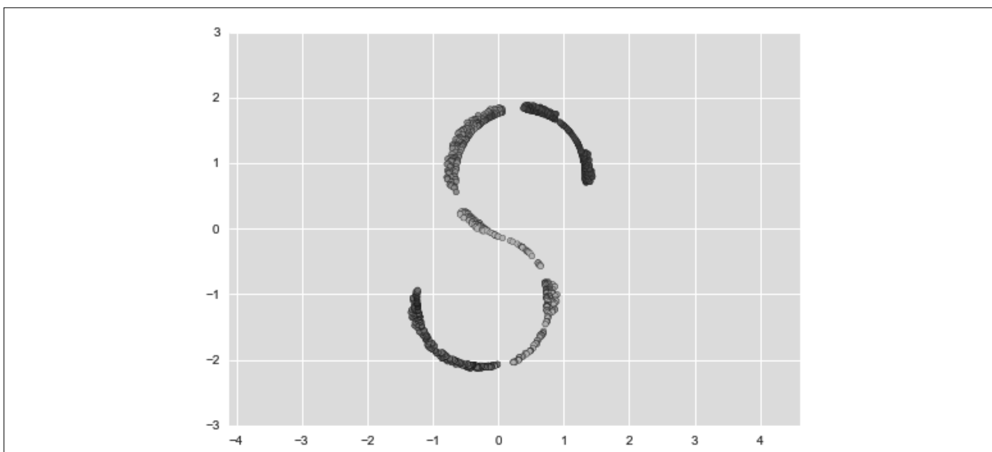


图 5-101：将 MDS 算法应用于非线性数据时无法还原其内部结构

即使是最优的二维**线性**嵌入也不能破解 S 曲线的谜题，而且还丢失了原始数据的 y 轴信息。

5.10.5 非线性流形：局部线性嵌入

那么该如何改进呢？在学习新的内容之前，先来回顾一下问题的源头：MDS 算法构建嵌入时，总是期望保留相距很远的数据点之间的距离。但是如果修改算法，让它只保留比较接近的点之间的距离呢？嵌入的结果可能会与我们的期望更接近。

可以将这两种思路想象成图 5-102 所示的情况。

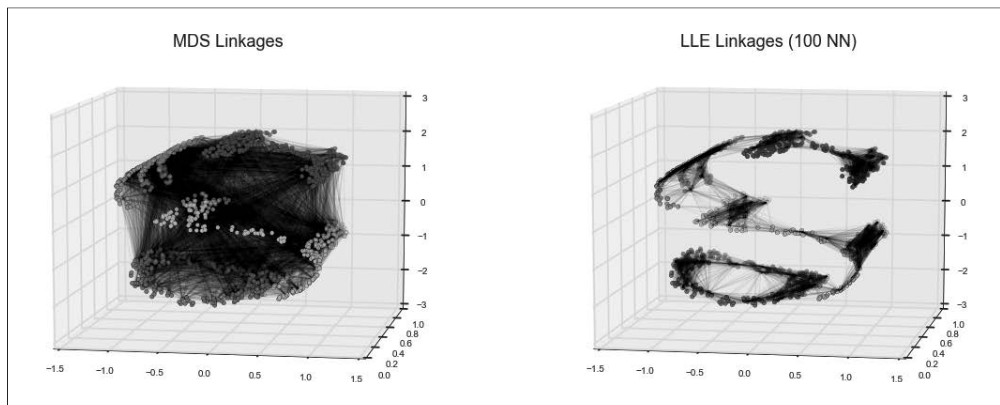


图 5-102：MDS 算法和 LLE 算法表示点间距离的差异

其中每一条细小的线都表示在嵌入时会保留的距离。左图是用 MDS 算法生成的嵌入模型，它会试图保留数据集中每对数据点间的距离；右图是用流形学习算法局部线性嵌入（LLE）生成的嵌入模型，该方法不保留**所有**的距离，而是仅保留**邻节点**间的距离——本例选择与每个点最近的 100 个邻节点。

看看左图，就能够明白为什么 MDS 算法会失效了：显然不可能在展开数据的同时，保证每条线段的长度完全不变。相比之下，右图的情况就更乐观一些。我们可以想象着通过某种方式将卷曲的数据展开，并且线段的长度基本保持不变。这就是 LLE 算法的工作原理，它通过对成本函数的全局优化来反映这个逻辑。

LLE 有好几种表现形式，这里用 modified LLE 算法来还原嵌入的二维流形。通常情况下，modified LLE 的效果比用其他算法还原实现定义好的流形数据的效果好，它几乎不会造成扭曲（如图 5-103 所示）：

```
In[15]:
from sklearn.manifold import LocallyLinearEmbedding
model = LocallyLinearEmbedding(n_neighbors=100, n_components=2, method='modified',
                               eigen_solver='dense')
out = model.fit_transform(XS)

fig, ax = plt.subplots()
ax.scatter(out[:, 0], out[:, 1], **colorize)
ax.set_ylim(0.15, -0.15);
```

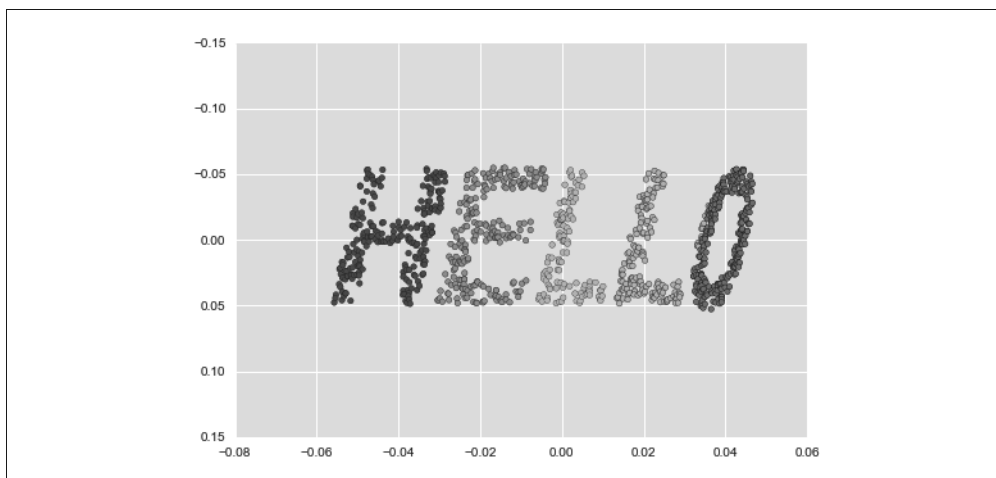


图 5-103：局部线性嵌入可以从非线性嵌入数据中恢复潜在数据特征

比起原始流形，这个结果虽然出现了一定程度的扭曲，但还是保留了数据的基本关系特性。

5.10.6 关于流形方法的一些思考

虽然这个示例十分精彩，但是由于流形学习在实际应用中的要求非常严格，因此除了在对高维数据进行简单的定性可视化之外，流形学习很少被正式使用。

以下是流形学习的一些特殊挑战，并将这些挑战与 PCA 算法进行了比较。

- 在流形学习中，并没有好的框架来处理缺失值。相比之下，PCA 算法中有一个用于处理缺失值的迭代方法。
- 在流形学习中，数据中噪音的出现将造成流形"短路"，并且严重影响嵌入结果。相比之下，PCA 可以自然地从最重要的成分中滤除噪音。
- 流形嵌入的结果通常高度依赖于所选取的邻节点的个数，并且通常没有确定的定量方式来选择最优的邻节点个数。相比之下，PCA 算法中并不存在这样的问题。
- 在流形学习中，全局最优的输出维度数很难确定。相比之下，PCA 可以基于解释方差来确定输出的维度数。
- 在流形学习中，嵌入维度的含义并不总是很清楚；而在 PCA 算法中，主成分有非常明确的含义。
- 在流形学习中，流形方法的计算复杂度为 $O[N^2]$ 或 $O[N^3]$。而 PCA 可以选择随机方法，通常速度更快（详情请参见 megaman 程序包中的一些具有可扩展能力的流形学习实现）。

虽然以上列举的都是流形学习相比于 PCA 算法的缺点，但是流形学习还有一个明显的优点，那就是它具有保留数据中的非线性关系的能力。正因为这个原因，我通常的做法是：先用 PCA 探索数据的线性特征，再用流形方法探索数据的非线性特征。

除了 Isomap 和 LLE，Scikit-Learn 还实现了其他几个常见的流形学习方法：Scikit-Learn 文

档有一篇非常精彩的流形学习算法对比文章（http://scikit-learn.org/stable/modules/manifold.html）。基于我的个人经验，给出以下几点建议。

- LLE 在 `sklearn.manifold.LocallyLinearEmbedding` 中实现。它对于简单问题，例如前面介绍过的 S 曲线、局部线性嵌入（LLE）及其变体（特别是 modified LLE）的学习效果非常好。
- Isomap 在 `sklearn.manifold.Isomap` 中实现。虽然 LLE 通常对现实世界的高维数据源的学习效果比较差，但是 Isomap 算法往往会获得比较好的嵌入效果。
- **t- 分布邻域嵌入算法**（t-distributed stochastic neighbor embedding，t-SNE）在 `sklearn.manifold.TSNE` 中实现。将它用于高度聚类的数据效果比较好，但是该方法比其他方法学习速度慢。

如果你对这些方法的工作方式感兴趣，那么我建议你用本节的数据运行这些方法，进而进行对比。

5.10.7　示例：用Isomap处理人脸数据

流形学习经常被用于探索高维数据点内部的关系。常见的高维数据示例就是图像数据。例如，一组 1000 像素的图像经常被看成是 1000 维度的点集合，每幅图像中每一个像素的亮度信息定义了相应维度上的坐标值。

这次我们将用 Isomap 方法处理一些人脸数据——使用 Wild 数据集中带标签的人脸数据，这个数据集在 5.9 节已经出现过。执行以下命令就会下载数据，并将其保存到代码同目录下，供后续使用：

```
In[16]: from sklearn.datasets import fetch_lfw_people
        faces = fetch_lfw_people(min_faces_per_person=30)
        faces.data.shape

Out[16]: (2370, 2914)
```

我们有 2370 幅图像，每一幅图像有 2914 个像素。换句话说，这些图像可以被看成是一个 2914 维空间中的数据点的集合！

先将几幅图像进行快速可视化，看看要处理的数据（如图 5-104 所示）：

```
In[17]: fig, ax = plt.subplots(4, 8, subplot_kw=dict(xticks=[], yticks=[]))
        for i, axi in enumerate(ax.flat):
            axi.imshow(faces.images[i], cmap='gray')
```

我们希望画出这 2914 维数据的一个低维嵌入结果，以此来了解图像的基本关系。可以从计算 PCA 开始，从而查看解释方差的比率。通过这个比率，就可以判断需要多少线性特征才能描述数据（如图 5-105 所示）：

```
In[18]: from sklearn.decomposition import RandomizedPCA
        model = RandomizedPCA(100).fit(faces.data)
        plt.plot(np.cumsum(model.explained_variance_ratio_))
        plt.xlabel('n components')
        plt.ylabel('cumulative variance');
```



图 5-104：人脸图像

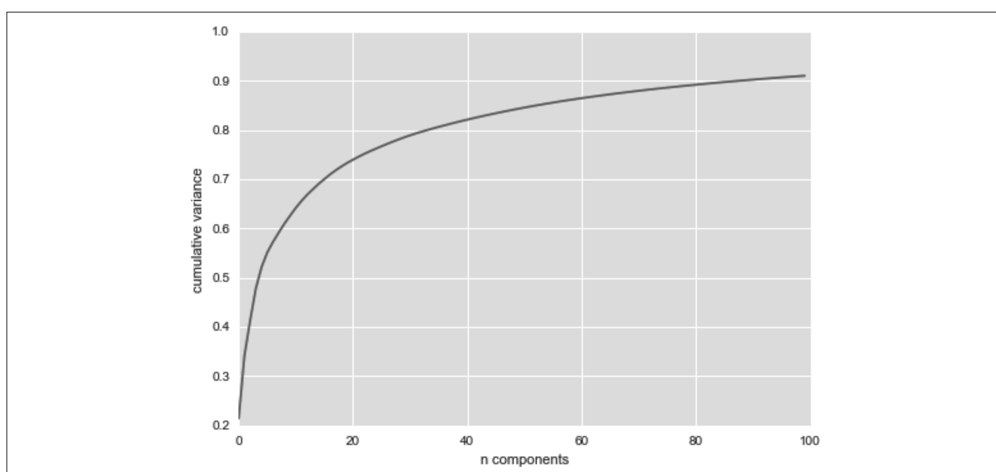


图 5-105：PCA 投影的累积方差

我们发现，这个数据大约需要 100 个成分才能保存 90% 的方差，说明该数据所需的维度非常高，仅通过几个线性成分无法描述。

由于存在上述问题，因此非线性流形嵌入方法，如 LLE 和 Isomap，就可以派上用场了。用前面的方法对这些人脸数据计算一个 Isomap 嵌入：

```
In[19]: from sklearn.manifold import Isomap
        model = Isomap(n_components=2)
        proj = model.fit_transform(faces.data)
        proj.shape

Out[19]: (2370, 2)
```

输出的是对所有图像的一个二维投影。为了更好地理解该投影表示的含义，来定义一个函数，在不同的投影位置输出图像的缩略图：

```
In[20]: from matplotlib import offsetbox

        def plot_components(data, model, images=None, ax=None,
                            thumb_frac=0.05, cmap='gray'):
            ax = ax or plt.gca()

            proj = model.fit_transform(data)
            ax.plot(proj[:, 0], proj[:, 1], '.k')

            if images is not None:
                min_dist_2 = (thumb_frac * max(proj.max(0) - proj.min(0))) ** 2
                shown_images = np.array([2 * proj.max(0)])
                for i in range(data.shape[0]):
                    dist = np.sum((proj[i] - shown_images) ** 2, 1)
                    if np.min(dist) < min_dist_2:
                        # 不展示相距很近的点
                        continue
                    shown_images = np.vstack([shown_images, proj[i]])
                    imagebox = offsetbox.AnnotationBbox(
                        offsetbox.OffsetImage(images[i], cmap=cmap),
                                              proj[i])
                    ax.add_artist(imagebox)
```

调用这个函数后，就可以看到以下结果（如图 5-106 所示）：

```
In[21]: fig, ax = plt.subplots(figsize=(10, 10))
        plot_components(faces.data,
                        model=Isomap(n_components=2),
                        images=faces.images[:, ::2, ::2])
```

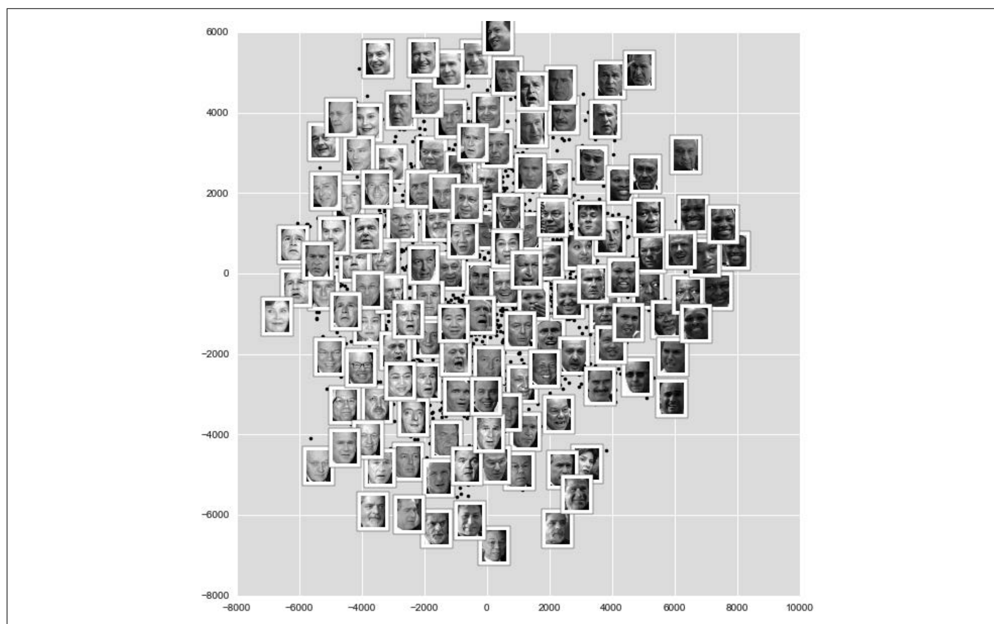


图 5-106：人脸数据的 Isomap 嵌入

结果非常有趣。前两个 Isomap 维度仿佛就描述了图像的整体特征：图像明暗度从左至右持续变化，人脸朝向从下到上持续变化。这是一组非常好的视觉指标，呈现了数据中一些基本特征。

我们可以根据这个结果将数据进行分类，并像 5.7 节做过的那样，用流形特征作为分类算法的输入数据。

5.10.8　示例：手写数字的可视化结构

本例是另外一个使用流形学习进行可视化的例子，用到的是 MNIST 手写数字数据集。该数据和我们在 5.8 节中看到的数字类似，但是每幅图像包含的像素更多。它可以用 Scikit-Learn 工具从 http://mldata.org/ 下载：

```
In[22]: from sklearn.datasets import fetch_mldata
        mnist = fetch_mldata('MNIST original')
        mnist.data.shape

Out[22]: (70000, 784)
```

它包含了 70 000 幅图像，每幅图像有 784 像素（也就是说，图像是 28 像素 × 28 像素）。与前面的处理方式相同，先看看前面几幅图像（如图 5-107 所示）：

```
In[23]: fig, ax = plt.subplots(6, 8, subplot_kw=dict(xticks=[], yticks=[]))
        for i, axi in enumerate(ax.flat):
            axi.imshow(mnist.data[1250 * i].reshape(28, 28), cmap='gray_r')
```



图 5-107：MNIST 手写数字

这样就能对数据集中的各种手写方式有个直观印象了。

下面来计算这些数据的流形学习投影，如图 5-108 所示。考虑到计算速度的影响，我们仅使用数据集的 1/30 进行学习，大概包括 2000 个数字样本点（由于流形学习的计算扩展性比较差，因此一开始用几千个示例数据也许是不错的选择，这样可以在完整计算之前进行相对快速的探索）：

```
In[24]:
# 由于计算完整的数据集需要花很长时间，因此仅使用数据集的1/30
data = mnist.data[::30]
target = mnist.target[::30]

model = Isomap(n_components=2)
proj = model.fit_transform(data)
plt.scatter(proj[:, 0], proj[:, 1], c=target, cmap=plt.cm.get_cmap('jet', 10))
plt.colorbar(ticks=range(10))
plt.clim(-0.5, 9.5);
```

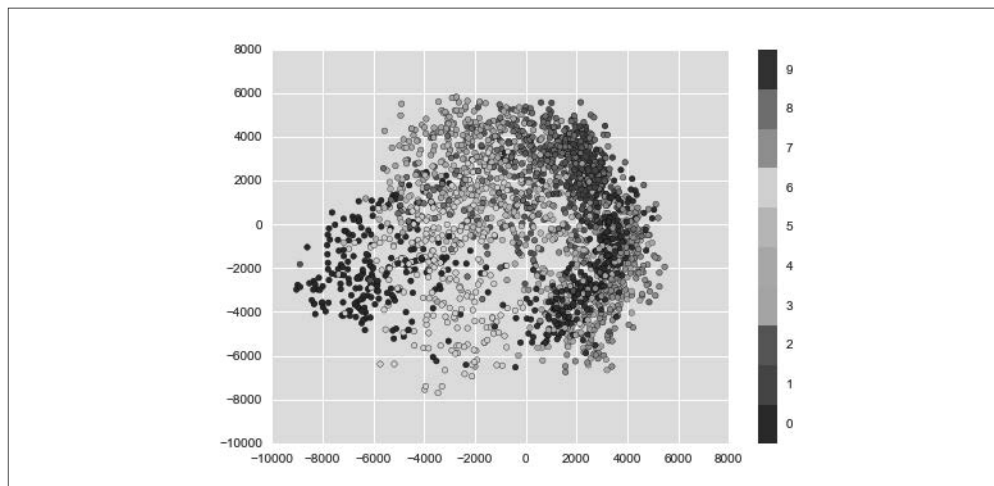


图 5-108：MNIST 手写数字数据的 Isomap 嵌入

该散点图结果展示了数据点间的一些关系，但是点的分布有一点拥挤。我们可以一次只查看一个数字，来获得更清楚的结果（如图 5-109 所示）：

```
In[25]: from sklearn.manifold import Isomap

        # 选择1/4的数字"1"来投影
        data = mnist.data[mnist.target == 1][::4]

        fig, ax = plt.subplots(figsize=(10, 10))
        model = Isomap(n_neighbors=5, n_components=2, eigen_solver='dense')
        plot_components(data, model, images=data.reshape((-1, 28, 28)),
                        ax=ax, thumb_frac=0.05, cmap='gray_r')
```

结果表明，数据集中数字“1”的形式是多种多样的。这个数据在投影空间中分布在一个较宽的曲面上，都像是沿着数字的方向。当你沿着图像向上看，将发现一些带着“帽子”且 / 或带有“底座”的数字“1”，虽然这些形式在整个数据集中非常少。可见，流形投影可以让我们发现数据中的异常点（即邻近的数字片段被偷偷放入抽取的图像中）。

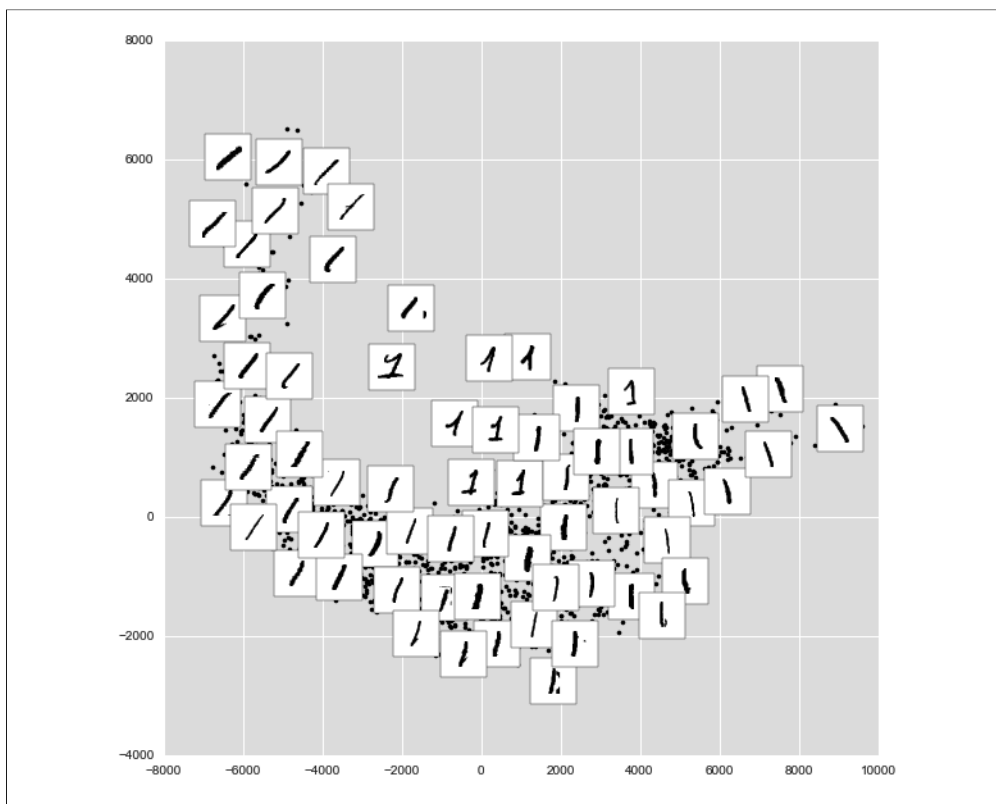


图 5-109：数据中数字“1”的 Isomap 嵌入

虽然这种方法可能对数字分类任务并没有帮助，但是它确实可以帮助我们更好地理解数据，并且能提供一些进一步分析数据的线索。例如，在构建分类管道模型之前，该如何对数据进行预处理。

5.11　专题：*k*-means聚类

在前面几节中，我们探索了一种无监督机器学习模型：降维。下面将介绍另一种无监督机器学习模型：聚类算法。聚类算法直接从数据的内在性质中学习最优的划分结果或者确定离散标签类型。

虽然在 Scikit-Learn 或其他地方有许多聚类算法，但最简单、最容易理解的聚类算法可能还得算是 *k*-means **聚类**算法了，在 `sklearn.cluster.KMeans` 中实现。首先还是先输入标准程序包：

```
In[1]: %matplotlib inline
       import matplotlib.pyplot as plt
       import seaborn as sns; sns.set()  # 绘图风格
       import numpy as np
```

5.11.1 *k*-means简介

k-means 算法在不带标签的多维数据集中寻找确定数量的簇。最优的聚类结果需要符合以下两个假设。

- “簇中心点”（cluster center）是属于该簇的所有数据点坐标的算术平均值。
- 一个簇的每个点到该簇中心点的距离，比到其他簇中心点的距离短。

这两个假设是 *k*-means 模型的基础，后面会具体介绍**如何**用该算法解决问题。先通过一个简单的数据集，看看 *k*-means 算法的处理结果。

首先，生成一个二维数据集，该数据集包含 4 个明显的簇。由于要演示无监督算法，因此去除可视化图中的标签（如图 5-110 所示）：

```
In[2]: from sklearn.datasets.samples_generator import make_blobs
       X, y_true = make_blobs(n_samples=300, centers=4,
                              cluster_std=0.60, random_state=0)
       plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], s=50);
```

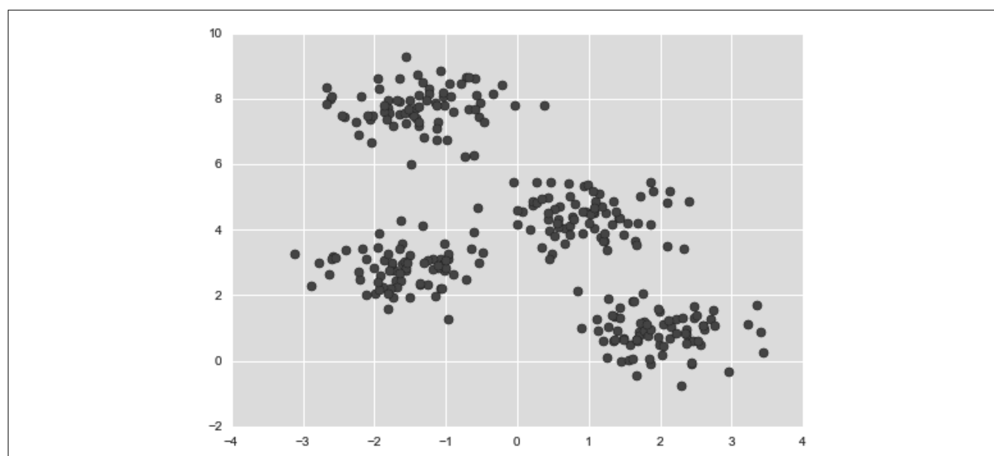


图 5-110：数据聚类

通过肉眼观察，可以很轻松地挑选出 4 个簇。而 *k*-means 算法可以自动完成 4 个簇的识别工作，并且在 Scikit-Learn 中使用通用的评估器 API：

```
In[3]: from sklearn.cluster import KMeans
       kmeans = KMeans(n_clusters=4)
       kmeans.fit(X)
       y_kmeans = kmeans.predict(X)
```

下面用带彩色标签的数据来展示聚类结果。同时，画出簇中心点，这些簇中心点是由 *k*-means 评估器确定的（如图 5-111 所示）：

```
In[4]: plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=y_kmeans, s=50, cmap='viridis')

       centers = kmeans.cluster_centers_
       plt.scatter(centers[:, 0], centers[:, 1], c='black', s=200, alpha=0.5);
```

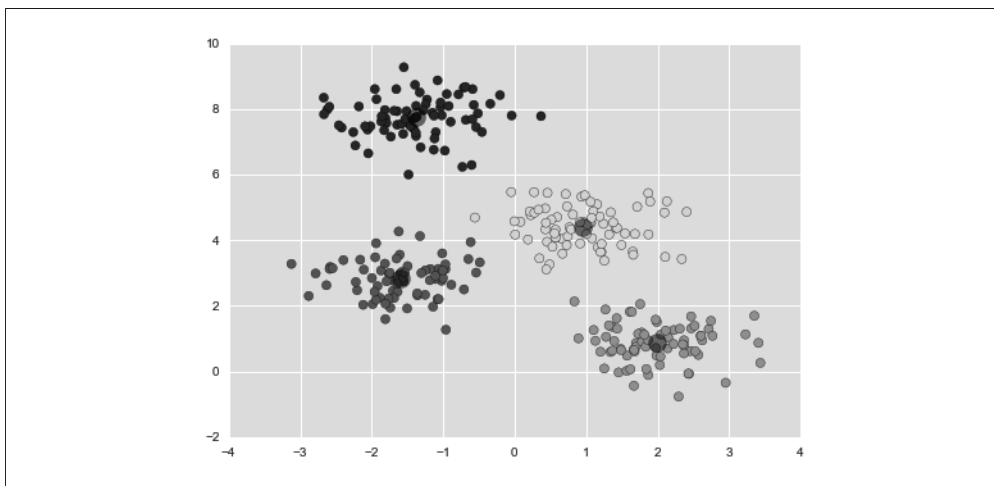


图 5-111：*k*-means 簇中心点和用不同颜色区分的簇

告诉你个好消息，*k*-means 算法可以（至少在这个简单的例子中）将点指定到某一个类，就类似于通过肉眼观察然后将点指定到某个类。但你可能会好奇，这些算法究竟是如何快速找到这些簇的，毕竟可能存在的簇分配组合方案会随着数据点的增长而呈现指数级增长趋势，如果要做这样的穷举搜索需要消耗大量时间。好在有算法可以避免这种穷举搜索——*k*-means 方法使用了一种容易理解、便于重复的**期望最大化**算法取代了穷举搜索。

5.11.2 *k*-means算法：期望最大化

期望最大化（expectation-maximization，E-M）是一种非常强大的算法，应用于数据科学的很多场景中。*k*-means 是该算法的一个非常简单并且易于理解的应用，下面将简单介绍 E-M 算法。简单来说，期望最大化方法包含以下步骤。

(1) 猜测一些簇中心点。
(2) 重复直至收敛。

  a. **期望步骤**（E-step）：将点分配至离其最近的簇中心点。
  b. **最大化步骤**（M-step）：将簇中心点设置为所有点坐标的平均值。

期望步骤（E-step 或 Expectation step）不断更新每个点是属于哪一个簇的期望值，最大化步骤（M-step 或 Maximization step）计算关于簇中心点的拟合函数值最大化对应坐标（argmax 函数）——在本例中，通过简单地求每个簇中所有数据点坐标的平均值得到了簇中心点坐标。

关于这个算法的资料非常多，但是这些资料都可以总结为：在典型环境下，每一次重复 E-step 和 M-step 都将会得到更好的聚类效果。

将这个算法在图 5-112 中可视化。

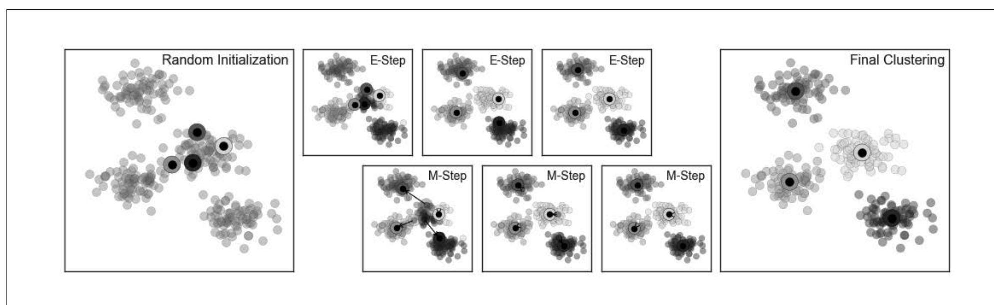


图 5-112：*k*-means 的 E–M 算法的可视化

如图所示，数据从初始化状态开始，经过三次迭代后收敛。下图显示的是聚类的交互式可视化版本，详情请参见 GitHub 在线附录（https://github.com/jakevdp/PythonDataScienceHandbook）中的代码。

k-means 算法非常简单，只要用几行代码就可以实现它。以下是一个非常基础的 *k*-means 算法实现（如图 5-113 所示）：

```
In[5]: from sklearn.metrics import pairwise_distances_argmin

       def find_clusters(X, n_clusters, rseed=2):
           # 1.随机选择簇中心点
           rng = np.random.RandomState(rseed)
           i = rng.permutation(X.shape[0])[:n_clusters]
           centers = X[i]

           while True:
               # 2a.基于最近的中心指定标签
               labels = pairwise_distances_argmin(X, centers)

               # 2b.根据点的平均值找到新的中心
               new_centers = np.array([X[labels == i].mean(0)
                                       for i in range(n_clusters)])

               # 2c.确认收敛
               if np.all(centers == new_centers):
                   break
               centers = new_centers

           return centers, labels

       centers, labels = find_clusters(X, 4)
       plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=labels,
                   s=50, cmap='viridis');
```

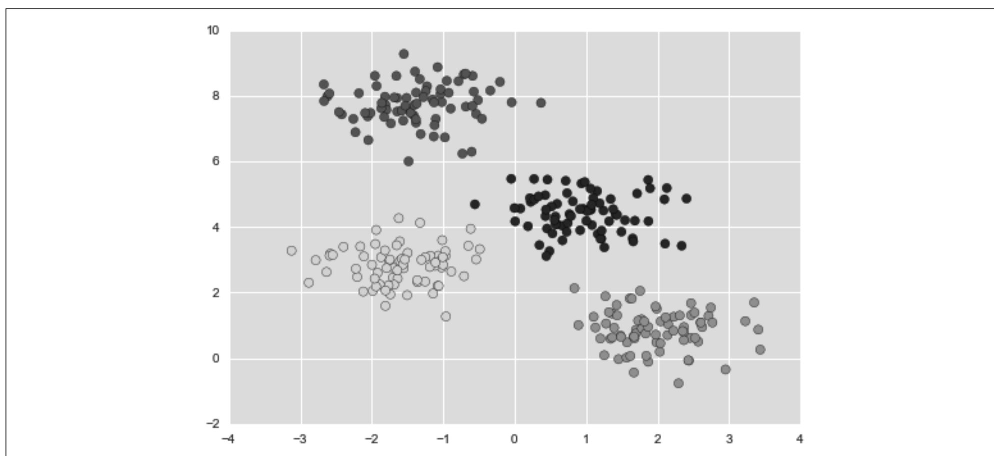


图 5-113：用 k-means 进行数据聚类

虽然大部分可用的聚类算法底层其实都是对上述示例的进一步扩展，但上述函数解释了期望最大化方法的核心内容。

使用期望最大化算法时的注意事项

在使用期望最大化算法时，需要注意几个问题。

可能不会达到全局最优结果

首先，虽然 E–M 算法可以在每一步中改进结果，但是它并不保证可以获得**全局**最优的解决方案。例如，如果在上述简单的步骤中使用一个随机种子（random seed），那么某些初始值可能会导致很糟糕的聚类结果（如图 5-114 所示）：

```
In[6]: centers, labels = find_clusters(X, 4, rseed=0)
       plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=labels,
                   s=50, cmap='viridis');
```

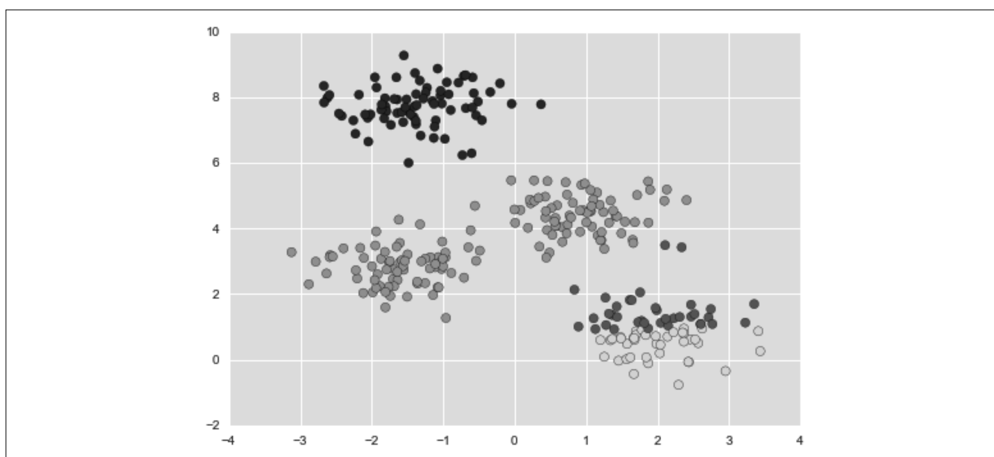


图 5-114：k-means 算法的一个糟糕的收敛结果

虽然 E–M 算法最终收敛了，但是并没有收敛至全局最优配置。因此，该算法通常会用不同的初始值尝试很多遍，在 Scikit-Learn 中通过 `n_init` 参数（默认值是 10）设置执行次数。

簇数量必须事先定好

k-means 还有一个显著的问题：你必须告诉该算法簇数量，因为它无法从数据中自动学习到簇的数量。如果我们告诉算法识别出 6 个簇，它将很快乐地执行，并找出最佳的 6 个簇（如图 5-115 所示）：

```
In[7]: labels = KMeans(6, random_state=0).fit_predict(X)
       plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=labels,
                   s=50, cmap='viridis');
```

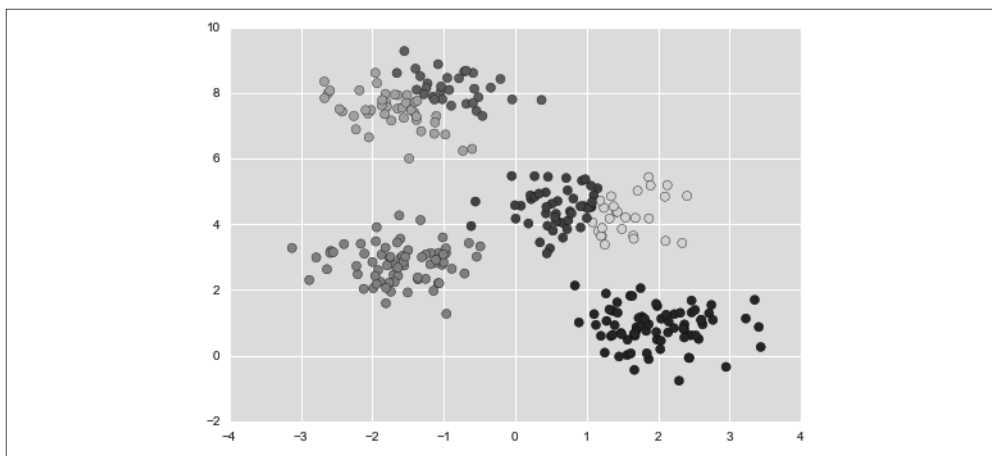


图 5-115：簇数量取值不合适的结果

结果是否有意义是一个很难给出明确回答的问题。有一个非常直观的方法，但这里不会进一步讨论，该方法叫作轮廓分析（http://scikit-learn.org/stable/auto_examples/cluster/plot_kmeans_silhouette_analysis.html）。

不过，你也可以使用一些复杂的聚类算法，有些算法对每个簇的聚类效果有更好的度量方式（例如高斯混合模型，Gaussian mixture models，详情请参见 5.12 节），还有一些算法**可以**选择一个合适的簇数量（例如 DBSCAN、均值漂移或者近邻传播，这些都是 `sklearn.cluster` 的子模块）。

k-means 算法只能确定线性聚类边界

k-means 的基本模型假设（与其他簇的点相比，数据点更接近自己的簇中心点）表明，当簇中心点呈现非线性的复杂形状时，该算法通常不起作用。

k-means 聚类的边界总是线性的，这就意味着当边界很复杂时，算法会失效。用下面的数据来演示 *k*-means 算法得到的簇标签，如图 5-116 所示：

```
In[8]: from sklearn.datasets import make_moons
       X, y = make_moons(200, noise=.05, random_state=0)
```

```
In[9]: labels = KMeans(2, random_state=0).fit_predict(X)
       plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=labels,
                   s=50, cmap='viridis');
```

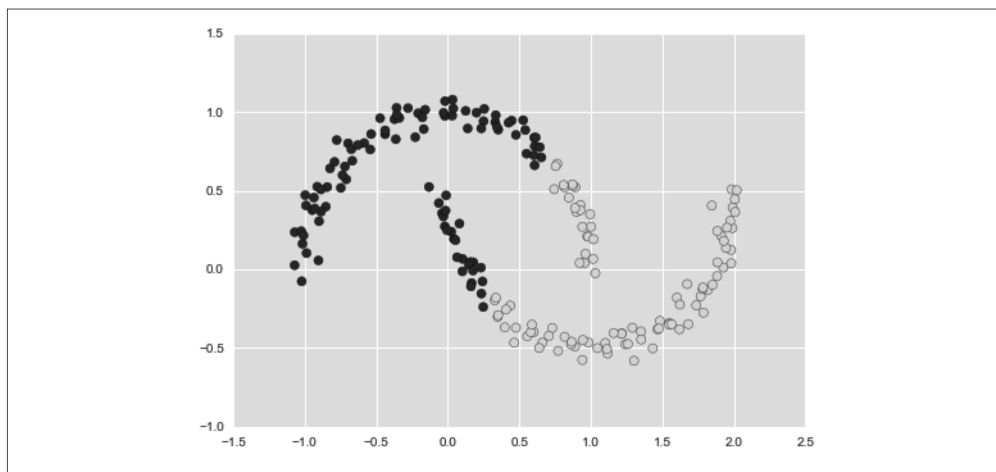


图 5-116：将 *k*-means 算法用于非线性边界的失败案例

这个情形让人想起 5.7 节介绍的内容，当时我们通过一个核变换将数据投影到更高维的空间，投影后的数据使线性分离成为可能。或许可以使用同样的技巧解决 *k*-means 算法无法处理非线性边界的问题。

这种核 *k*-means 算法在 Scikit-Learn 的 `SpectralClustering` 评估器中实现，它使用最近邻图（the graph of nearest neighbors）来计算数据的高维表示，然后用 *k*-means 算法分配标签（如图 5-117 所示）：

```
In[10]: from sklearn.cluster import SpectralClustering
        model = SpectralClustering(n_clusters=2,
                                   affinity='nearest_neighbors',
                                   assign_labels='kmeans')
        labels = model.fit_predict(X)
        plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=labels,
                    s=50, cmap='viridis');
```

可以看到，通过核变换方法，核 *k*-means 就能够找到簇之间复杂的非线性边界了。

当数据量较大时，*k*-means 会很慢

由于 *k*-means 的每次迭代都必须获取数据集所有的点，因此随着数据量的增加，算法会变得缓慢。你可能会想到将“每次迭代都必须使用所有数据点”这个条件放宽，例如每一步仅使用数据集的一个子集来更新簇中心点。这恰恰就是批处理（batch-based）*k*-means 算法的核心思想，该算法在 `sklearn.cluster.MiniBatchKMeans` 中实现。该算法的接口和标准的 `KMeans` 接口相同，后面将用一个示例来演示它的用法。

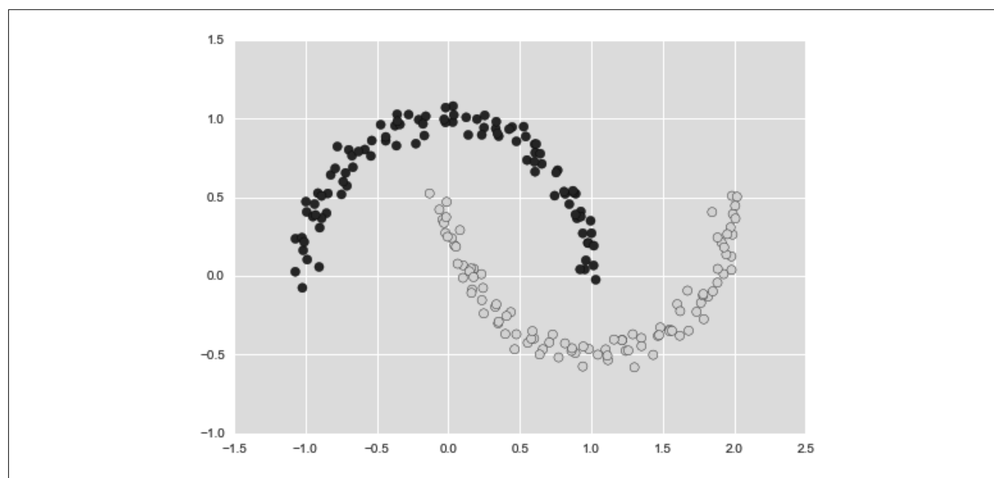


图 5-117：SpectralClustering 算法计算的非线性边界

5.11.3 案例

了解了算法的限制条件之后，就可以将 *k*-means 的优势发挥到合适的场景中了。下面来演示一些示例。

1. 案例1：用*k*-means算法处理手写数字

首先，将 *k*-means 算法用于 5.8 节和 5.9 节演示的手写数字数据。这次试试能不能不使用原始的标签信息，就用 *k*-means 算法识别出类似的数字。这个过程就好像是在**事先**没有标签信息的情况下，探索新数据集的含义。

首先导入手写数字，再使用 KMeans 聚类。手写数字数据集包含 1797 个示例，每个样本有 64 个特征，其实就是 8×8 图像中的每个像素：

```
In[11]: from sklearn.datasets import load_digits
        digits = load_digits()
        digits.data.shape

Out[11]: (1797, 64)
```

聚类过程和之前的一样：

```
In[12]: kmeans = KMeans(n_clusters=10, random_state=0)
        clusters = kmeans.fit_predict(digits.data)
        kmeans.cluster_centers_.shape

Out[12]: (10, 64)
```

结果是在 64 维中有 10 个类。需要注意的是，这些簇中心点本身就是 64 维像素的点，可以将这些点看成是该簇中“具有代表性”（typical）的数字。这些簇中心点如图 5-118 所示：

```
In[13]: fig, ax = plt.subplots(2, 5, figsize=(8, 3))
        centers = kmeans.cluster_centers_.reshape(10, 8, 8)
        for axi, center in zip(ax.flat, centers):
            axi.set(xticks=[], yticks=[])
            axi.imshow(center, interpolation='nearest', cmap=plt.cm.binary)
```



图 5-118：用 *k*-means 算法得到的簇中心点

我们会发现，**即使没有标签**，`KMeans` 算法也可以找到可辨识的数字中心，但是 1 和 8 例外。

由于 *k*-means 并不知道簇的真实标签，因此 0~9 标签可能并不是顺序排列的。我们可以将每个学习到的簇标签和真实标签进行匹配，从而解决这个问题：

```
In[14]: from scipy.stats import mode

        labels = np.zeros_like(clusters)
        for i in range(10):
            mask = (clusters == i)
            labels[mask] = mode(digits.target[mask])[0]
```

现在就可以检查无监督聚类算法在查找相似数字时的准确性了：

```
In[15]: from sklearn.metrics import accuracy_score
        accuracy_score(digits.target, labels)

Out[15]: 0.79354479688369506
```

仅通过一个简单的 *k*-means 算法，就可以获得手写数字数据集 80% 的分组准确率！下面再看看混淆矩阵（如图 5-119 所示）：

```
In[16]: from sklearn.metrics import confusion_matrix
        mat = confusion_matrix(digits.target, labels)
        sns.heatmap(mat.T, square=True, annot=True, fmt='d', cbar=False,
                    xticklabels=digits.target_names,
                    yticklabels=digits.target_names)
        plt.xlabel('true label')
        plt.ylabel('predicted label');
```

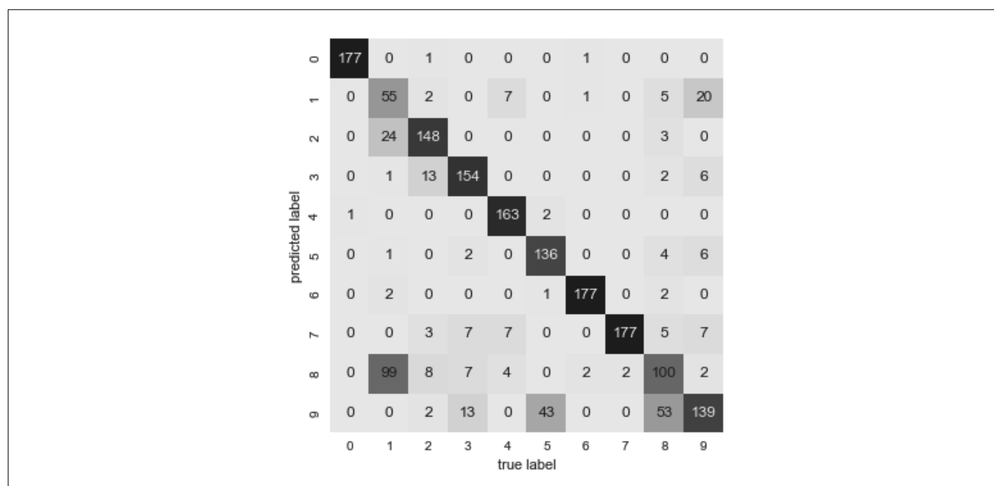


图 5-119：*k*-means 分类器的混淆矩阵

正如我们之前看到的簇中心点图，混淆的地方主要是在数字 8 和 1。但仍然可以看出，通过 *k*-means 可以构建一个数字分类器，该数字分类器**不需要任何已知的标签**。

其实还可以更进一步，使用 t- 分布邻域嵌入算法（详情请参见 5.10 节）在执行 *k*-means 之前对数据进行预处理。t-SNE 是一个非线性嵌入算法，特别擅长保留簇中的数据点。下面来看看如何实现：

```
In[17]: from sklearn.manifold import TSNE

        # 投影数据：这一步将耽误几秒钟
        tsne = TSNE(n_components=2, init='pca', random_state=0)
        digits_proj = tsne.fit_transform(digits.data)

        # 计算类
        kmeans = KMeans(n_clusters=10, random_state=0)
        clusters = kmeans.fit_predict(digits_proj)

        # 排列标签
        labels = np.zeros_like(clusters)
        for i in range(10):
            mask = (clusters == i)
            labels[mask] = mode(digits.target[mask])[0]

        # 计算准确度
        accuracy_score(digits.target, labels)

Out[17]: 0.93356149137451305
```

同样在**没有标签**的情况下，它可以达到 94% 的分类准确率，这就是合理使用无监督学习的力量。无监督学习可以从数据集中抽取难以用手眼直接提取的信息。

2. 案例2：将*k*-means用于色彩压缩

聚类算法的另一个有趣应用是图像色彩压缩。设想你有一幅包含几百万种颜色的图像，但其实大多数图像中的很大一部分色彩通常是不会被眼睛注意到的，而且图像中的很多像素都拥有类似或者相同的颜色。

如图 5-120 所示，该图像来源于 Scikit-Learn 的 `datasets` 模块（在本例中，你将需要安装 Python 的 `pillow` 图像程序包）：

```
In[18]: # 需要安装pillow图像程序包
        from sklearn.datasets import load_sample_image
        china = load_sample_image("china.jpg")
        ax = plt.axes(xticks=[], yticks=[])
        ax.imshow(china);
```



图 5-120：输入图像

该图像存储在一个三维数组 `(height, width, RGB)` 中，以 0~255 的整数表示红 / 蓝 / 绿信息：

```
In[19]: china.shape

Out[19]: (427, 640, 3)
```

可以将这组像素转换成三维颜色空间中的一群数据点。先将数据变形为 `[n_samples × n_features]`，然后缩放颜色至其取值为 0~1：

```
In[20]: data = china / 255.0 # 转换成0~1区间值
        data = data.reshape(427 * 640, 3)
        data.shape

Out[20]: (273280, 3)
```

还可以在颜色空间中对这些像素进行可视化。为了演示方便，这里只使用包含前 10 000 个像素的子集（如图 5-121 所示）：

```
In[21]: def plot_pixels(data, title, colors=None, N=10000):
            if colors is None:
                colors = data

            # 随机选择一个子集
            rng = np.random.RandomState(0)
            i = rng.permutation(data.shape[0])[:N]
            colors = colors[i]
            R, G, B = data[i].T

            fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(16, 6))
            ax[0].scatter(R, G, color=colors, marker='.')
            ax[0].set(xlabel='Red', ylabel='Green', xlim=(0, 1), ylim=(0, 1))

            ax[1].scatter(R, B, color=colors, marker='.')
            ax[1].set(xlabel='Red', ylabel='Blue', xlim=(0, 1), ylim=(0, 1))

            fig.suptitle(title, size=20);

In[22]: plot_pixels(data, title='Input color space: 16 million possible colors')
```

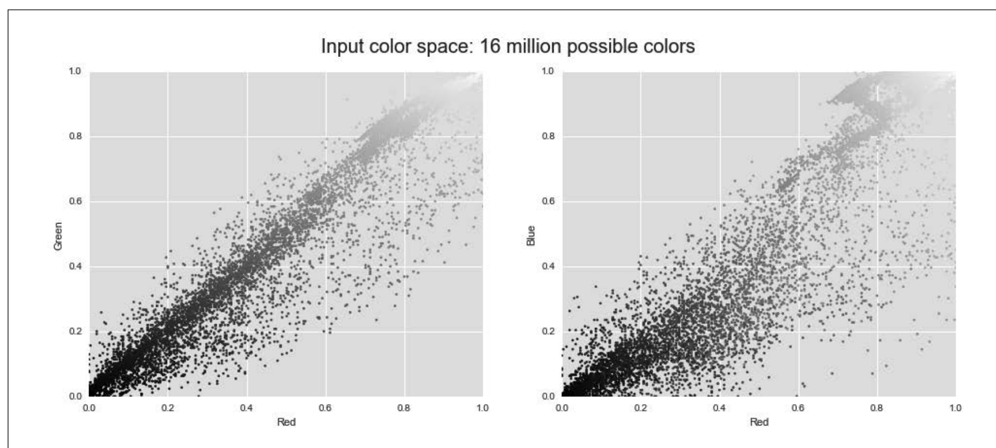


图 5-121：在 RGB 颜色空间中的像素分布

现在对像素空间（特征矩阵）使用 *k*-means 聚类，将 1600 万种颜色（255 × 255 × 255 = 16 581 375）缩减到 16 种颜色。因为我们处理的是一个非常大的数据集，所以将使用 `MiniBatchKMeans` 算法对数据集的子集进行计算。这种算法比标准的 *k*-means 算法速度更快（如图 5-122 所示）：

```
In[23]: from sklearn.cluster import MiniBatchKMeans
        kmeans = MiniBatchKMeans(16)
        kmeans.fit(data)
        new_colors = kmeans.cluster_centers_[kmeans.predict(data)]

        plot_pixels(data, colors=new_colors,
                    title="Reduced color space: 16 colors")
```

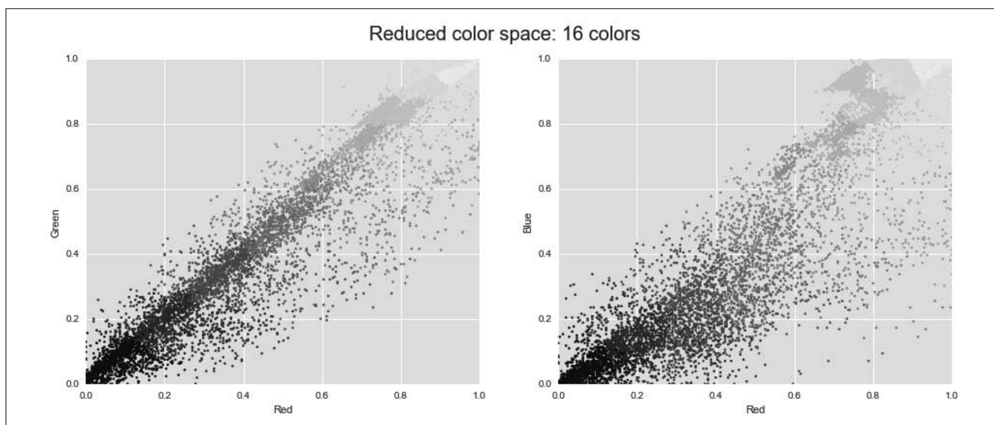


图 5-122：在 RGB 颜色空间中 16 个类

用计算的结果对原始像素重新着色，即每个像素被指定为距离其最近的簇中心点的颜色。用新的颜色在图像空间（427 × 640），而不是像素空间（273 280 × 3）里重新画图，展示效果（如图 5-123 所示）：

```
In[24]:
china_recolored = new_colors.reshape(china.shape)

fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(16, 6),
          subplot_kw=dict(xticks=[], yticks=[]))
fig.subplots_adjust(wspace=0.05)
ax[0].imshow(china)
ax[0].set_title('Original Image', size=16)
ax[1].imshow(china_recolored)
ax[1].set_title('16-color Image', size=16);
```



图 5-123：对比拥有全部颜色的图像（左）和拥有 16 个颜色的图像（右）

虽然右图丢失了某些细节，但是图像总体上还是非常容易辨识的。右图实现了将近一百万的压缩比！这就是 *k*-means 的一个有趣的应用，当然还有很多更好的压缩图像的算法，但是这个示例足以显示无监督算法（如 *k*-means）解决问题的力量。

5.12 专题：高斯混合模型

前一节介绍的 *k*-means 聚类模型非常简单并且易于理解，但是它的简单性也为实际应用带来了挑战。特别是在实际应用中，*k*-means 的非概率性和它仅根据到簇中心点的距离来指派簇的特点将导致性能低下。这一节将介绍高斯混合模型，该模型可以被看作是 *k*-means 思想的一个扩展，但它也是一种非常强大的聚类评估工具。还是从标准导入开始：

```
In[1]: %matplotlib inline
       import matplotlib.pyplot as plt
       import seaborn as sns; sns.set()
       import numpy as np
```

5.12.1 高斯混合模型（GMM）为什么会出现：*k*-means 算法的缺陷

下面来介绍一些 *k*-means 算法的不足之处，并思考如何改进我们的聚类模型。就像前一节所看到的，只要给定简单且分离性非常好的数据，*k*-means 就可以找到合适的聚类结果。

例如，只要有简单的数据簇，*k*-means 算法就可以快速给这些簇作标记，标记结果和通过肉眼观察到的簇的结果十分接近（如图 5-124 所示）：

```
In[2]: # 生成数据
       from sklearn.datasets.samples_generator import make_blobs
       X, y_true = make_blobs(n_samples=400, centers=4,
                              cluster_std=0.60, random_state=0)
       X = X[:, ::-1] # 交换列是为了方便画图

In[3]: #用k-means标签画出数据
       from sklearn.cluster import KMeans
       kmeans = KMeans(4, random_state=0)
       labels = kmeans.fit(X).predict(X)
       plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=labels, s=40, cmap='viridis');
```

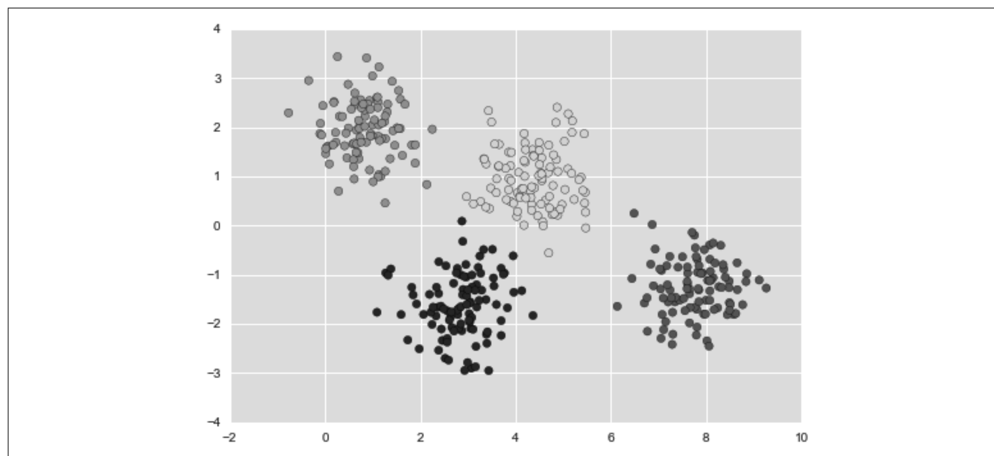


图 5-124：简单数据的 *k*-means 标签

通过直接观察可以发现，某些点的归属簇比其他点的归属簇更加明确。例如，中间的两个簇似乎有一小块区域重合，因此我们对重合部分的点将被分配到哪个簇不是很有信心。不幸的是，*k*-means 模型本身也没有度量簇的分配概率或不确定性的方法（虽然可以用数据重抽样方法 bootstrap 来估计不确定性）。因此，我们必须找到一个更通用的模型。

理解 *k*-means 模型的一种方法是，它在每个簇的中心放置了一个圆圈（在更高维空间中是一个超空间），圆圈半径根据最远的点与簇中心点的距离算出。这个半径作为训练集分配簇的硬切断（hard cutoff），即在这个圆圈之外的任何点都不是该簇的成员。可以用以下函数将这个聚类模型可视化（如图 5-125 所示）：

```
In[4]:
from sklearn.cluster import KMeans
from scipy.spatial.distance import cdist

def plot_kmeans(kmeans, X, n_clusters=4, rseed=0, ax=None):
    labels = kmeans.fit_predict(X)

    # 画出输入数据
    ax = ax or plt.gca()
    ax.axis('equal')
    ax.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=labels, s=40, cmap='viridis', zorder=2)

    # 画出k-means模型的表示
    centers = kmeans.cluster_centers_
    radii = [cdist(X[labels == i], [center]).max()
             for i, center in enumerate(centers)]
    for c, r in zip(centers, radii):
        ax.add_patch(plt.Circle(c, r, fc='#CCCCCC', lw=3, alpha=0.5, zorder=1))

In[5]: kmeans = KMeans(n_clusters=4, random_state=0)
       plot_kmeans(kmeans, X)
```

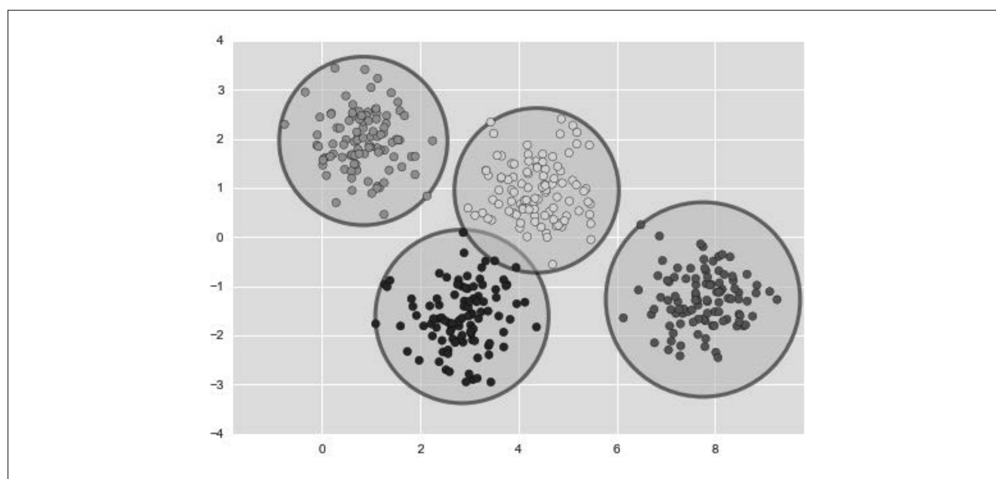


图 5-125：*k*-means 模型隐含的圆形的簇

k-means 有一个重要特征，它要求这些簇的模型**必须是圆形**：*k*-means 算法没有内置的方法来实现椭圆形的簇。因此，如果对同样的数据进行一些转换，簇的分配就会变得混乱（如图 5-126 所示）：

```
In[6]: rng = np.random.RandomState(13)
       X_stretched = np.dot(X, rng.randn(2, 2))

       kmeans = KMeans(n_clusters=4, random_state=0)
       plot_kmeans(kmeans, X_stretched)
```

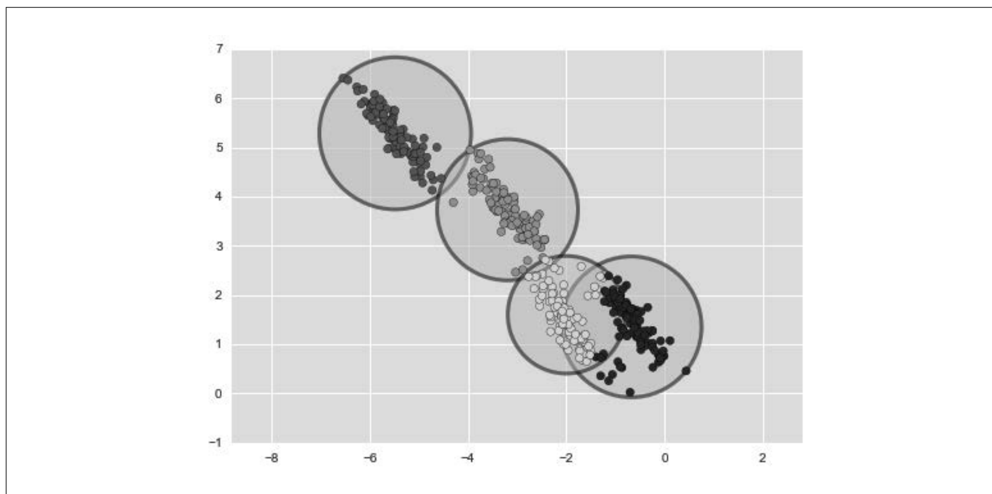


图 5-126：*k*-means 算法对非圆形聚类效果很差

通过肉眼观察，可以发现这些变形的簇并不是圆形的，因此圆形的簇拟合效果非常糟糕。总之，*k*-means 对这个问题有点无能为力，只能强行将数据拟合至 4 个圆形的簇，但却导致多个圆形的簇混在一起、相互重叠，右下部分尤其明显。有人可能会想用 PCA（详情请参见 5.9 节）先预处理数据，从而解决这个特殊的问题。但实际上，PCA 也不能保证这样的全局操作不会导致单个数据被圆形化。

k-means 的这两个缺点——类的形状缺少灵活性、缺少簇分配的概率——使得它对许多数据集（特别是低维数据集）的拟合效果不尽如人意。

你可能想通过对 *k*-means 模型进行一般化处理来弥补这些不足，例如可以通过比较每个点与**所有**簇中心点的距离来度量簇分配的不确定性，而不仅仅是关注最近的簇。你也可能想通过将簇的边界由圆形放宽至椭圆形，从而得到非圆形的簇。实际上，这正是另一种的聚类模型——高斯混合模型——的两个基本组成部分。

5.12.2　一般化E-M：高斯混合模型

一个高斯混合模型（Gaussian mixture model，GMM）试图找到多维高斯概率分布的混合体，从而获得任意数据集最好的模型。在最简单的场景中，GMM 可以用与 *k*-means 相同的方式寻找类（如图 5-127 所示）：

```
In[7]: from sklearn.mixture import GMM
       gmm = GMM(n_components=4).fit(X)
       labels = gmm.predict(X)
       plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=labels, s=40, cmap='viridis');
```

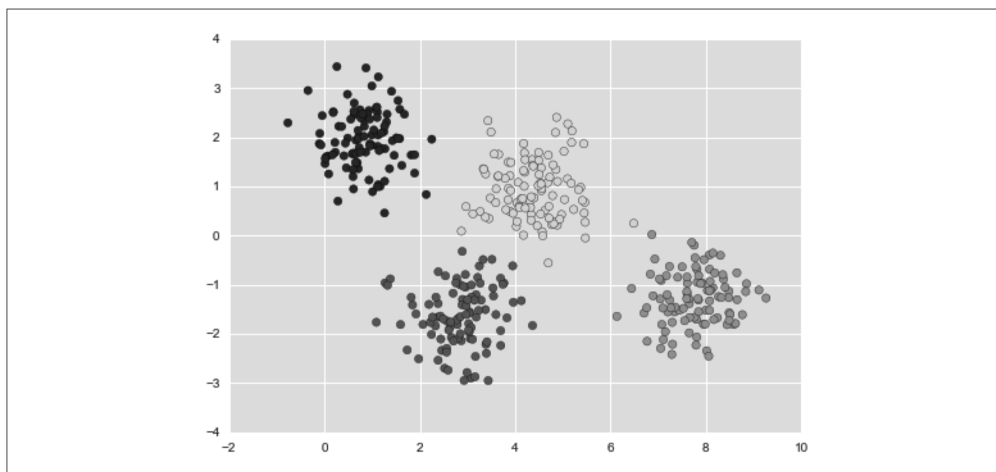


图 5-127：高斯混合模型得到的数据标签

但由于 GMM 有一个隐含的概率模型，因此它也可能找到簇分配的概率结果——在 Scikit-Learn 中用 `predict_proba` 方法实现。这个方法返回一个大小为 `[n_samples, n_clusters]` 的矩阵，矩阵会给出任意点属于某个簇的概率：

```
In[8]: probs = gmm.predict_proba(X)
       print(probs[:5].round(3))

[[ 0.     0.     0.475  0.525]
 [ 0.     1.     0.     0.   ]
 [ 0.     1.     0.     0.   ]
 [ 0.     0.     0.     1.   ]
 [ 0.     1.     0.     0.   ]]
```

我们可以将这个不确定性可视化，用每个点的大小体现预测的不确定性，使其成正比。由图 5-128 可知，在簇边界上的点反映了簇分配的不确定性：

```
In[9]: size = 50 * probs.max(1) ** 2  # 平方强调差异
       plt.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=labels, cmap='viridis', s=size);
```

高斯混合模型本质上和 *k*-means 模型非常类似，它们都使用了期望最大化方法，具体实现如下。

(1) 选择初始簇的中心位置和形状。

(2) 重复直至收敛。

  a. **期望步骤**（E-step）：为每个点找到对应每个簇的概率作为权重。

  b. **最大化步骤**（M-step）：更新每个簇的位置，将其标准化，并且基于**所有**数据点的权重来确定形状。

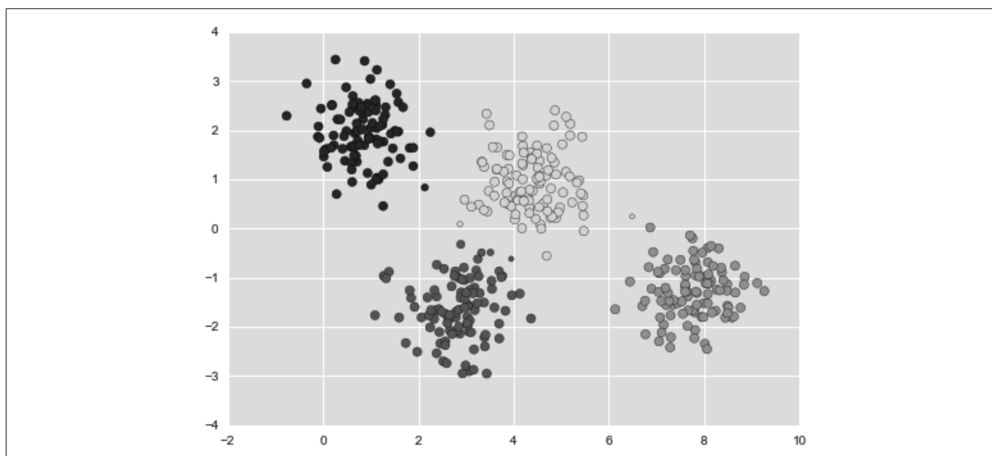


图 5-128：GMM 概率标签：用点的大小反映概率

最终结果表明，每个簇的结果并不与硬边缘的空间（hard-edged sphere）有关，而是通过高斯平滑模型实现。正如在 *k*-means 中的期望最大化方法，这个算法有时并不是全局最优解，因此在实际应用需要使用多个随机初始解。

下面创建一个可视化 GMM 簇位置和形状的函数，该函数用 `gmm` 的输出结果画出椭圆：

```
In[10]:
from matplotlib.patches import Ellipse

def draw_ellipse(position, covariance, ax=None, **kwargs):
    """用给定的位置和协方差画一个椭圆"""
    ax = ax or plt.gca()

    # 将协方差转换成主轴
    if covariance.shape == (2, 2):
        U, s, Vt = np.linalg.svd(covariance)
        angle = np.degrees(np.arctan2(U[1, 0], U[0, 0]))
        width, height = 2 * np.sqrt(s)
    else:
        angle = 0
        width, height = 2 * np.sqrt(covariance)

    # 画出椭圆
    for nsig in range(1, 4):
        ax.add_patch(Ellipse(position, nsig * width, nsig * height,
                             angle, **kwargs))

def plot_gmm(gmm, X, label=True, ax=None):
    ax = ax or plt.gca()
    labels = gmm.fit(X).predict(X)
    if label:
        ax.scatter(X[:, 0], X[:, 1], c=labels, s=40, cmap='viridis', zorder=2)
    else:
        ax.scatter(X[:, 0], X[:, 1], s=40, zorder=2)
```

```
        ax.axis('equal')

        w_factor = 0.2 / gmm.weights_.max()
        for pos, covar, w in zip(gmm.means_, gmm.covars_, gmm.weights_):
            draw_ellipse(pos, covar, alpha=w * w_factor)
```

经过上述处理之后，再给 GMM 四个成分处理初始数据，看看会得到什么结果（如图 5-129 所示）：

```
In[11]: gmm = GMM(n_components=4, random_state=42)
        plot_gmm(gmm, X)
```

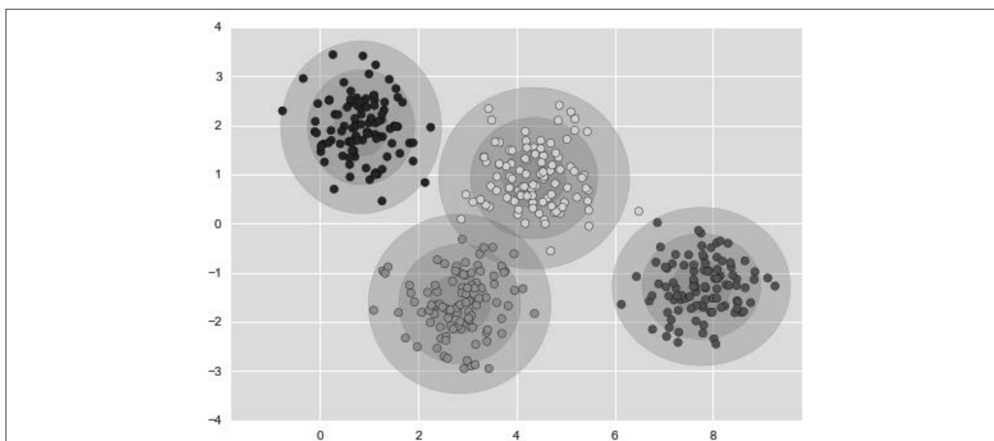


图 5-129：在圆形聚类中 GMM 的四个成分

同理，也可以用 GMM 方法来拟合扩展过的数据集。高斯模型允许使用全协方差（full covariance），即使是于非常扁平的椭圆形的簇，该模型也可以处理（如图 5-130 所示）：

```
In[12]: gmm = GMM(n_components=4, covariance_type='full', random_state=42)
        plot_gmm(gmm, X_stretched)
```

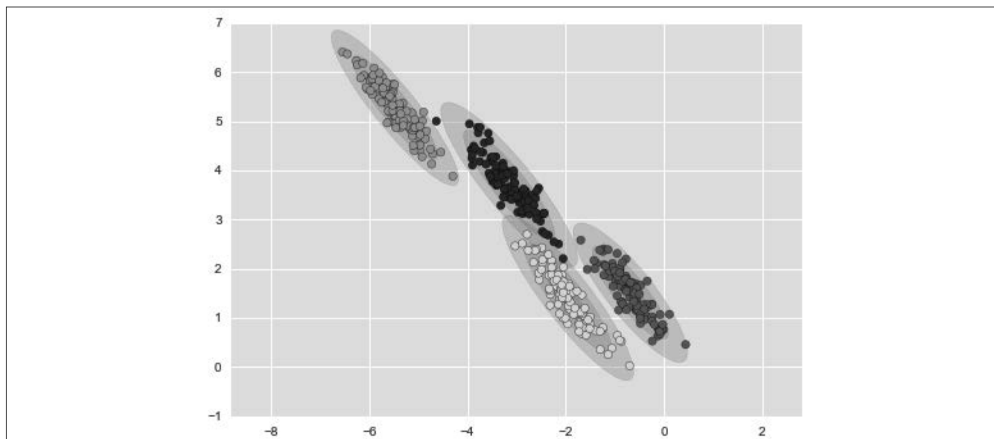


图 5-130：GMM 的四个非圆形的簇

从图中可以明显看出，GMM 突破了前面 *k*-means 算法的两个局限性。

选择协方差的类型

如果仔细观察前面的拟合结果，你会发现每个拟合的 `covariance_type` 选项的设置是不同的。这个超参数控制了每个簇的形状自由度，其设置对任何问题都非常重要。它的默认设置是 `covariance_type="diag"`，意思是簇在每个维度的尺寸都可以单独设置，椭圆边界的主轴与坐标轴平行。另一个更简单、更快的模型是 `covariance_type="spherical"`，该模型通过约束簇的形状，让所有维度相等。这样得到的聚类结果和 *k*-means 聚类的特征是相似的，虽然两者并不完全相同。还有一个更复杂、计算复杂度也更高的模型（特别适应于高维度数据）是 `covariance_type="full"`，该模型允许每个簇在任意方向上用椭圆建模。

可以用这三种方法可视化同一个聚类数据，如图 5-131 所示：

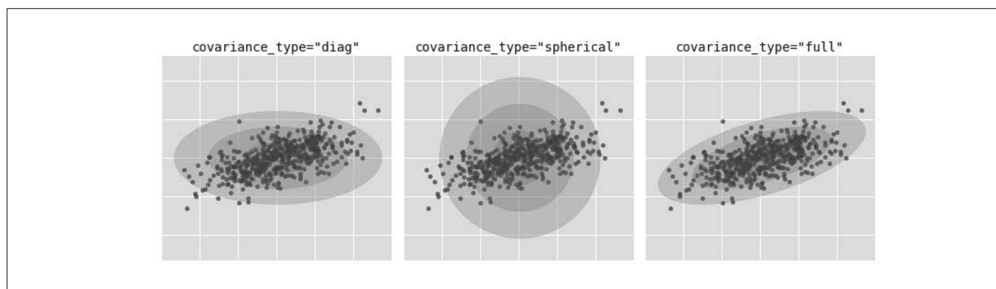


图 5-131：GMM 协方差类型的可视化

5.12.3　将GMM用作密度估计

虽然 GMM 通常被归类为聚类算法，但它本质上是一个**密度估计**算法；也就是说，从技术的角度考虑，一个 GMM 拟合的结果并不是一个聚类模型，而是描述数据分布的生成概率模型。

例如从 Scikit-Learn 的 `make_moons` 函数生成的一些数据（可视化结果如图 5-132 所示），这些数据在 5.11 节介绍过：

```
In[13]: from sklearn.datasets import make_moons
        Xmoon, ymoon = make_moons(200, noise=.05, random_state=0)
        plt.scatter(Xmoon[:, 0], Xmoon[:, 1]);
```

如果用 GMM 对数据拟合出两个成分，那么作为一个聚类模型的结果，其实没什么用（如图 5-133 所示）：

```
In[14]: gmm2 = GMM(n_components=2, covariance_type='full', random_state=0)
        plot_gmm(gmm2, Xmoon)
```

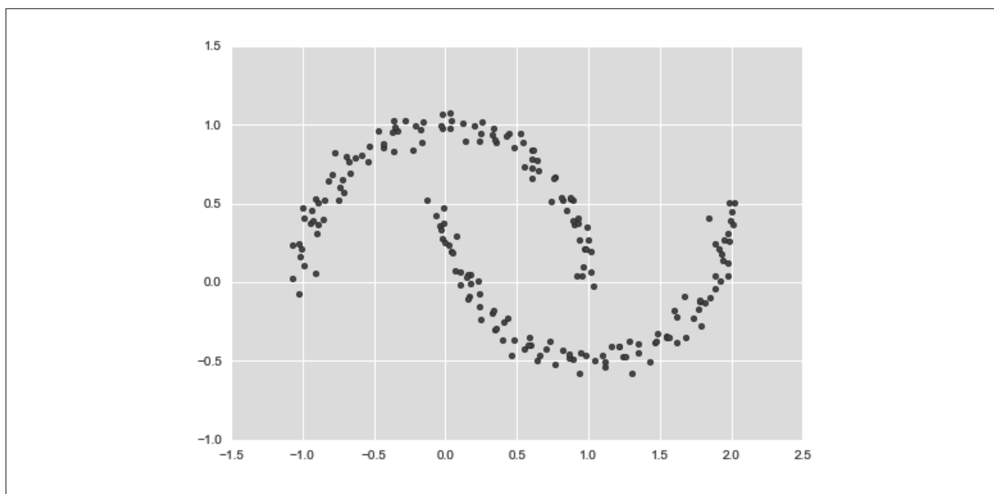


图 5-132：将 GMM 应用于非线性边界聚类

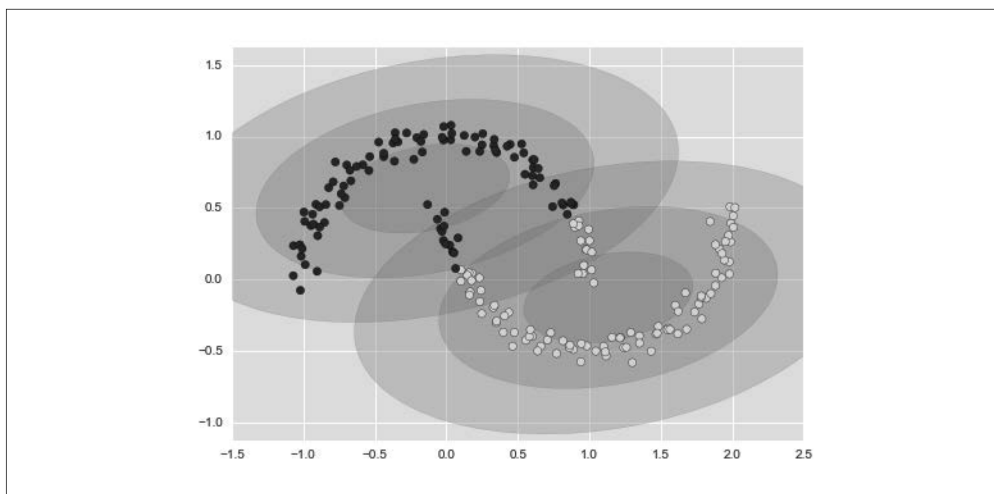


图 5-133：用带两个成分的 GMM 拟合非线性的类

但如果选用更多的成分而忽视簇标签，就可以找到一个更接近输入数据的拟合结果（如图 5-134 所示）：

```
In[15]: gmm16 = GMM(n_components=16, covariance_type='full', random_state=0)
        plot_gmm(gmm16, Xmoon, label=False)
```

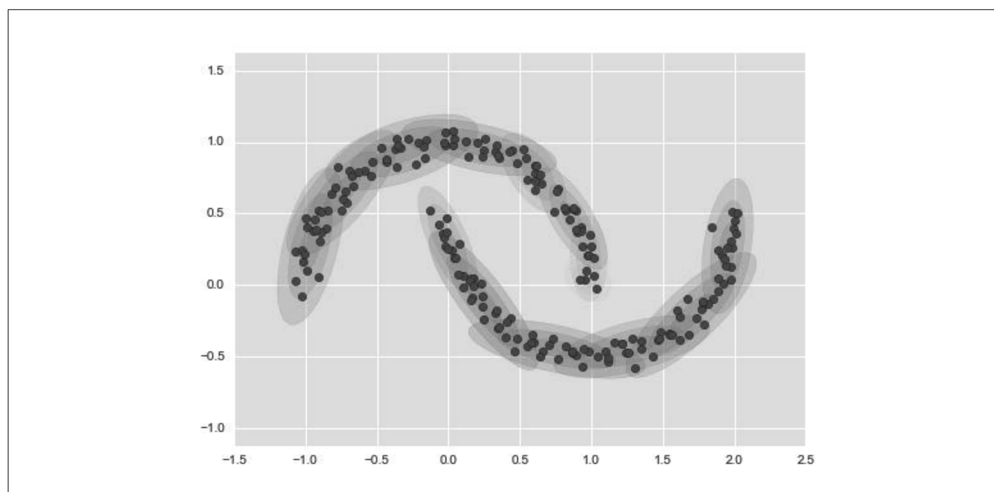


图 5-134：用很多 GMM 簇来对点的分布建模

这里采用 16 个高斯曲线的混合形式不是为了找到数据的分隔的簇，而是为了对输入数据的总体**分布**建模。这就是分布函数的生成模型——GMM 可以为我们生成新的、与输入数据类似的随机分布函数。例如，下面是用 GMM 拟合原始数据获得的 16 个成分生成的 400 个新数据点（如图 5-135 所示）：

```
In[16]: Xnew = gmm16.sample(400, random_state=42)
        plt.scatter(Xnew[:, 0], Xnew[:, 1]);
```

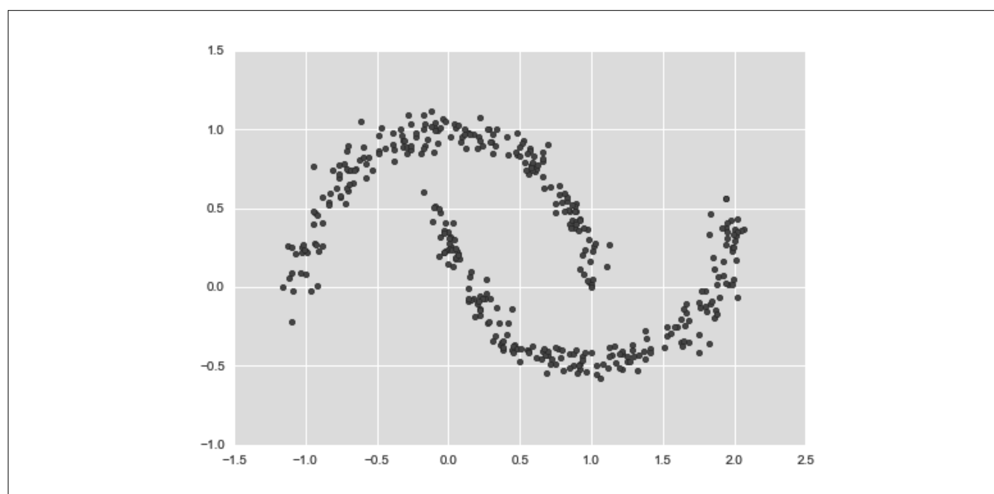


图 5-135：带 16 个成分的 GMM 生成的新数据

GMM 是一种非常方便的建模方法，可以为数据估计出任意维度的随机分布。

需要多少成分？

作为一种生成模型，GMM 提供了一种确定数据集最优成分数量的方法。由于生成模型本身就是数据集的概率分布，因此可以利用该模型来评估数据的**似然估计**，并利用交叉检验防止过拟合。还有一些纠正过拟合的标准分析方法，例如用赤池信息量准则（Akaike information criterion，AIC，https://en.wikipedia.org/wiki/Akaike_information_criterion）、贝叶斯信息准则（Bayesian information criterion，BIC，https://en.wikipedia.org/wiki/Bayesian_information_criterion）调整模型的似然估计。Scikit-Learn 的 GMM 评估器已经内置了以上两种度量准则的计算方法，在 GMM 方法中使用它们很方便。

下面用 AIC 和 BIC 分别作为月球数据集的 GMM 成分数量的函数（如图 5-136 所示）：

```
In[17]: n_components = np.arange(1, 21)
        models = [GMM(n, covariance_type='full', random_state=0).fit(Xmoon)
                  for n in n_components]

        plt.plot(n_components, [m.bic(Xmoon) for m in models], label='BIC')
        plt.plot(n_components, [m.aic(Xmoon) for m in models], label='AIC')
        plt.legend(loc='best')
        plt.xlabel('n_components');
```

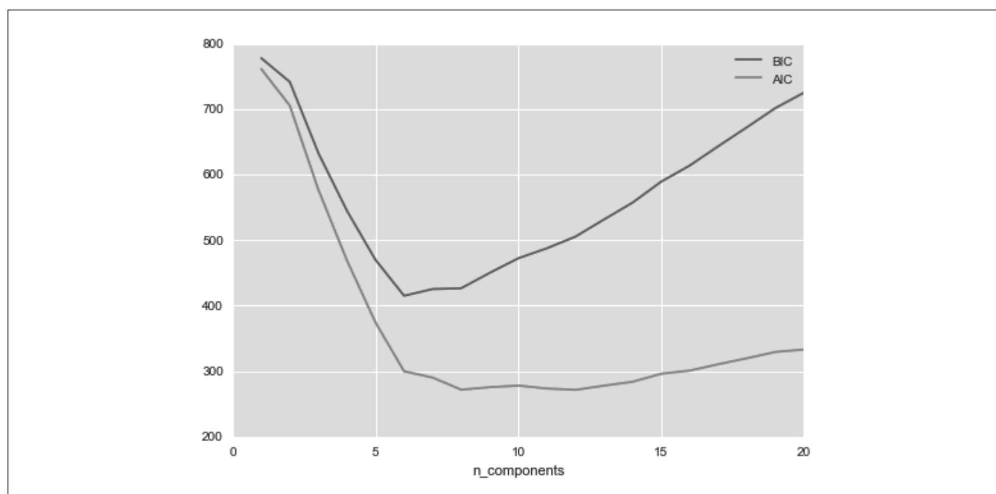


图 5-136：AIC 和 BIC 选择 GMM 成分数量的可视化

类的最优数量出现在 AIC 或 BIC 曲线最小值的位置，最终结果取决于我们更希望使用哪一种近似。AIC 告诉我们，选择 16 个成分可能太多，8 个 ~12 个成分可能是更好的选择。由于这类经典问题的存在，BIC 推荐了一个更简单的模型。

这里需要注意的是：成分数量的选择度量的是 GMM 作为**一个密度评估器**的性能，而不是作为一个**聚类算法**的性能。建议你还是把 GMM 当成一个密度评估器，仅在简单数据集中才将它作为聚类算法使用。

5.12.4　示例：用GMM生成新的数据

前面介绍了一个将 GMM 作为数据生成模型的示例，目的是根据输入数据的分布创建一个新的样本集。这次还利用这个思路，为前面使用过的标准手写数字库生成新的手写数字。

首先，用 Scikit-Learn 的数据工具导入手写数字数据：

```
In[18]: from sklearn.datasets import load_digits
        digits = load_digits()
        digits.data.shape

Out[18]: (1797, 64)
```

然后，画出前 100 个数据，看看这些数据（如图 5-137 所示）：

```
In[19]: def plot_digits(data):
            fig, ax = plt.subplots(10, 10, figsize=(8, 8),
                                   subplot_kw=dict(xticks=[], yticks=[]))
            fig.subplots_adjust(hspace=0.05, wspace=0.05)
            for i, axi in enumerate(ax.flat):
                im = axi.imshow(data[i].reshape(8, 8), cmap='binary')
                im.set_clim(0, 16)
        plot_digits(digits.data)
```

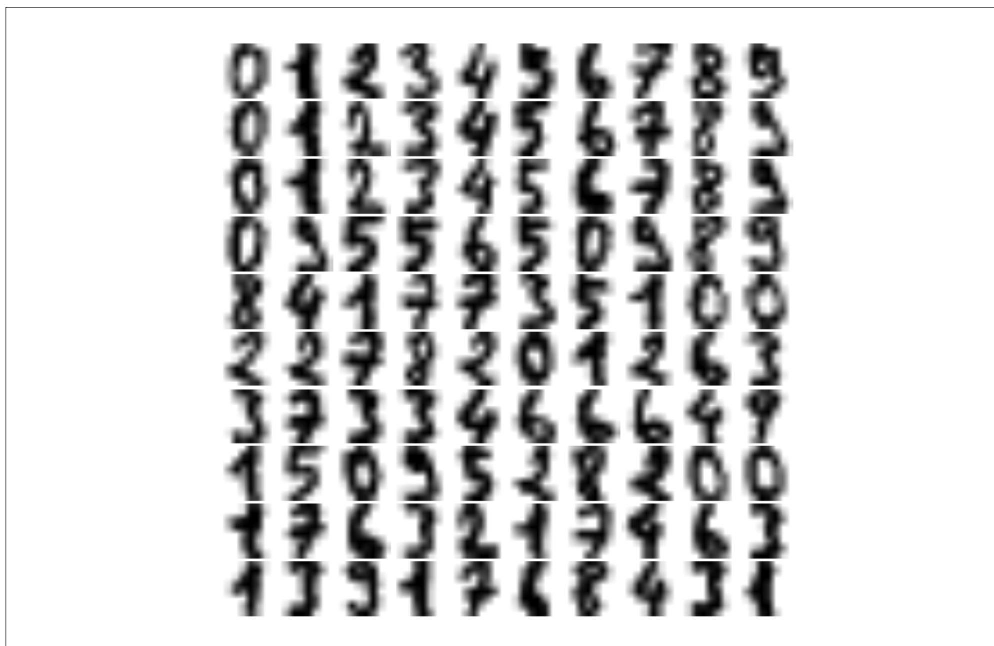


图 5-137：输入的手写数字

现在有大约 1800 个 64 维度的数字，可以创建一个 GMM 模型来生成更多的数字。GMM 在这样一个高维空间中可能不太容易收敛，因此先使用一个不可逆的降维算法。我们在这里直接用 PCA，让 PCA 算法保留投影后样本数据 99% 的方差：

```
In[20]: from sklearn.decomposition import PCA
        pca = PCA(0.99, whiten=True)
        data = pca.fit_transform(digits.data)
        data.shape

Out[20]: (1797, 41)
```

结果降到了 41 维，削减了接近 1/3 的维度的同时，几乎没有信息损失。再对这个投影数据使用 AIC，从而得到 GMM 成分数量的粗略估计（如图 5-138 所示）：

```
In[21]: n_components = np.arange(50, 210, 10)
        models = [GMM(n, covariance_type='full', random_state=0)
                  for n in n_components]
        aics = [model.fit(data).aic(data) for model in models]
        plt.plot(n_components, aics);
```

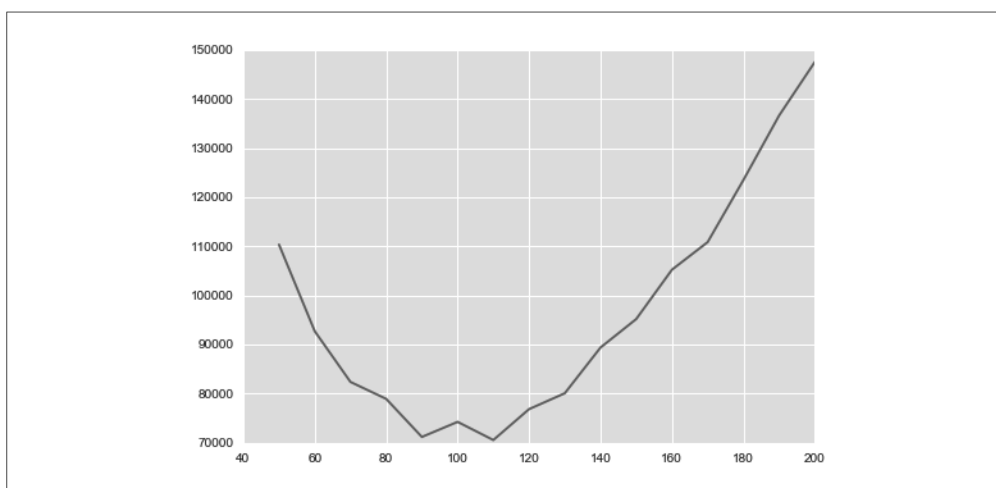


图 5-138：用 AIC 曲线选择合适数量的 GMM 成分

在大约 110 个成分的时候，AIC 是最小的，因此我们打算使用这个模型——立刻用它拟合数据，并且确认它已经收敛：

```
In[22]: gmm = GMM(110, covariance_type='full', random_state=0)
        gmm.fit(data)
        print(gmm.converged_)

True
```

现在就可以在 41 维投影空间中画出这 100 个点的示例，将 GMM 作为生成模型：

```
In[23]: data_new = gmm.sample(100, random_state=0)
        data_new.shape

Out[23]: (100, 41)
```

最后，可以通过 PCA 对象逆变换来构建新的数字（如图 5-139 所示）：

```
In[24]: digits_new = pca.inverse_transform(data_new)
        plot_digits(digits_new)
```

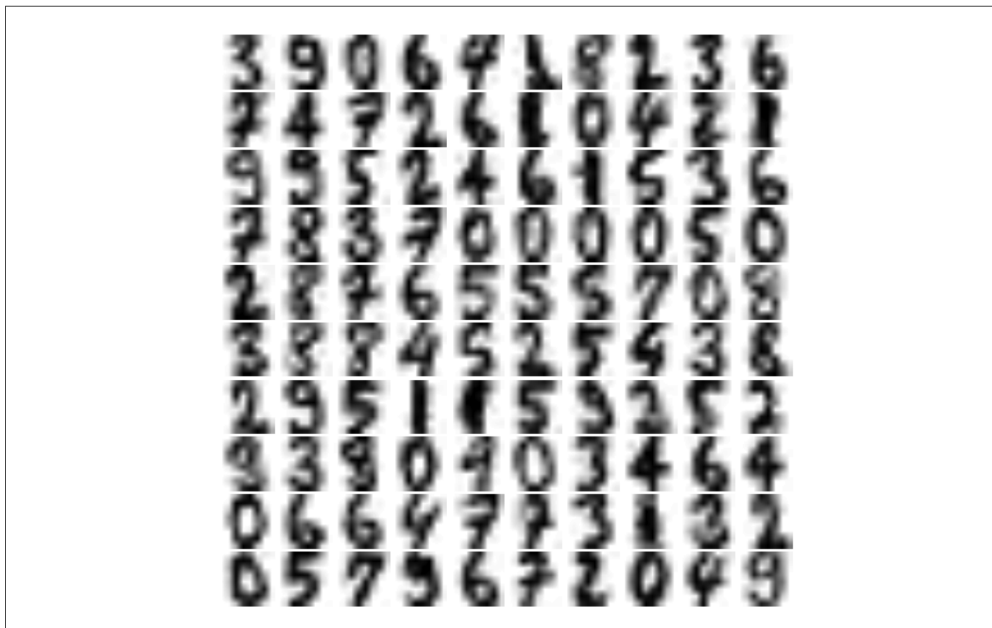


图 5-139：GMM 评估器模型随机画出的“新”数字

从图中可以看出，大部分数字与原始数据集的数字别无二致。

简单回顾上述操作步骤：首先获得手写数字的示例数据，然后构建该数据的分布模型，最后依据分布模型生成一批新的示例数字。这些“手写数字”并不会单独出现在原始数据集中，而是获取混合模型输入数据的一般特征。这个数字生成模型同时也可以证明，生成模型是贝叶斯生成分类器的一个非常有用的成分，就像下一节将要介绍内容的一样。

5.13　专题：核密度估计

前一节介绍了高斯混合模型（GMM）——一个聚类和密度评估器的混合体。我们之前提过，密度评估器是一种利用 *D* 维数据集生成 *D* 维概率分布估计的算法。GMM 算法用不同高斯分布的加权汇总来表示概率分布估计。**核密度估计**（kernel density estimation，KDE）算法将高斯混合理念扩展到了逻辑极限（logical extreme）。它通过对**每个点**生成高斯分布的混合成分，获得本质上是无参数的密度评估器。这一节将介绍 KDE 的由来与用法，以标准的输入开始：

```
In[1]: %matplotlib inline
       import matplotlib.pyplot as plt
       import seaborn as sns; sns.set()
       import numpy as np
```

5.13.1　KDE的由来：直方图

正如前面所讨论过的，密度评估器是一种寻找数据集生成概率分布模型的算法。你可能很熟悉一维数据的密度估计——直方图，那是一个简单的密度评估器。直方图将数据分成若干区间，统计落入每个区间内的点的数量，然后用直观的方式将结果可视化。

例如，下面创建两组服从正态分布的数据：

```
In[2]: def make_data(N, f=0.3, rseed=1):
           rand = np.random.RandomState(rseed)
           x = rand.randn(N)
           x[int(f * N):] += 5
           return x

       x = make_data(1000)
```

前面已经介绍过，基于计数的标准直方图可以用 `plt.hist()` 函数来生成。只要确定直方图的 `normed` 参数，就可以得到一个正态分布直方图。在这个直方图中，区间的高度并不反映统计频次，而是反映概率密度（如图 5-140 所示）：

```
In[3]: hist = plt.hist(x, bins=30, normed=True)
```

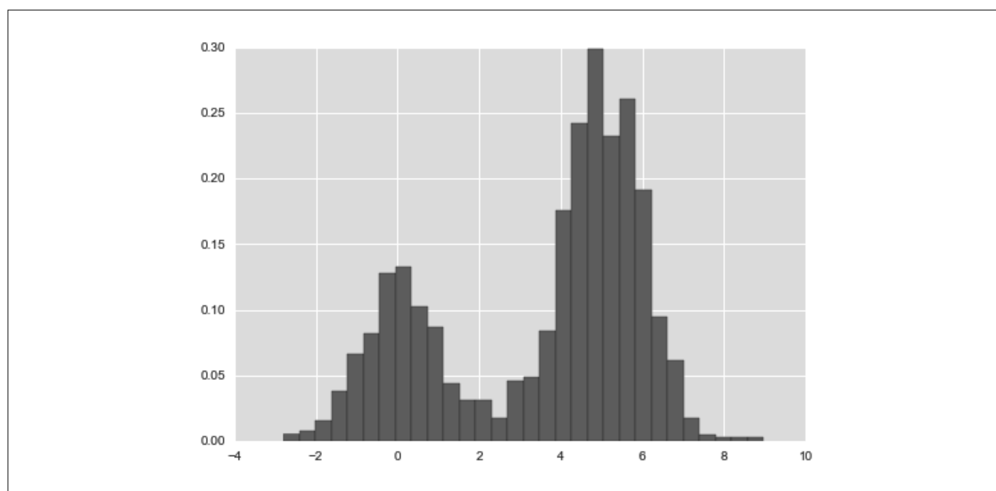


图 5-140：不同正态分布的组合数据

值得注意的是，在区间不变的条件下，这个标准化（计算概率密度）只是简单地改变了 y 轴的比例，相对高度仍然与频次直方图一致。标准化是为了让直方图的总面积等于 1，可以通过检查直方图函数的输出结果来确认这一点：

```
In[4]: density, bins, patches = hist
       widths = bins[1:] - bins[:-1]
       (density * widths).sum()

Out[4]: 1.0
```

使用直方图作为密度评估器时需要注意的是，区间大小和位置的选择不同，产生的统计特征也不同。例如，如果只看数据中的 20 个点，选择不同的区间将会出现完全不同的解读方式（直方图），如以下示例（如图 5-141 所示）：

```
In[5]: x = make_data(20)
       bins = np.linspace(-5, 10, 10)

In[6]: fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(12, 4),
                              sharex=True, sharey=True,
                              subplot_kw={'xlim':(-4, 9),
                                          'ylim':(-0.02, 0.3)})
       fig.subplots_adjust(wspace=0.05)
       for i, offset in enumerate([0.0, 0.6]):
           ax[i].hist(x, bins=bins + offset, normed=True)
           ax[i].plot(x, np.full_like(x, -0.01), '|k',
                      markeredgewidth=1)
```

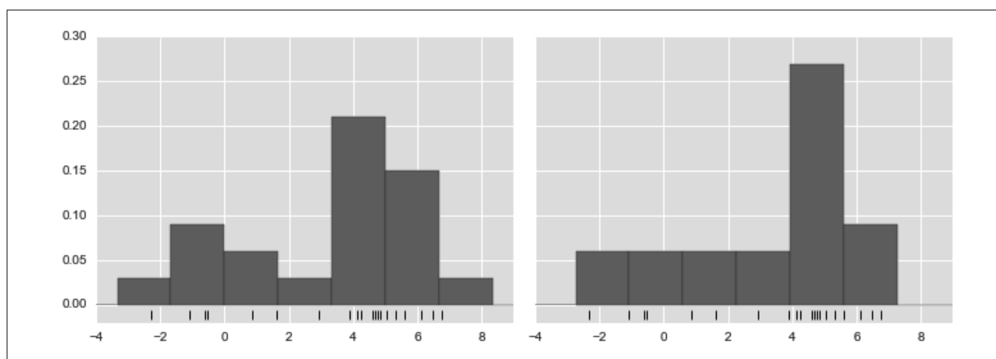


图 5-141：直方图的问题：区间的位置会影响数据的解读方式

左边的直方图很清楚地显示了一个双峰分布，但右边的图却显示了一个单峰分布，并带着一个长尾。如果没有看到前面的代码，你可能会认为这两个直方图描述的是不同的数据。这样怎么能相信直方图的可视化结果呢？如何才能改进这个问题呢？

让我们先退一步，将直方图看成是一堆方块，把每个方块堆在数据集每个数据点所在的区间内。通过图来直观地展示（如图 5-142 所示）：

```
In[7]: fig, ax = plt.subplots()
       bins = np.arange(-3, 8)
       ax.plot(x, np.full_like(x, -0.1), '|k',
               markeredgewidth=1)
       for count, edge in zip(*np.histogram(x, bins)):
           for i in range(count):
               ax.add_patch(plt.Rectangle((edge, i), 1, 1,
                                          alpha=0.5))
       ax.set_xlim(-4, 8)
       ax.set_ylim(-0.2, 8)

Out[7]: (-0.2, 8)
```

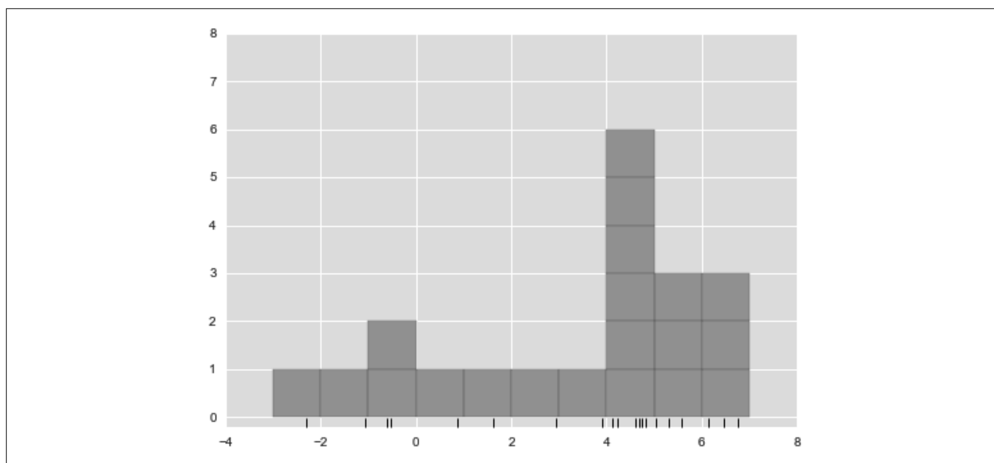


图 5-142：方块堆叠的直方图

前面介绍的两种区间之所以会造成解读差异，究其原因在于方块堆叠的高度通常并不能反映区间附近数据点的实际密度，而是反映了区间如何与数据点对齐。区间内数据点和方块对不齐将可能导致前面那样糟糕的直方图。但是，如果不采用方块与**区间**对齐的形式，而是采用方块与**相应的数据点**对齐的方式呢？虽然这样做会导致方块对不齐，但是可以将它们在 x 轴上每个数据点位置的贡献求和来找到结果。下面来试一试（如图 5-143 所示）：

```
In[8]: x_d = np.linspace(-4, 8, 2000)
       density = sum((abs(xi - x_d) < 0.5) for xi in x)

       plt.fill_between(x_d, density, alpha=0.5)
       plt.plot(x, np.full_like(x, -0.1), '|k', markeredgewidth=1)

       plt.axis([-4, 8, -0.2, 8]);
```

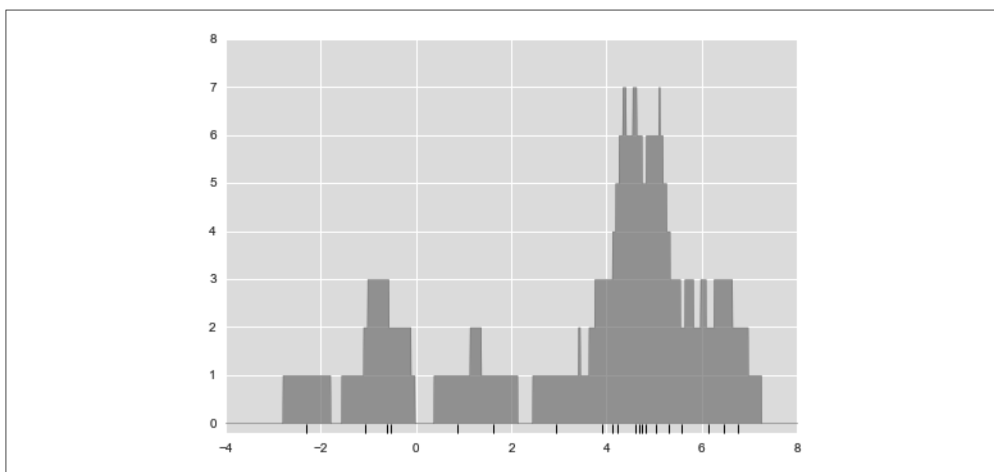


图 5-143：每个点的块中心的“直方图”，这是一个核密度估计示例

虽然结果看起来有点杂乱，但与标准直方图相比，这幅图可以更全面地反映出数据的真实特征。不过，这些粗糙的线条既没有让人愉悦的美感，也不能反映数据的任何真实性质。为了让线条显得更加平滑，我们也许可以用平滑函数取代每个位置上的方块，例如使用高斯函数。下面用标准的正态分布曲线代替每个点的方块（如图 5-144 所示）：

```
In[9]: from scipy.stats import norm
       x_d = np.linspace(-4, 8, 1000)
       density = sum(norm(xi).pdf(x_d) for xi in x)

       plt.fill_between(x_d, density, alpha=0.5)
       plt.plot(x, np.full_like(x, -0.1), '|k', markeredgewidth=1)

       plt.axis([-4, 8, -0.2, 5]);
```

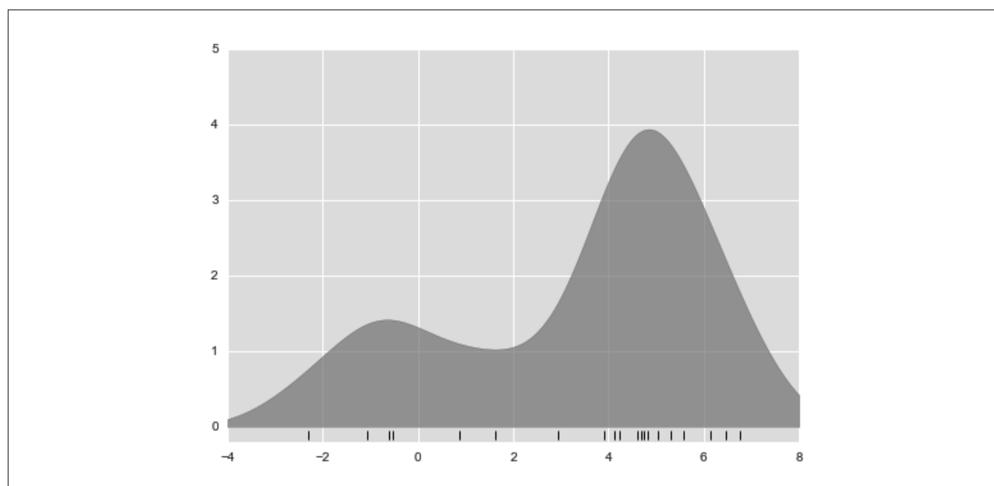


图 5-144：用高斯内核实现的核密度估计

这幅平滑的图像是由每个点所在位置的高斯分布构成的，这样可以更准确地表现数据分布的形状，并且拟合方差更小（也就是说，进行不同的抽样时，数据的改变更小）。

最后两幅图是核密度估计在一维中的示例，第一幅图用的是“tophat”核，第二幅图用的是高斯核。接下来将对核密度估计进行更详细的介绍。

5.13.2　核密度估计的实际应用

核密度估计的自由参数是**核类型**（kernel）参数，它可以指定每个点核密度分布的形状。而**核带宽**（kernel bandwidth）参数控制每个点的核的大小。在实际应用中，有很多核可用于核密度估计，特别是 Scikit-Learn 的 KDE 实现支持六个核，详情请参见 Scikit-Learn 的核密度估计文档（http://scikit-learn.org/stable/modules/density.html）。

虽然 Python 中有许多核密度估计算法实现的版本（特别是在 SciPy 和 StatsModels 包中），但是我更倾向于使用 Scikit-Learn 的版本，因为它更高效、更灵活，在 `sklearn.neighbors.KernelDensity` 评估器中实现，借助六个核中的任意一个核、二三十个距离量度就可以处

理具有多个维度的 KDE。由于 KDE 计算量非常大，因此 Scikit-Learn 评估器底层使用了一种基于树的算法，可以利用 `atol`（绝对容错）和 `rtol`（相对容错）参数来平衡计算时间与准确性。我们可以用 Scikit-Learn 的标准交叉检验工具来确定自由参数核带宽，后面将会介绍这些内容。

下面先来看一个简单的示例，利用 Scikit-Learn 的 `KernelDensity` 评估器来重现前面的图像（如图 5-145 所示）：

```
In[10]: from sklearn.neighbors import KernelDensity

        # 初始化并拟合KDE模型
        kde = KernelDensity(bandwidth=1.0, kernel='gaussian')
        kde.fit(x[:, None])

        # score_samples返回概率密度的对数值
        logprob = kde.score_samples(x_d[:, None])

        plt.fill_between(x_d, np.exp(logprob), alpha=0.5)
        plt.plot(x, np.full_like(x, -0.01), '|k', markeredgewidth=1)
        plt.ylim(-0.02, 0.22)

Out[10]: (-0.02, 0.22)
```

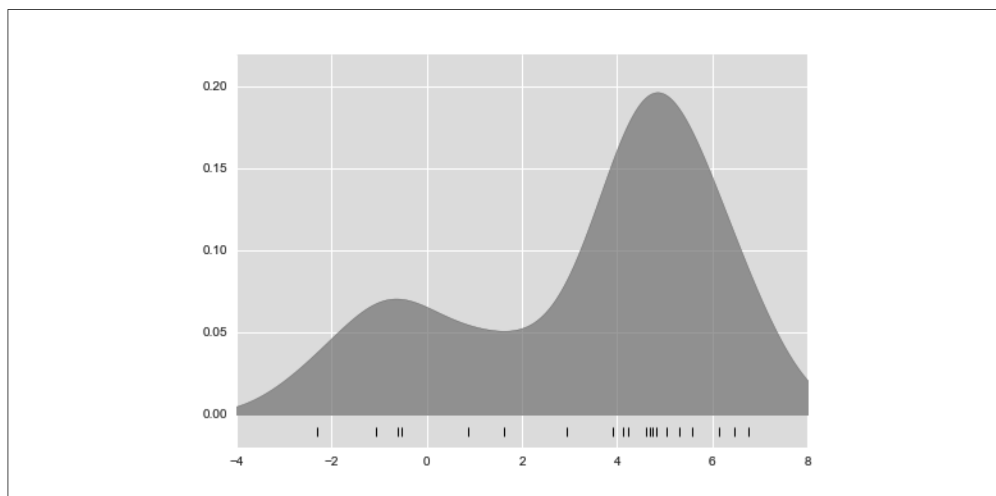


图 5-145：用 Scikit-Learn 计算的核密度估计

这里的结果经过了标准化处理，保证曲线下的面积为 1。

通过交叉检验选择带宽

在 KDE 中，带宽的选择不仅对找到合适的密度估计非常重要，也是在密度估计中控制偏差 – 方差平衡的关键：带宽过窄将导致估计呈现高方差（即过拟合），而且每个点的出现或缺失都会引起很大的不同；带宽过宽将导致估计呈现高偏差（即欠拟合），而且带宽较大的核还会破坏数据结构。

关于如何利用统计方法快速对数据作出严格假设，从而确定密度估计的最佳带宽的研究由来已久：如果你查看 SciPy 和 StatsModels 包中 KDE 的实现，就能看到这些规则的实现过程。

前面介绍过，机器学习中超参数的调优通常都是通过交叉检验完成的。Scikit-Learn 团队在设计 `KernelDensity` 评估器时，就设想了直接使用 Scikit-Learn 的标准网格搜索工具。这里用 `GridSearchCV` 来优化前面数据集的密度估计带宽。因为我们要处理的数据集规模比较小，所以使用留一法进行交叉检验，该方法在每一次做交叉检验时，都会最小化训练集的损失：

```
In[11]: from sklearn.grid_search import GridSearchCV
        from sklearn.cross_validation import LeaveOneOut

        bandwidths = 10 ** np.linspace(-1, 1, 100)
        grid = GridSearchCV(KernelDensity(kernel='gaussian'),
                            {'bandwidth': bandwidths},
                            cv=LeaveOneOut(len(x)))
        grid.fit(x[:, None]);
```

现在就可以找到似然估计值最大化时（在本例中默认是对数似然估计值）的带宽：

```
In[12]: grid.best_params_

Out[12]: {'bandwidth': 1.1233240329780276}
```

这个最优带宽与前面示例图像中使用的带宽非常接近，那里使用的带宽是 1.0（也是 `scipy.stats.norm` 的默认宽度）。

5.13.3　示例：球形空间的KDE

KDE 可能最常用于描述数据点的分布。例如，在 Seaborn 可视化库中（详情请参见 4.16 节），KDE 是内置画图函数，可以自动对一维和二维空间的数据进行可视化。

下面将介绍一个稍复杂些的 KDE 数据分布可视化应用。我们会使用 Scikit-Learn 的一些地理数据：褐喉树懒（bradypus variegatus）和森林小稻鼠（microryzomys minutus）这两种南美洲哺乳类动物的地理分布观测值。

可以用 Scikit-Learn 直接获取数据：

```
In[13]: from sklearn.datasets import fetch_species_distributions

        data = fetch_species_distributions()

        # 获取物种ID和位置矩阵/数组
        latlon = np.vstack([data.train['dd lat'],
                            data.train['dd long']]).T
        species = np.array([d.decode('ascii').startswith('micro')
                            for d in data.train['species']], dtype='int')
```

导入数据后，使用 Basemap 工具（详情请参见 4.15 节）在南美洲地图中画出这两个物种的观测位置（如图 5-146 所示）：

```
In[14]: from mpl_toolkits.basemap import Basemap
        from sklearn.datasets.species_distributions import construct_grids

        xgrid, ygrid = construct_grids(data)

        # 用Basemap画出海岸线
        m = Basemap(projection='cyl', resolution='c',
                    llcrnrlat=ygrid.min(), urcrnrlat=ygrid.max(),
                    llcrnrlon=xgrid.min(), urcrnrlon=xgrid.max())
        m.drawmapboundary(fill_color='#DDEEFF')
        m.fillcontinents(color='#FFEEDD')
        m.drawcoastlines(color='gray', zorder=2)
        m.drawcountries(color='gray', zorder=2)

        # 画出位置
        m.scatter(latlon[:, 1], latlon[:, 0], zorder=3,
                  c=species, cmap='rainbow', latlon=True);
```



图 5-146：在训练数据集中画出物种位置

不过这幅图没有很好地显示出物种密度的信息，因为这两个物种的数据点分布好像有相互重叠。仅通过观察大概发现不了，这幅图上其实有超过 1600 个数据点！

用核密度估计以一种更容易解读的方式显示物种分布信息：在地图中平滑地显示密度。由于地图坐标系统位于一个球面，而不是一个平面上，因此可以使用 `haversine` 度量距离正确表示球面上的距离。

虽然下面的代码有点复杂（Basemap 工具的缺点之一），但是每段代码的含义应该还是清楚的（如图 5-147 所示）：

```
In[15]:
# 准备画轮廓图的数据点
X, Y = np.meshgrid(xgrid[::5], ygrid[::5][::-1])
land_reference = data.coverages[6][::5, ::5]
land_mask = (land_reference > -9999).ravel()
xy = np.vstack([Y.ravel(), X.ravel()]).T
```

```
xy = np.radians(xy[land_mask])

# 创建两幅并排的图
fig, ax = plt.subplots(1, 2)
fig.subplots_adjust(left=0.05, right=0.95, wspace=0.05)
species_names = ['Bradypus Variegatus', 'Microryzomys Minutus']
cmaps = ['Purples', 'Reds']

for i, axi in enumerate(ax):
    axi.set_title(species_names[i])

    # 用Basemap画出海岸线
    m = Basemap(projection='cyl', llcrnrlat=Y.min(),
                urcrnrlat=Y.max(), llcrnrlon=X.min(),
                urcrnrlon=X.max(), resolution='c', ax=axi)
    m.drawmapboundary(fill_color='#DDEEFF')
    m.drawcoastlines()
    m.drawcountries()

    # 构建一个球形的分布核密度估计
    kde = KernelDensity(bandwidth=0.03, metric='haversine')
    kde.fit(np.radians(latlon[species == i]))

    # 只计算大陆的值：-9999表示是海洋
    Z = np.full(land_mask.shape[0], -9999.0)
    Z[land_mask] = np.exp(kde.score_samples(xy))
    Z = Z.reshape(X.shape)

    # 画出密度的轮廓
    levels = np.linspace(0, Z.max(), 25)
    axi.contourf(X, Y, Z, levels=levels, cmap=cmaps[i])
```

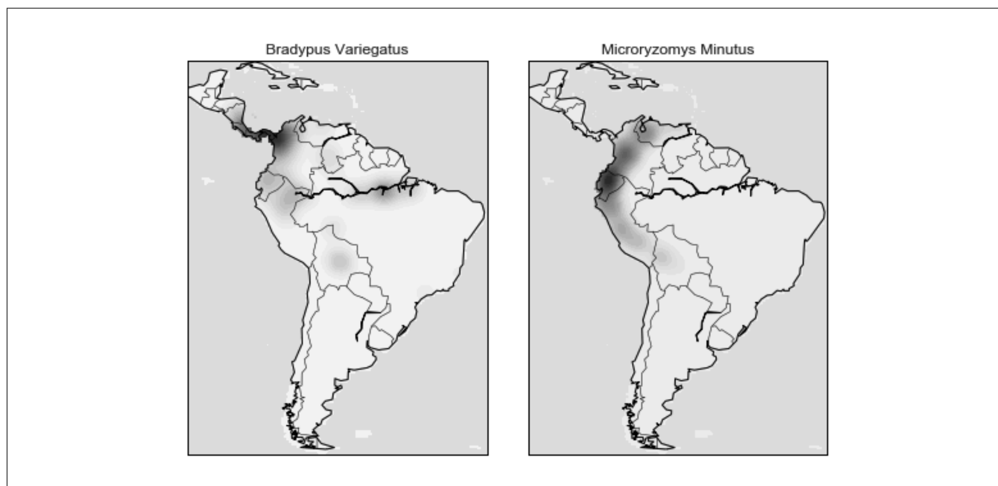


图 5-147：物种分布的核密度表示

与最开始使用的简单散点图相比，这幅可视图可以更清楚地展示两个物种的观察分布。

5.13.4　示例：不是很朴素的贝叶斯

下面这个示例是用 KDE 做贝叶斯生成分类，同时演示如何使用 Scikit-Learn 自定义评估器。

在 5.5 节中，我们介绍了朴素贝叶斯分类方法，为每一个类创建了一个简单的生成模型，并用这些模型构建了一个快速的分类器。在朴素贝叶斯分类中，生成模型是与坐标轴平行的高斯分布。如果利用 KDE 这样的核密度估计算法，我们就可以去掉“朴素”的成分，使用更成熟的生成模型描述每一个类。虽然它还是贝叶斯分类，但是它不再朴素。

一般分类器的生成算法如下所示。

(1) 通过标签分割训练数据。
(2) 为每个集合拟合一个 KDE 来获得数据的生成模型，这样就可以用任意 x 观察值和 y 标签计算出似然估计值 $P(x\,|\,y)$。
(3) 根据训练集中每一类的样本数量，计算每一类的先验概率 $P(y)$。
(4) 对于一个未知的点 x，每一类的后验概率是 $P(x\,|\,y) \propto P(x\,|\,y)P(y)$，而后验概率最大的类就是分配给该点的标签。

这个算法简单易懂，难点是在 Scikit-Learn 框架下使用网格搜索和交叉检验来实现。

以下代码是用 Scikit-Learn 框架对上面算法的实现，我们将从代码中详细剖析该算法：

```
In[16]: from sklearn.base import BaseEstimator, ClassifierMixin


        class KDEClassifier(BaseEstimator, ClassifierMixin):
            """基于KDE的贝叶斯生成分类

            参数
            ----------
            bandwidth : float
                每个类中的核带宽
            kernel : str
                核函数的名称，传递给KernelDensity
            """
            def __init__(self, bandwidth=1.0, kernel='gaussian'):
                self.bandwidth = bandwidth
                self.kernel = kernel

            def fit(self, X, y):
                self.classes_ = np.sort(np.unique(y))
                training_sets = [X[y == yi] for yi in self.classes_]
                self.models_ = [KernelDensity(bandwidth=self.bandwidth,
                                              kernel=self.kernel).fit(Xi)
                                for Xi in training_sets]
                self.logpriors_ = [np.log(Xi.shape[0] / X.shape[0])
                                   for Xi in training_sets]
                return self

            def predict_proba(self, X):
                logprobs = np.array([model.score_samples(X)
```

```
                                  for model in self.models_]).T
            result = np.exp(logprobs + self.logpriors_)
            return result / result.sum(1, keepdims=True)

        def predict(self, X):
            return self.classes_[np.argmax(self.predict_proba(X), 1)]
```

1. 解析自定义评估器

下面来分段查看代码，并介绍算法的主要特征：

```
from sklearn.base import BaseEstimator, ClassifierMixin

class KDEClassifier(BaseEstimator, ClassifierMixin):
    """基于KDE的贝叶斯生成分类

    参数
    ----------
    bandwidth : float
        每个类中的核带宽
    kernel : str
        核函数的名称，传递给KernelDensity
"""
```

在 Scikit-Learn 中，每个评估器都是一个类，这个类可以很方便地继承 `BaseEstimator` 类（其中包含了各种标准功能），也支持适当的混合类（mixin，多重继承方法）。例如，除了标准功能之外，`BaseEstimator` 还包含复制一个评估器的必要逻辑，可以用于交叉检验。另外，`ClassifierMixin` 也定义了一个 `score()` 方法可以用作交叉检验。后面会提供一个文档字符串，它可以被 IPython 的帮助功能捕获到（详情请参见 1.2 节）。

接下来是类初始化方法：

```
    def __init__(self, bandwidth=1.0, kernel='gaussian'):
        self.bandwidth = bandwidth
        self.kernel = kernel
```

这是 `KDEClassifier()` 实例化对象时执行的代码。在 Scikit-Learn 中，除了将参数值传递给 `self` 之外，**初始化不包含任何操作**。这点很重要，因为 `BaseEstimator` 的逻辑需要满足用于交叉检验、网格搜索和其他功能的评估器的复制和修改需求。同样，`__init__` 中所有的参数都是显式的，不要使用 `*args` 或 `**kwargs`，因为这些可变参数在交叉检验方法中无法被正确理解。

接下来用 `fit()` 方法处理训练数据：

```
    def fit(self, X, y):
        self.classes_ = np.sort(np.unique(y))
        training_sets = [X[y == yi] for yi in self.classes_]
        self.models_ = [KernelDensity(bandwidth=self.bandwidth,
                                      kernel=self.kernel).fit(Xi)
                        for Xi in training_sets]
        self.logpriors_ = [np.log(Xi.shape[0] / X.shape[0])
                           for Xi in training_sets]
        return self
```

首先在训练数据集中找到所有类（对标签去重），为每一类训练一个 KernelDensity 模型；然后，根据输入样本的数量计算类的先验概率；最后用 fit() 函数返回 self，这么做可以串联所有命令，例如：

```
label = model.fit(X, y).predict(X)
```

请注意，所有拟合结果都将存储在一个带后下划线的变量中（例如 self.logpriors_）。这一招在 Scikit-Learn 中很好使，你可以快速浏览一个评估器的所有拟合结果（利用 IPython 的 Tab 自动补全），并且查看哪个结果与训练数据的拟合最好。

终于，我们得到了对新数据进行预测的逻辑：

```
    def predict_proba(self, X):
        logprobs = np.vstack([model.score_samples(X)
                              for model in self.models_]).T
        result = np.exp(logprobs + self.logpriors_)
        return result / result.sum(1, keepdims=True)

    def predict(self, X):
        return self.classes_[np.argmax(self.predict_proba(X), 1)]
```

因为这是一个概率分类器，所以首先实现 predict_proba()，它返回的是每个类概率的数组，数组的形状为 [n_samples， n_classes]。这个数组中的 [i， j] 表示样本 i 属于 j 类的后验概率，用似然估计先乘以类先验概率，再进行归一化。

最后，predict() 函数根据这些概率，返回概率值最大的类。

2. 使用自定义评估器

来尝试用自定义评估器解决前面介绍过的一个问题：手写数字的分类问题。首先导入手写数字，然后对一个带宽范围内的数据使用 GridSearchCV 元评估器（详情请参见 5.3 节），从而计算交叉检验值：

```
In[17]: from sklearn.datasets import load_digits
        from sklearn.grid_search import GridSearchCV

        digits = load_digits()

        bandwidths = 10 ** np.linspace(0, 2, 100)
        grid = GridSearchCV(KDEClassifier(), {'bandwidth': bandwidths})
        grid.fit(digits.data, digits.target)

        scores = [val.mean_validation_score for val in grid.grid_scores_]
```

接下来画出交叉检验值曲线，用交叉检验值作为带宽函数（如图 5-148 所示）：

```
In[18]: plt.semilogx(bandwidths, scores)
        plt.xlabel('bandwidth')
        plt.ylabel('accuracy')
        plt.title('KDE Model Performance')
        print(grid.best_params_)
        print('accuracy =', grid.best_score_)
```

```
{'bandwidth': 7.0548023107186433}
accuracy = 0.966611018364
```

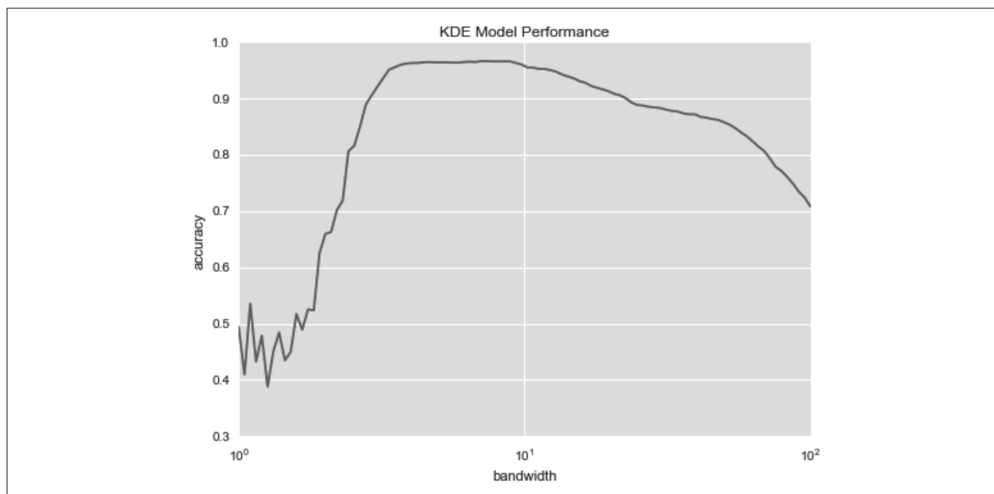


图 5-148：基于 KDE 的贝叶斯分类器验证曲线

我们发现，这个不是很朴素的贝叶斯分类器的交叉检验准确率达到了 96%，而朴素贝叶斯分类器的准确率仅有 80%：

```
In[19]: from sklearn.naive_bayes import GaussianNB
        from sklearn.cross_validation import cross_val_score
        cross_val_score(GaussianNB(), digits.data, digits.target).mean()

Out[19]: 0.81860038035501381
```

这种生成分类器的好处是结果很容易解释：我们不仅得到了每个未知样本的一个带概率的分类结果，而且还得到了一个可以对比的数据点分布**全模型**（full model）。如果需要的话，这个分类器还可以提供一个直观的可视化观察窗口，而 SVM 和随机森林这样的算法却难以实现这个功能。

如果你还想进一步改进这个 KDE 分类模型，那么可以这么做。

- 允许每一个类的带宽各不相同。
- 不用预测值优化带宽，而是基于训练数据中每一个类生成模型的似然估计值优化带宽（即使用 `KernelDensity` 的值，而不使用预测的准确值）。

最后，如果你希望构建自己的评估器，那么也可以用高斯混合模型代替 KDE 来构建一个类似的贝叶斯分类器。

5.14　应用：人脸识别管道

虽然本章介绍了许多机器学习的核心概念和算法，但是将这些概念应用到真实工作中还是有难度的。真实世界的数据集通常都充满噪音和杂质，有的可能是缺少特征，有的可能是

数据形式很难转换成整齐的 [n_samples, n_features] 特征矩阵。当你应用本章介绍的任何方法之前，都需要先从数据中提取特征。怎么提取特征这件事情并没有万灵药，只能靠数据科学家不断地磨炼直觉、积累经验。

机器学习中最有趣、也是最具挑战性的任务就是图像识别，前面也已经介绍过一些通过像素级特征进行分类学习的案例。在真实世界中，数据通常不会像数据集这么整齐，再用简单的像素特征就不合适了。也正因如此，有关图像数据**特征提取**方法的研究取得了大量成果（详情请参见 5.4 节）。

在本节中，我们将介绍一种图像特征提取技术——方向梯度直方图（Histogram of Oriented Gradients，HOG，http://bit.ly/2fCEAcb）。它可以将图像像素转换成向量形式，与图像具体内容有关，与图像合成因素无关，如照度（illumination）。我们将根据这些特征，使用前面介绍过的机器学习算法和内容开发一个简单的人脸识别管道。首先还是导入标准的程序库：

```
In[1]: %matplotlib inline
       import matplotlib.pyplot as plt
       import seaborn as sns; sns.set()
       import numpy as np
```

5.14.1 HOG特征

方向梯度直方图是一个简单的特征提取程序，专门用来识别有行人（pedestrians）的图像内容。HOG 方法包含以下五个步骤。

(1) 图像标准化（可选），消除照度对图像的影响。
(2) 用与水平和垂直方向的亮度梯度相关的两个过滤器处理图像，捕捉图像的边、角和纹理信息。
(3) 将图像切割成预定义大小的图块，然后计算每个图块内梯度方向的频次直方图。
(4) 对比每个图块与相邻图块的频次直方图，并做标准化处理，进一步消除照度对图像的影响。
(5) 获得描述每个图块信息的一维特征向量。

Scikit-Image 项目内置了一个快速的 HOG 提取器，可以用它快速获取并可视化每个图块的方向梯度（如图 5-149 所示）：

```
In[2]: from skimage import data, color, feature
       import skimage.data

       image = color.rgb2gray(data.chelsea())
       hog_vec, hog_vis = feature.hog(image, visualise=True)

       fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(12, 6),
                              subplot_kw=dict(xticks=[], yticks=[]))
       ax[0].imshow(image, cmap='gray')
       ax[0].set_title('input image')

       ax[1].imshow(hog_vis)
       ax[1].set_title('visualization of HOG features');
```



图 5-149：用 HOG 方法提取的图像特征可视化

5.14.2 HOG实战：简单人脸识别器

有了图像的 HOG 特征后，就可以用 Scikit-Learn 的任意评估器建立一个简单人脸识别算法，这里使用线性支持向量机（详情请参见 5.7 节），具体步骤如下。

(1) 获取一组人脸图像缩略图，构建“正”（positive）训练样本。
(2) 获取另一组人脸图像缩略图，构建“负”（negative）训练样本。
(3) 提取训练样本的 HOG 特征。
(4) 对样本训练一个线性 SVM 模型。
(5) 为“未知”图像传递一个移动的窗口，用模型评估窗口中的内容是否是人脸。
(6) 如果发现和已知图像重叠，就将它们组合成一个窗口。

下面一步一步来实现。

(1) 获取一组正训练样本。

首先找一些能体现人脸变化的图像作为正训练样本。获取这些图像的方法很简单——Wild 数据集里面带标签的人脸图像就是，用 Scikit-Learn 可以直接下载：

```
In[3]: from sklearn.datasets import fetch_lfw_people
       faces = fetch_lfw_people()
       positive_patches = faces.images
       positive_patches.shape

Out[3]: (13233, 62, 47)
```

这样就可以获得用于训练的 13 000 张照片了。

(2) 获取一组负训练样本。

之后需要获取一组近似大小的缩略图，但它们**不在**训练样本中。解决这个问题的一种方法是引入别的图像语料库，然后再按需求抽取缩略图。这里使用 Scikit-Image 的图像数据，再用 Scikit-Image 的 `PatchExtractor` 提取缩略图：

```
In[4]: from skimage import data, transform

       imgs_to_use = ['camera', 'text', 'coins', 'moon',
```

```
                    'page', 'clock', 'immunohistochemistry',
                    'chelsea', 'coffee', 'hubble_deep_field']
       images = [color.rgb2gray(getattr(data, name)())
                 for name in imgs_to_use]
```

```
In[5]:
from sklearn.feature_extraction.image import PatchExtractor

def extract_patches(img, N, scale=1.0,
                    patch_size=positive_patches[0].shape):
    extracted_patch_size = \
    tuple((scale * np.array(patch_size)).astype(int))
    extractor = PatchExtractor(patch_size=extracted_patch_size,
                               max_patches=N, random_state=0)
    patches = extractor.transform(img[np.newaxis])
    if scale != 1:
        patches = np.array([transform.resize(patch, patch_size)
                            for patch in patches])
    return patches

negative_patches = np.vstack([extract_patches(im, 1000, scale)
                       for im in images for scale in [0.5, 1.0, 2.0]])
negative_patches.shape

Out[5]: (30000, 62, 47)
```

现在就有了 30 000 张尺寸合适、未经识别的图像。先来看一些图像，直观感受一下（如图 5-150 所示）：

```
In[6]: fig, ax = plt.subplots(6, 10)
       for i, axi in enumerate(ax.flat):
           axi.imshow(negative_patches[500 * i], cmap='gray')
           axi.axis('off')
```



图 5-150：没有人脸的负图像训练集

我们希望这些图像可以让我们的算法学会“没有人脸”是什么样子。

(3) 组合数据集并提取 HOG 特征。

现在就有了正样本和负样本。将它们组合起来，然后计算 HOG 特征。这些步骤需要耗点儿时间，因为对每张图象进行 HOG 特征提取的计算量可不小：

```
In[7]: from itertools import chain
       X_train = np.array([feature.hog(im)
                           for im in chain(positive_patches,
                                           negative_patches)])
       y_train = np.zeros(X_train.shape[0])
       y_train[:positive_patches.shape[0]] = 1
```

```
In[8]: X_train.shape
```

```
Out[8]: (43233, 1215)
```

这样，我们就获得了 43 000 个训练样本，每个样本有 1215 个特征。现在有了特征矩阵，就可以给 Scikit-Learn 训练了。

(4) 训练一个支持向量机。

下面用本章介绍过的工具来创建一个缩略图分类器。对于高维度的二元分类（是不是人脸）任务，用线性支持向量机是个不错的选择。这里用 Scikit-Learn 的 `LinearSVC`，因为它比 `SVC` 更适合处理大样本数据。

首先，用简单的高斯朴素贝叶斯分类器算一个初始解：

```
In[9]: from sklearn.naive_bayes import GaussianNB
       from sklearn.cross_validation import cross_val_score

       cross_val_score(GaussianNB(), X_train, y_train)
```

```
Out[9]: array([ 0.9408785 ,  0.8752342 ,  0.93976823])
```

我们发现，对于训练数据，即使用简单的朴素贝叶斯算法也可以获得 90% 以上的准确率。现在再用支持向量机分类，用网格搜索获取最优的边界软化参数 `C`：

```
In[10]: from sklearn.svm import LinearSVC
        from sklearn.grid_search import GridSearchCV
        grid = GridSearchCV(LinearSVC(), {'C': [1.0, 2.0, 4.0, 8.0]})
        grid.fit(X_train, y_train)
        grid.best_score_
```

```
Out[10]: 0.98667684407744083
```

```
In[11]: grid.best_params_
```

```
Out[11]: {'C': 4.0}
```

用最优的评估器重新训练数据集：

```
In[12]: model = grid.best_estimator_
        model.fit(X_train, y_train)
```

```
Out[12]: LinearSVC(C=4.0, class_weight=None, dual=True,
              fit_intercept=True, intercept_scaling=1,
              loss='squared_hinge', max_iter=1000,
              multi_class='ovr', penalty='l2',
              random_state=None, tol=0.0001, verbose=0)
```

(5) 在新图像中寻找人脸。

模型已经训练完成，让我们拿一张新图像检验模型的训练效果。使用一张宇航员照片的局部图像（详情请参见 5.14.3 节），在上面运行一个移动窗口来评估每次移动的结果（如图 5-151 所示）：

```
In[13]: test_image = skimage.data.astronaut()
        test_image = skimage.color.rgb2gray(test_image)
        test_image = skimage.transform.rescale(test_image, 0.5)
        test_image = test_image[:160, 40:180]

        plt.imshow(test_image, cmap='gray')
        plt.axis('off');
```



图 5-151：一幅用于人脸识别的图像

然后，创建一个不断在图像中移动的窗口，然后计算每次移动位置的 HOG 特征：

```
In[14]: def sliding_window(img, patch_size=positive_patches[0].shape,
                           istep=2, jstep=2, scale=1.0):
            Ni, Nj = (int(scale * s) for s in patch_size)
            for i in range(0, img.shape[0] - Ni, istep):
                for j in range(0, img.shape[1] - Ni, jstep):
                    patch = img[i:i + Ni, j:j + Nj]
                    if scale != 1:
                        patch = transform.resize(patch, patch_size)
                    yield (i, j), patch

        indices, patches = zip(*sliding_window(test_image))
        patches_hog = np.array([feature.hog(patch) for patch in patches])
        patches_hog.shape

Out[14]: (1911, 1215)
```

最后，收集这些 HOG 特征，并用训练好的模型来评估每个窗口中是否有人脸：

```
In[15]: labels = model.predict(patches_hog)
        labels.sum()

Out[15]: 33.0
```

在近 2000 幅图像中，总共发现了 33 幅带人脸的图像。用矩形把收集到的信息画在图像上（如图 5-152 所示）：

```
In[16]: fig, ax = plt.subplots()
        ax.imshow(test_image, cmap='gray')
        ax.axis('off')

        Ni, Nj = positive_patches[0].shape
        indices = np.array(indices)

        for i, j in indices[labels == 1]:
            ax.add_patch(plt.Rectangle((j, i), Nj, Ni, edgecolor='red',
                                       alpha=0.3, lw=2,
                                       facecolor='none'))
```



图 5-152：包含人脸的窗口

所有窗口都重叠在一起，并找到了图像中的人脸！简单的几行 Python 代码就有着巨大的威力。

5.14.3 注意事项与改进方案

如果你继续研究前面的代码和示例，就会发现在发布一个产品级的人脸识别器之前，还有一些工作要做。有些问题已经解决了，但还有一些内容有待完善。

我们的训练集，尤其是负样本特征（negative feature）并不完整

这个问题的关键在于，有许多类似人脸的纹理并不在训练集里面，因此我们的模型非常容易产生假正错误（false positives）。如果你用前面的算法评估**完整的**宇航员照片就可能会出错：模型可能会将图像的其他地方误判为人脸。

如果引入更多的负训练集图像，应该可以改善这个问题。另一种改善方案是用更直接的方法，例如**困难负样本挖掘**（hard negative mining）。在困难负样本挖掘方法中，给分类器看一些没见过的新图像，找出所有分类器识别错误的假正图像，然后将这些图像增加到训练集中，再重新训练分类器。

目前的管道只搜索一个尺寸

我们的算法会丢失一些尺寸不是 62 像素 × 47 像素的人脸。我们可以采用不同尺寸的窗口来解决这个问题，每次将图形提供给模型之前，都用 `skimage.transform.resize` 重置图像尺寸——其实前面使用的 `sliding_window()` 函数已经具备这种功能。

应该将包含人脸的重叠窗口合并

一个产品级的管道不应该让同一张脸重复出现 30 次，而是将这些重叠的窗口合并成一个。这个问题可以通过一个无监督的聚类方法（MeanShift 聚类就是解决这个问题的好办法）来解决，或者通过机器视觉常用的算法，例如**非极大值抑制**（nonmaximum suppression）来解决。

管道可以更具流线型

一旦解决了以上问题，就可以创建一个更具流线型的管道，将获取训练图像和预测滑动窗口输出的功能都封装在管道中，那样效果会更好。这正体现了 Python 作为一个数据科学工具的优势：只要花一点儿功夫，就可以完成原型代码，并将其打包成设计优良的面向对象 API，让用户可以轻松地使用它们。我觉得这条建议可以作为“读者练习”，感兴趣的读者可以试试。

应该考虑使用更新的技术，例如深度学习

不得不说，HOG 和其他图像特征提取方法已经不是最新的技术了。许多流行的物体识别管道都在使用各种深度神经网络（deep neural network）。你可以将神经网络看成一种评估器，具有自我学习的能力，可以从数据中确定最优特征提取策略，而不需要依赖用户的直觉。虽然有关深度神经网络方法的内容（以及计算量）超出了本节涵盖的范围，但是开源工具（如谷歌的 TensorFlow，https://www.tensorflow.org/）已经让深度学习方法不再那么高高在上。在我写这本书的时候，由于 Python 的深度学习还不太成熟，因此还不能推荐学习资源，不过下一节介绍的参考资料非常适合机器学习新手入门。

5.15　机器学习参考资料

这一章是 Python 机器学习的快速入门，主要使用 Scikit-Learn 中的工具。虽然本章很长，但是仍然有一些非常有趣且重要的算法、方法和论述没有介绍到。在这里，我想为那些有意愿继续学习机器学习算法的人推荐一些资源。

5.15.1　Python中的机器学习

如果想了解 Python 机器学习的更多内容，建议你使用以下资源。

Scikit-Learn 网站（http://scikit-learn.org）

Scikit-Learn 网站中不仅有本章涉及的一些模型的更有深度的文档和示例，还有很多很

多有用的内容。如果你希望了解最重要并且最常用的机器学习算法，这个网站是一个非常好的起点。

SciPy、PyCon 和 PyData 教程视频

Scikit-Learn 和其他机器学习主题一直是许多 Python 会议最受欢迎的教程之一，特别是 PyCon、SciPy 和 PyData 会议。你可以通过网络搜索找到最新的视频教程。

《Python 机器学习入门》

本书作者是 Andreas C. Mueller 和 Sarah Guido，有关于本章话题更详细的介绍。如果你对机器学习的基础知识感兴趣，并想探究 Scikit-Learn 工具的使用方法，这本书将是一个很好的资源，它由 Scikit-Learn 开发团队中最多产的开发者之一撰写。

《Python 机器学习》

Sebastian Raschka 的这本书对 Scikit-Learn 的关注不多，更多涉及的是 Python 中可用的机器学习工具，其中有一些关于如何将 Python 的机器学习方法用于大规模、复杂数据集的实用讨论。

5.15.2 通用机器学习资源

当然，机器学习比 Python 世界更加广阔，还有很多好的资源可以扩充你的知识面，这里列出一些我觉得非常有用的。

Machine Learning（https://www.coursera.org/learn/machine-learning）

讲师为 Andrew Ng（Coursera），是一门通俗易懂还免费的教学课程，从算法的角度介绍了很多机器学习的基础知识。这门课程要求学习者具备大学生水平的数学和编程背景知识，否则无法深刻理解一些最重要的机器学习算法的精髓。课后作业也是关于算法设计的，需要你自己动手实现某些算法模型。

Pattern Recognition and Machine Learning（http://www.springer.com/us/book/9780387310732）

这本经典教材的作者是 Christopher Bishop，其中包含了本章涉及算法的详细讲解。如果你计划在这一领域继续深入学习，你应该拥有这样一本书。

Machine Learning: A Probabilistic Perspective（https://mitpress.mit.edu/books/machine-learning-0）

本书作者是 Kevin Murphy，是一本非常好的研究生教材，它以一个统一的概率视角介绍了几乎所有的机器学习算法。

这些资源都比本书介绍的内容更专业，但如果想真正理解这些方法的根基，还需要深入理解这些算法背后的数学含义。如果你已经准备好迎难而上，在数据科学领域再上一层楼，那么别犹豫，去深入学习！

关于作者

Jake VanderPlas 是 Python 科学栈的深度用户和开发者，目前是华盛顿大学 eScience 学院物理科学研究院院长，研究方向为天文学。同时，他还为很多领域的科学家提供建议和咨询。

关于封面

《Python 数据科学手册》的封面动物是墨西哥念珠蜥蜴（珠毒蜥，Heloderma horridum），生活在墨西哥及危地马拉的部分地区。它和大毒蜥（ Gila monster，也是它的近亲）是世界上仅存的有毒蜥蜴。这种动物主要进食蛋类，因此它的毒液有防御的功能。当受到敌人威胁时，因为无法立刻释放大量毒素，所以它会牢牢咬住敌人，并通过咀嚼动作将毒素渗透到敌人的伤口中。虽然这种咬伤和毒液的后续反应是非常痛苦的，但是很少会对人类造成致命的伤害。

在希腊语中，毒蜥属（heloderma）一词被翻译为“布满颗粒的皮肤”，指的是这种哺乳动物特有的念珠纹理的皮肤。这些突起就是皮肤骨化，即皮肤中包含一小块骨头作为一种保护性盔甲。墨西哥念珠蜥蜴是黑色的，带有黄色的斑块或斑带。他有一个宽宽的头和一条厚重的尾巴，这条尾巴中储存着大量脂肪，帮助在夏天不爱动的它度过炎夏。这类蜥蜴平均长 22 英寸 ~36 英寸（约 56 厘米 ~92 厘米），重达 1.8 磅（约 0.8 千克）。

和大多数蛇和蜥蜴一样，墨西哥念珠蜥蜴的舌头也是它的主要感受器官。它会反复伸出舌头，收集环境中的气味分子并探测猎物（或者在交配季节寻找潜在的伴侣）。当伸出的舌头再次缩进嘴里时，它会触碰到雅克布逊器官（Jacobson’s organ），这是一片传感细胞，可以识别各种化学物质和信息素。

墨西哥念珠蜥蜴的毒液中合成了可以治疗糖尿病的酶，进一步的药理学研究还在进行中。由于栖息地的消失、作为宠物而被捕猎，以及当地人因为害怕而捕杀等原因，墨西哥念珠蜥蜴濒临灭绝。目前，它受墨西哥、危地马拉两国——它的栖息地——法律的保护。

O’Reilly 封面上的许多动物都已濒临灭绝，但它们的存在对世界至关重要。想要了解如何帮助它们，可以登录 animals.oreilly.com。

封面图片来自于 Wood 的 *Animate Creation*。

O'REILLY®

Python数据科学手册

Python语言拥有大量可用于存储、操作和洞察数据的程序库，已然成为深受数据科学研究人员推崇的工具。本书以IPython、NumPy、Pandas、Matplotlib和Scikit-Learn这5个能完成数据科学大部分工作的基础工具为主，从实战角度出发，讲授如何清洗和可视化数据、如何用数据建立各种统计学或机器学习模型等常见数据科学任务，旨在让与数据处理相关的各领域的工作人员具备发现问题、解决问题的能力。

- **IPython和Jupyter：为使用Python提供计算环境。**
- **NumPy：用ndarray实现高维数组的高效存储与操作。**
- **Pandas：用DataFrame实现带标签/列式数据的高效存储与操作。**
- **Matplotlib：实现各种数据可视化。**
- **Scikit-Learn：用高效整洁的Python实现重要的机器学习算法。**

Jake VanderPlas，Python科学栈深度用户和开发者，尤其擅长Python科学计算和数据可视化，是altair等可视化程序库的创建人，并为Scikit-Learn、IPython等Python程序库做了大量贡献。现任美国华盛顿大学eScience学院物理科学研究院院长。

“如果你想学习Python数据科学方面的知识，那么本书是一个不错的起点。我用这本书为计算机专业和统计学专业的学生授课，屡获好评。Jake不仅介绍了开源工具的基础用法，还用简洁的语言和通俗的方式解释了数据科学的概念、模式和抽象理论。”

——Brain Granger
加州理工州立大学物理学副教授、Jupyter项目的共同开发者

“本书的前半部分集中讲解了数据分析以及科学计算所需的基础Python库，后半部分从实战角度用Python库Scikit-Learn解决了许多机器学习问题。如果你有Python基础，并打算学习数据科学，那这本书再适合你不过了。有一定经验的Python数据分析人员也能从本书明了易懂的示例和讲解中得到新体会。”

——Amazon读者

封面设计：Karen Montgomery 张健

图灵社区：iTuring.cn
热线：(010)51095186转600

分类建议 计算机 / 软件开发 / Python

人民邮电出版社网址：www.ptpress.com.cn

O'Reilly Media, Inc.授权人民邮电出版社出版





ISBN 978-7-115-47589-3
定价：109.00元

看完了

如果您对本书内容有疑问，可发邮件至 contact@turingbook.com，会有编辑或作译者协助答疑。也可访问图灵社区，参与本书讨论。

如果是有关电子书的建议或问题，请联系专用客服邮箱：ebook@turingbook.com。

在这可以找到我们：

微博 @图灵教育：好书、活动每日播报
微博 @图灵社区：电子书和好文章的消息
微博 @图灵新知：图灵教育的科普小组
微信 图灵访谈：ituring_interview，讲述码农精彩人生
微信 图灵教育：turingbooks